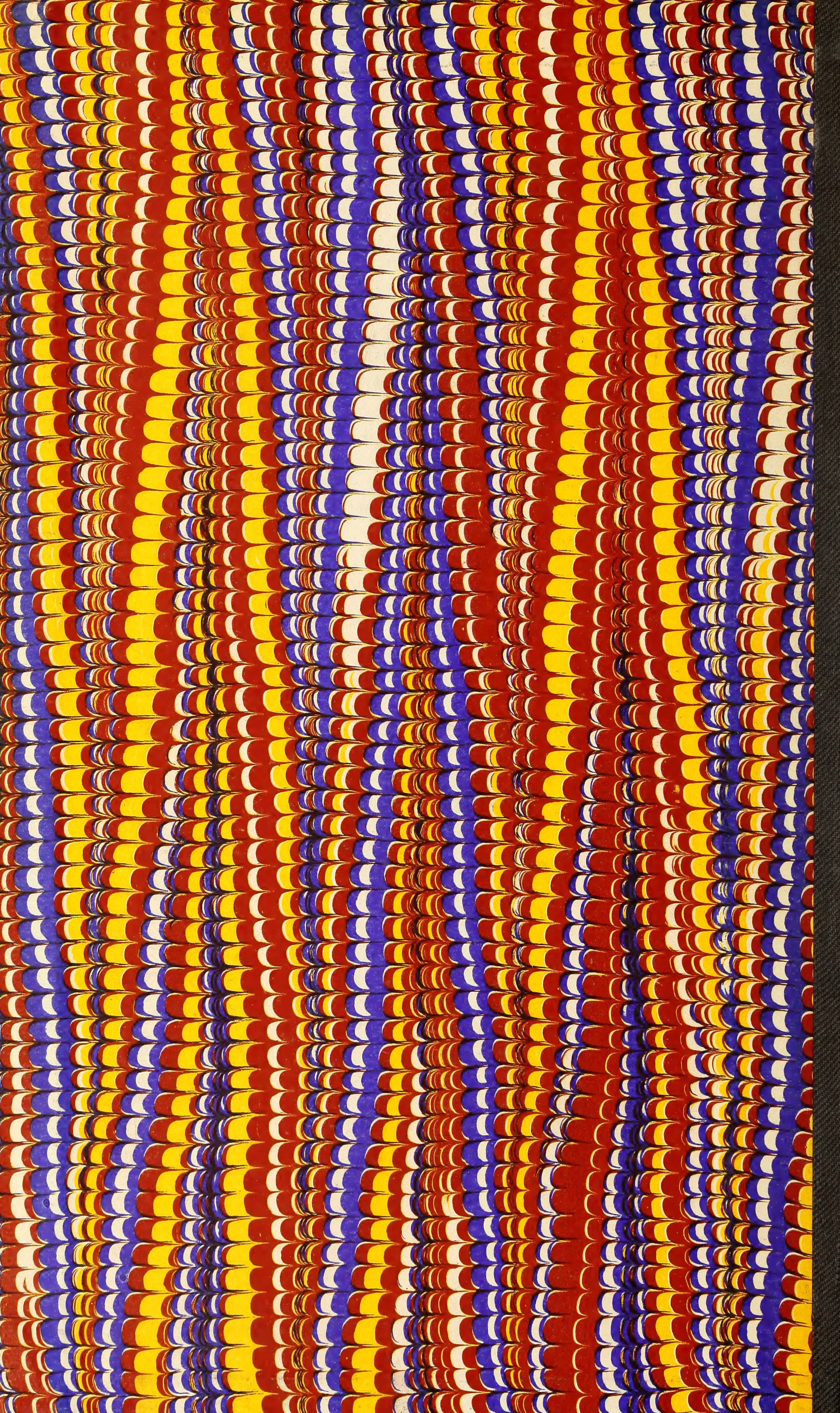
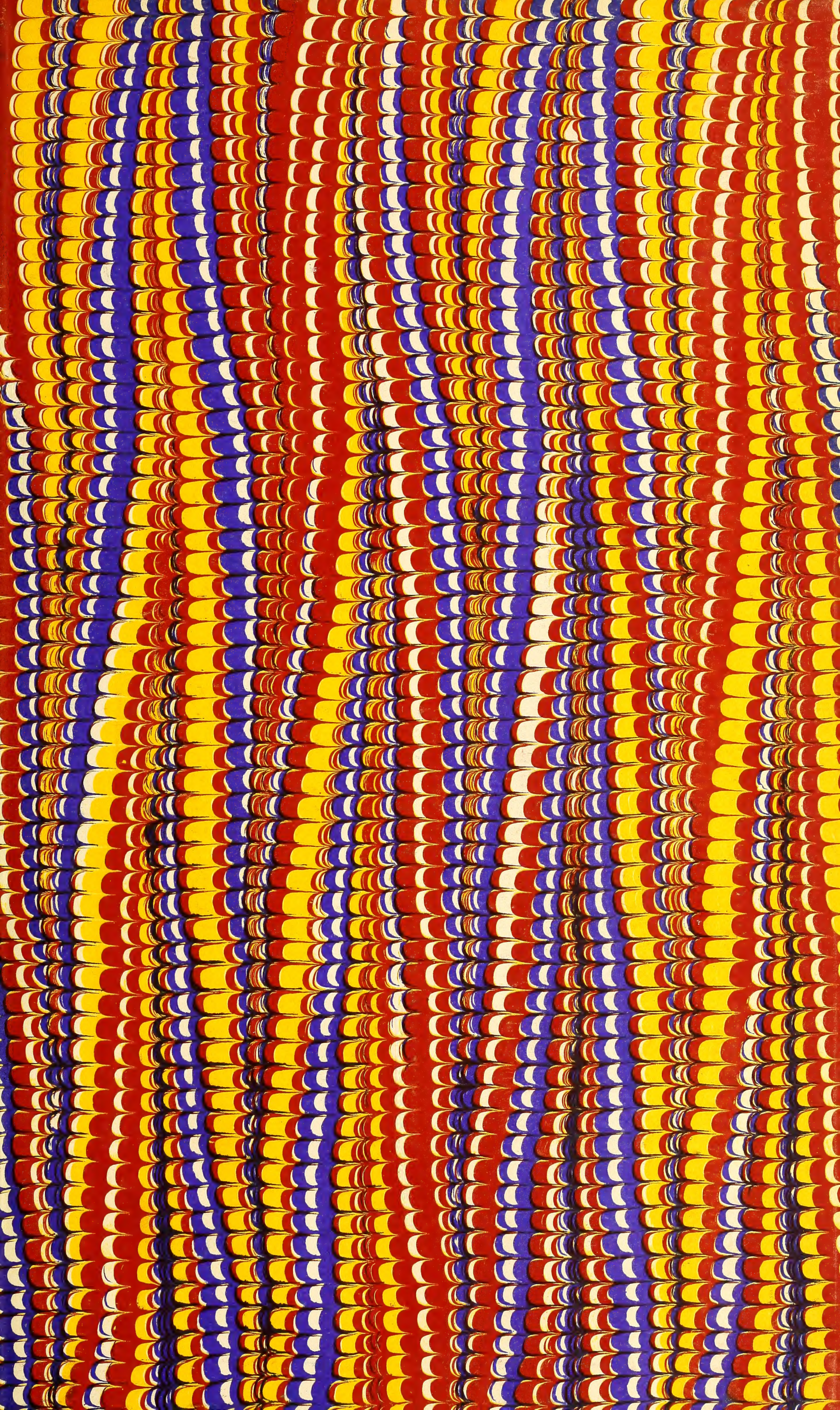




ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTÍFICA

ARGENTINA

DIRECTOR : INGENIERO JULIO R. CASTIÑEIRAS

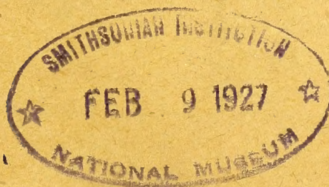
ENERO-MARZO 1926. — ENTREGAS I-III. TOMO CI

32

ÍNDICE

BUENOS AIRES
IMPRENTA Y CASA EDITORA « CONI »
684 — CALLE PERÚ — 684

1926



JUNTA DIRECTIVA

(1925-1926)

Presidente	Ingeniero **Eduardo Huergo.**
Vicepresidente 1º	Doctor **Nicolás Lozano.**
Vicepresidente 2º	Doctor **Emilio C. Díaz.**
Secretario de actas	Ingeniero **Juan José C. Mosca**
Secretario de correspondencia	Ingeniero **Anecto J. Bosisio.**
Tesorero	Ingeniero **Enrique Butty.**
Protesorero	Ingeniero **Emilio Mallol.**
Bibliotecario	Doctor **Reinaldo Vanossi.**
Vocales	Ingeniero **Enrique Sabaría.** Ingeniero **Pedro Aguirre.** Ingeniero **Nicolás Besio Moreno.** Ingeniero **Juan A. Briano.** Doctor **Abel Sánchez Díaz.** Ingeniero **Sebastián Ghigliazza.** Profesor **Félix F. Outes.** Ingeniero **Oscar Schoo Lastra.**

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los *Anales (personalmente responsables de la tesis que sustentan en sus escritos)* que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarlo por escrito. Tienen, además, derecho a la corrección de dos pruebas. Los manuscritos, correspondencia, etc., se enviarán a la Dirección, **Cevallos, 269.** — LA DIRECCIÓN.

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA

Director : Ingeniero JULIO R. CASTIÑEIRAS

TOMO CI

Primer semestre de 1926



BUENOS AIRES

IMPRENTA Y CASA EDITORA « CONI »

684 — CALLE PERÚ — 684

—

1926

EL GRAN TEMPORAL DE NIEVE

DEL 28 AL 31 DE AGOSTO DE 1923

POR GUILLERMO HOXMARK

El día 27 de agosto cayó nieve en la zona de la cordillera comprendida entre Bariloche y Malargüé, y al día siguiente se inició el gran temporal de nieve y lluvia que duró unos cuatro días, del 28 al 31, eu el centro de la República, azotando especialmente el territorio de La Pampa, y también, pero no tan desastrosamente, parte de las provincias de Mendoza, San Luis, Córdoba y Buenos Aires, junto con los territorios de Neuquen y Río Negro.

La situación meteorológica fué provocada por un área ciclónica, que moviéndose lentamente desde el norte de la República se trasladó en tres días hasta el centro del país en la parte occidental de la provincia de Buenos Aires, mientras al mismo tiempo un centro anticiclónico muy pronunciado de 1040 mb = 780 mm se movió desde el extremo sur del país hacia el norte. El resultado de la ubicación de los dos centros fué un acentuado graduante barométrico que provocó los fuertes fríos y vientos del sur prevalecientes durante el temporal. (Véase láminas I y II.)

La magnitud del disturbio atmosférico durante el temporal puede verse por las grandes áreas cubiertas por la nieve y la lluvia durante el período de la máxima intensidad. Los datos correspondientes se hallan en el siguiente cuadro :

Superficies cubiertas por nieve y lluvias durante el temporal de agosto de 1923, entre las ocho horas del día 27 hasta las ocho horas del día 31

	Superficies		
	Nieve km²	Lluvia km²	Total km²
Agosto 28..........	290.000	1.040.000	1.330.000
— 29..........	470.000	800.000	1.270.000
— 30..........	430.000	900.000	1.330.000
— 31..........	350.000	420.000	770.000

La zona de la nevada en el día 29 corresponde casi a una superficie equivalente a la de España, y el área total de precipitación a una gran faja de la Europa occidental, dentro de la cual quedan los siguientes países : Dinamarca, Holanda, Bélgica, Francia, España y Portugal. La extensión del área afectada puede seguirse en los mapas (láminas III, IV, V y VI).

La Pampa Central fué la más castigada porque casi la totalidad de su superficie (150.000 km²) estaba cubierta por la nieve que cayó durante los días 28, 29 y 30 hasta la mañana del día 31.

Se puede juzgar la intensidad del temporal en la nota del señor V. Jurado, enviada adjunta a los datos pluviométricos desde la estancia San Cayetano (Achiras), provincia de Córdoba, con fecha 2 de septiembre. « La nieve ha sido como jamás se ha conocido en esta zona, y por los remolinos del viento en algunas partes su altura alcanzaba a tres metros alrededor de los galpones y en los alambrados metro y medio, espesa y helada. La nevada continuó muy fuerte el día 1° de septiembre, y de haber seguido en esta forma nos hubiera tapado las casas que tienen cinco metros de altura. »

Si la situación era tan seria en el sur de la provincia de Córdoba puede calcularse los efectos causados en otras partes y especialmente en La Pampa.

La mortandad entre las animales de todas clases fué muy elevada, llegando muchos establecimientos hasta carecer de caballos para el trabajo.

La falta total de alimentos por causa de la nieve, junto con un intenso frío durante varios días, provocó la muerte de los animales.

El siguiente extracto del informe elevado a S. E. el señor ministro de Agricultura por el director general de Economía rural y estadística, señor Julio C. Urien, y el jefe de Fomento ganadero, doctor Juan E. Richelet, referente a la investigación realizada en el territorio de

La Pampa y provincias limítrofes, sobre los daños causados entre los animales, durante el temporal del 28 al 31 de agosto de 1923, presentan los verdaderos efectos del mismo.

El informe fué cedido gentilmente por dichos señores para el presente trabajo, por cuya atención aprovecho la ocasión para exteriorizar mi agradecimiento.

« Elevamos a la consideración de V. E. el informe correspondiente a la investigación realizada en el territorio de La Pampa y en los partidos y departamentos limítrofes de las provincias de Buenos Aires, Santa Fe, Córdoba y San Luis, que nos fuera confiada por el señor ministro a efecto de comprobar los perjuicios ocasionados por el temporal de los últimos días de agosto y determinar todas las circunstancias que concurrierón para que en algunas partes los daños alcanzaran grandes proporciones.

« Los departamentos que ofrecen características especiales, por su importancia ganadera unos, y por el desarrollo de la colonización agrícola otros, los hemos inspeccionado personalmente, visitando numerosas estancias y grandes colonias, cuyos propietarios, administradores o encargados han facilitado nuestra acción.

« Los otros departamentos de La Pampa, como asimismo los partidos y departamentos de las provincias citadas, han sido recorridos por inspectores a quienes se les dieron instrucciones precisas para que llevaran a cabo su cometido.

« La abundante información obtenida, en la que se registran infinidad de datos concretos, comprobados sobre el terreno, nos han permitido establecer un porcentaje que hemos aplicado a las cifras que acusa el último censo nacional (31 de diciembre de 1922).

« Mortandad de ganado vacuno y lanar en La Pampa: vacunos, 200.000 cabezas; lanares, 33.000.

« Estas cifras representan el 15 por ciento del stock vacuno, pero es conveniente señalar que no todos los departamentos han sufrido perjuicios en la misma proporción, y aun dentro de los mismos hemos anotado oscilaciones aparentemente incomprensibles del 4 al 76 por ciento.

« La mortandad de equinos no ha podido determinarse con exactitud por cuanto esa especie no fué censada el año pasado, pudiéndose calcular que no alcanzan las pérdidas a 20.000 cabezas. »

« Los yeguarizos que han sufrido son los que se dedican a los trabajos rurales, éstos se encontraban en un total estado de aniquilamiento, habiendo contribuído a ello la sequía de los meses de abril, mayo y junio, y el recargo enorme de trabajo a que fueron sometidos durante los meses de julio y agosto, en el transcurso de éstos se araron grandes extensiones, tarea que antes no pudo realizarse por la dureza de los campos.

« Los elementos de juicio que obran en nuestro poder nos permite afirmar que el porcentaje general de la mortandad de yeguarizos de

trabajo alcanza al 40 por ciento. En las tropillas de los establecimientos ganaderos puede decirse que no se registran pérdidas.

« Mortandad de vacunos en las zonas afectadas por el temporal en las provincias de Buenos Aires, Santa Fe, Córdoba y San Luis, 40.000 cabezas.

« Los porcentajes han variado desde el 1 al 6 por ciento.

« En las otras especies los perjuicios son tan insignificantes que no merecen consignarse; donde han alcanzado una relativa importancia es en algunos cuarteles del partido de Tornquist.

Consideraciones generales

« Los perjuicios originados por el último temporal han sido, en parte, exagerados, siendo el desastre más bien numérico que económico. Una considerable cantidad del ganado vacuno desaparecido no tenía valor ni destino y casi ha sido compensado con el precio del cuero.

« Las pérdidas sufridas por la mortandad de yeguarizos tienen mayor importancia Sin representar ni aproximadamente el número de los vacunos, en estos momentos en que se prepara la tierra para el maíz y otros cultivos, es de tenerse muy en cuenta. Por otra parte, los perjudicados son aquellos que cuentan con menos recursos y contribuyen de manera directa y principal a la riqueza del país.

« El ganado lanar no ha experimentado mayores pérdidas, habiendo resistido el temporal en mejores condiciones que las demás especies por su espesa lana, que les protege en la presente estación del año.

« Los corderos nacidos durante las lluvias y nevadas perecieron, observándose también muchos corderos nacidos muertos después del temporal.

« Terminado éste, la mortandad de ganado ha cesado, presentando los campos un aspecto inmejorable con abundantes pastos.

« La causa de la mortandad de ganado debióse únicamente a la fuerte nevada que comenzó en algunos parajes el 28 de agosto y en otros en la madrugada del 29, continuando durante más de 50 horas consecutivas (en algunas regiones hasta 72), seguidas de lluvia y viento sur intenso. El temporal de nieve no fué uniforme en todo el territorio y en algunos lugares fué de escasa importancia, en cambio, en su mayor parte alcanzó un espesor de 50 y hasta de 70 centímetros.

« Temporal como el que nos ocupa no se recuerda desde 1884, que no originó mayores perjuicios por la falta de alambrados, lo que permitió que los animales se defendieran naturalmente, caminando siempre en dirección del viento y la nieve. Los alambrados que hoy dividen la propiedad restaron al ganado esta defensa, apilándose los cadáveres en las rinconadas de los mismos. Otros temporales de nieve, posteriores al mencionado, que los pobladores antiguos recuerdan no tuvieron esa magnitud y fueron siempre seguidos de preciosos días de sol. »

El aspecto meteorológico del día 28 de agosto, a las 8 horas, fué el siguiente:

La presión se encontraba alta, 1040 mb = 780 milímetros en el sur, mientras continuaba baja en las provincias del este y norte. La temperatura había bajado en toda la República hasta varios grados bajo la normal. Además de la nieve que abarcó la zona indicada en la lámina III, cayó lluvia en una superficie tres veces más grande, también demostrada en la lámina III y en el cuadro I.

Prevalecieron vientos suaves a moderados del rumbo sur (SE a SW).

En el día 29 la temperatura permanecía baja y casi estacionaria en Buenos Aires y las regiones del centro y sur, habiendo bajado varios grados en la provincia del norte.

Los vientos dominantes fueron del rumbo sudeste y soplaron con fuerza moderada y fuerte en las provincias del centro y el este.

Las zonas abarcadas por la nieve y la lluvia están indicadas en la lámina IV, lo mismo que la posición de los centros ciclónicos y anticiclónicos.

La presión alta conservaba su intensidad, 1040 mb = 780 milímetros, mientras el centro de baja presión era menos pronunciado, 1016 mb = 762 milímetros.

La ubicación de los centros ciclónico y anticiclónico no había cambiado mayormente en el dia siguiente o sea el 30 de agosto. La baja presión conservaba las 1016 mb del día anterior, no así el anticiclón cuya intensidad bajó 4 mb, siendo 1036 mb = 777 milimetros.

Cayeron lluvias en la provincia de Buenos Aires, Entre Ríos, Santa Fe y nevadas en el oeste de Buenos Aires, el sur de Córdoba, San Luis, Mendoza, La Rioja, Pampa Central, Río Negro y Neuquen. El tiempo seguía nublado en el norte de Buenos Aires, Entre Ríos, Santa Fe y Corrientes y seminublado en la provincia del centro y oeste. Soplaron vientos moderados del sudeste en Buenos Aires, del sur en las provincias centrales y del oeste o sudoeste en Entre Ríos y Corrientes. La temperatura subió un poco en Buenos Aires, continuando en leve descenso en las demás provincias. El barómetro se hallaba en descenso en todo el país.

La situación había cambiado muy poco en el día 31. Seguía lloviendo en las provincias de Buenos Aires, Santa Fe, Córdoba y en los territorios, Pampa Central y Río Negro, y cayó nieve en el oeste de Buenos Aires, Córdoba, San Luis, Mendoza, Pampa Central, Río Negro y Neuquen.

Prevalecieron vientos moderados a fuertes del sudeste en el sur de Buenos Aires y suaves del noroeste en el norte de la misma y suaves a moderados del sudoeste en las provincias del centro y norte.

La temperatura había bajado varios grados en las provincias del este, en las demás partes hubo poco cambio.

El centro del ciclón se había trasladado hasta el noroeste de la provincia de Buenos Aires (presión 1008 mb) y el anticiclón que permaneció dos días en la costa sur, entre Rawson y Comodoro Rivadavia, se encontró en el límite entre los territorios de Río Negro y Chubut. Esta alta presión de 1032 mb fué la que mantuvo un fuerte graduante.

El tiempo anormal continuaba el día 1° de septiembre. Cayeron lluvias ligeras y moderadas en Buenos Aires, Entre Ríos, Santa Fe, Córdoba, San Luis, Pampa Central y nevó en San Luis y sur de Córdoba. El tiempo estaba nublado e inestable en las provincias del este y centro; y tiempo bueno en el oeste del país.

Los vientos prevalecientes fueron del rumbo sur. La temperatura continuaba más o menos como el día anterior.

El centro ciclónico se encontró sobre el estuario del río de la Plata, habiéndose iniciado un movimiento retrógrado. La más alta presión fué observada entre Bariloche y Puerto Mont.

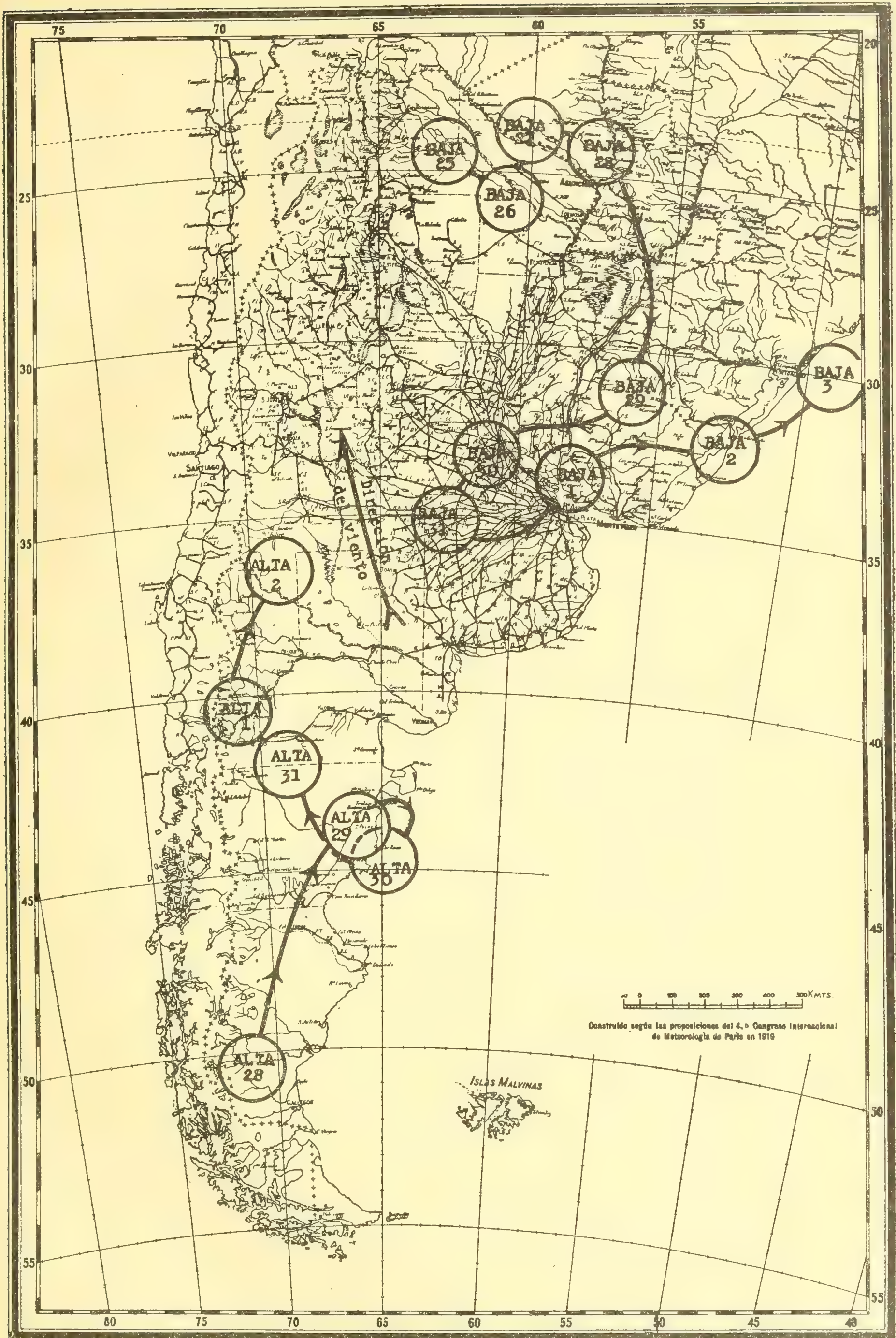
Seguía lloviendo el día 2 de septiembre, aunque con menor intensidad.

Cayeron lluvias aisladas en Buenos Aires, Entre Ríos, Santa Fe y Corrientes, continuando el tiempo nublado en estas provincias. En el resto del país se había aclarado el tiempo.

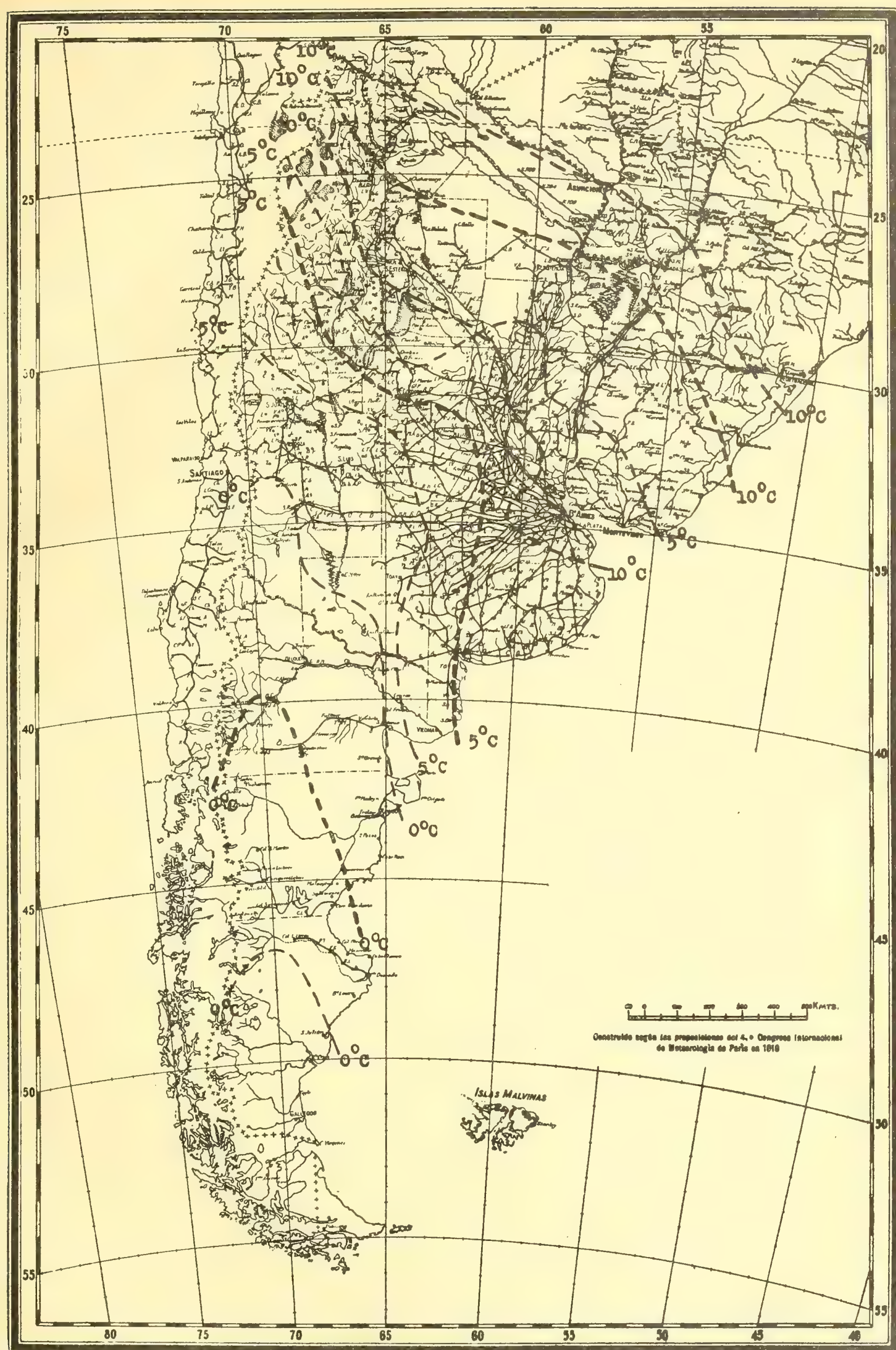
Prevalecieron vientos del sur en las provincias del este y centro, suaves del norte en las del oeste y en Río Negro y variables en las demás regiones.

La temperatura había experimentado un leve ascenso pero se hallaba todavía 1 y 2 grados bajo la normal en Buenos Aires, y 7 a 8 grados debajo de la misma en las provincias del centro y este.

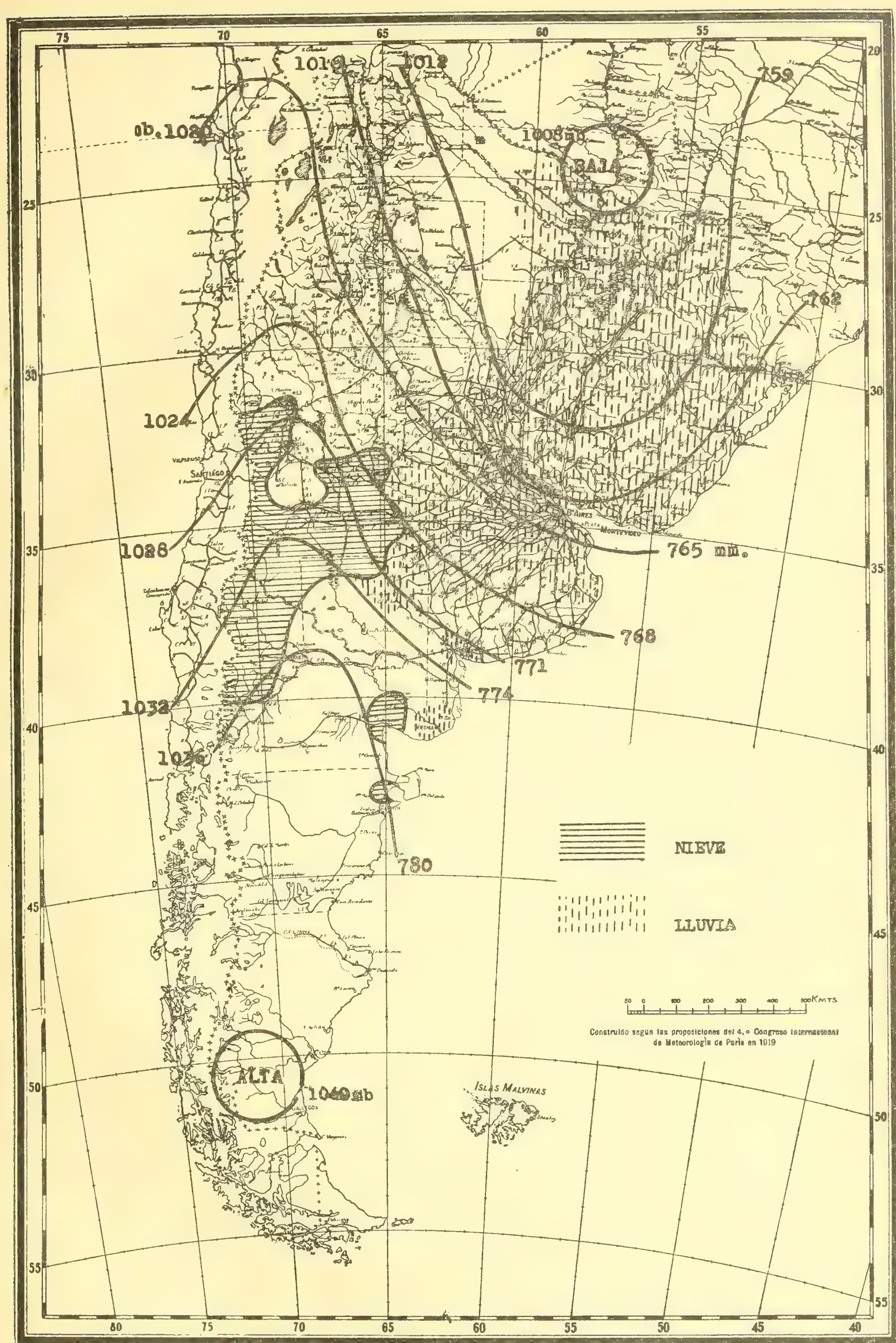
El centro ciclónico seguía trasladándose en dirección nordeste, encontrándose por la mañana sobre la costa este de la República Oriental, mientras una alta presión se hallaba sobre la zona andina.



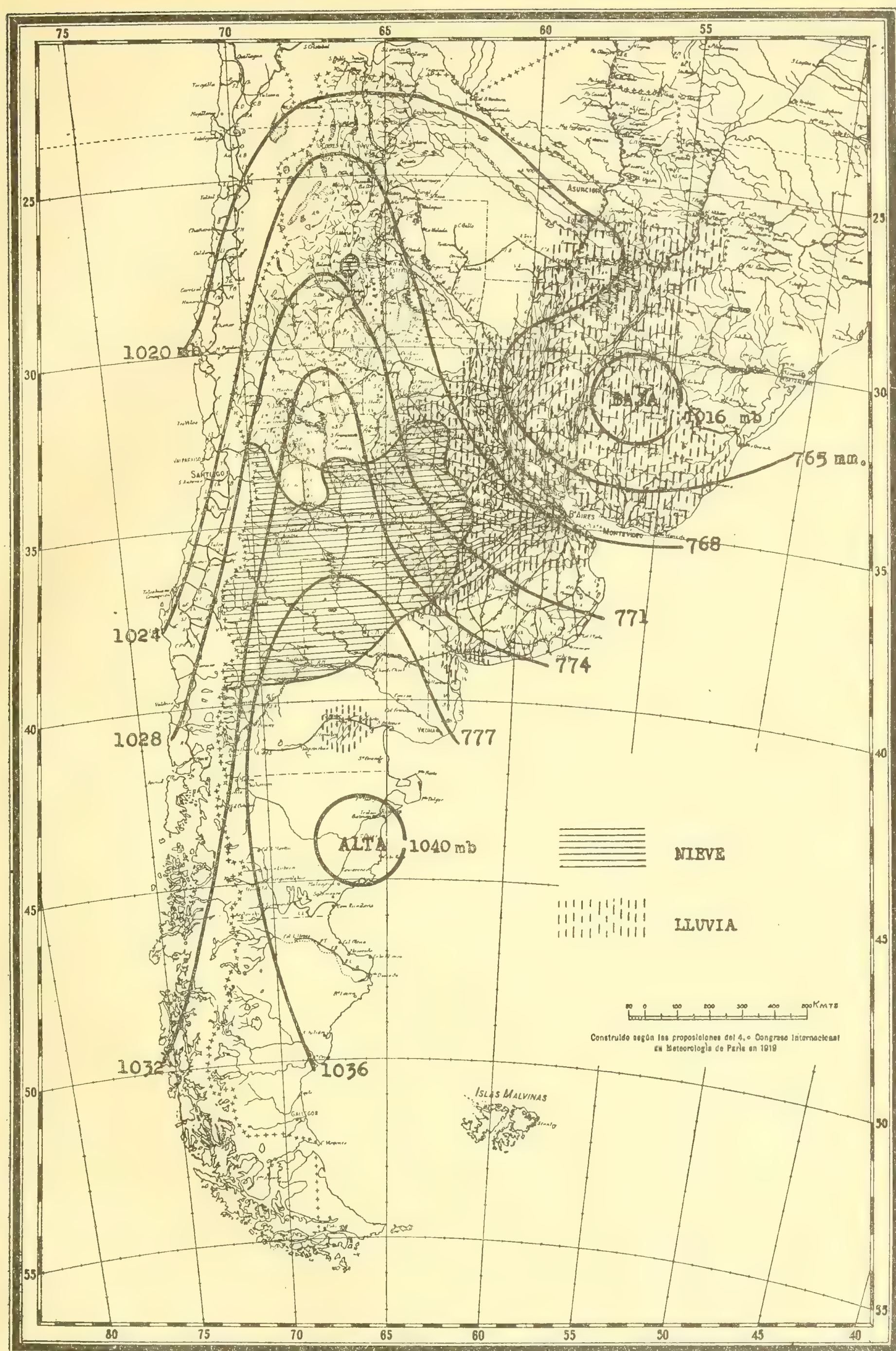
Movimiento de los centros ciclónico y anticiclónico, en el período del 25 de agosto al 3 de septiembre de 1923



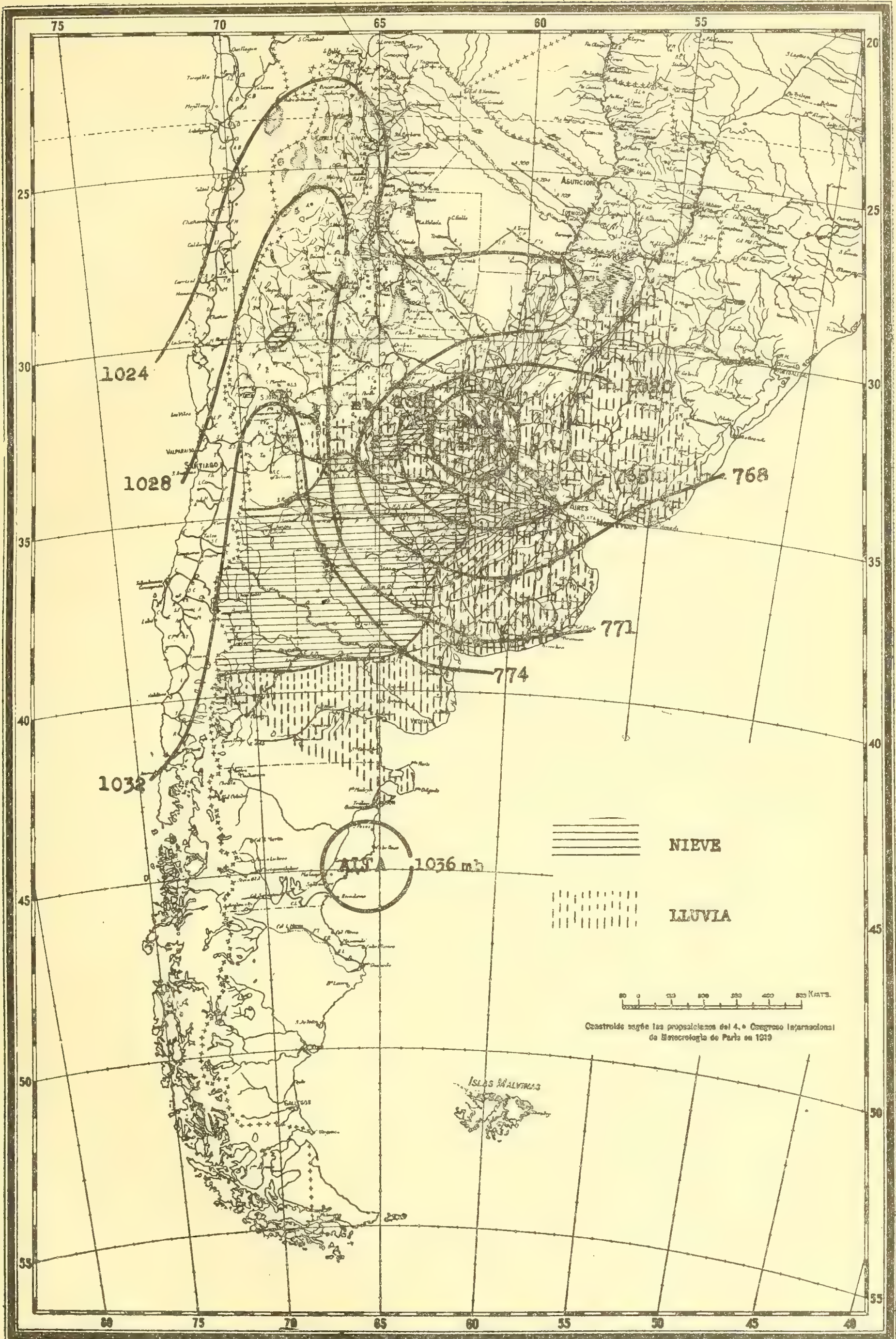
Isotermas promedias de 0°, 5° y 10°C., y el alcance máximo y mínimo de las mismas desde el 28 de agosto al 1° de septiembre de 1923



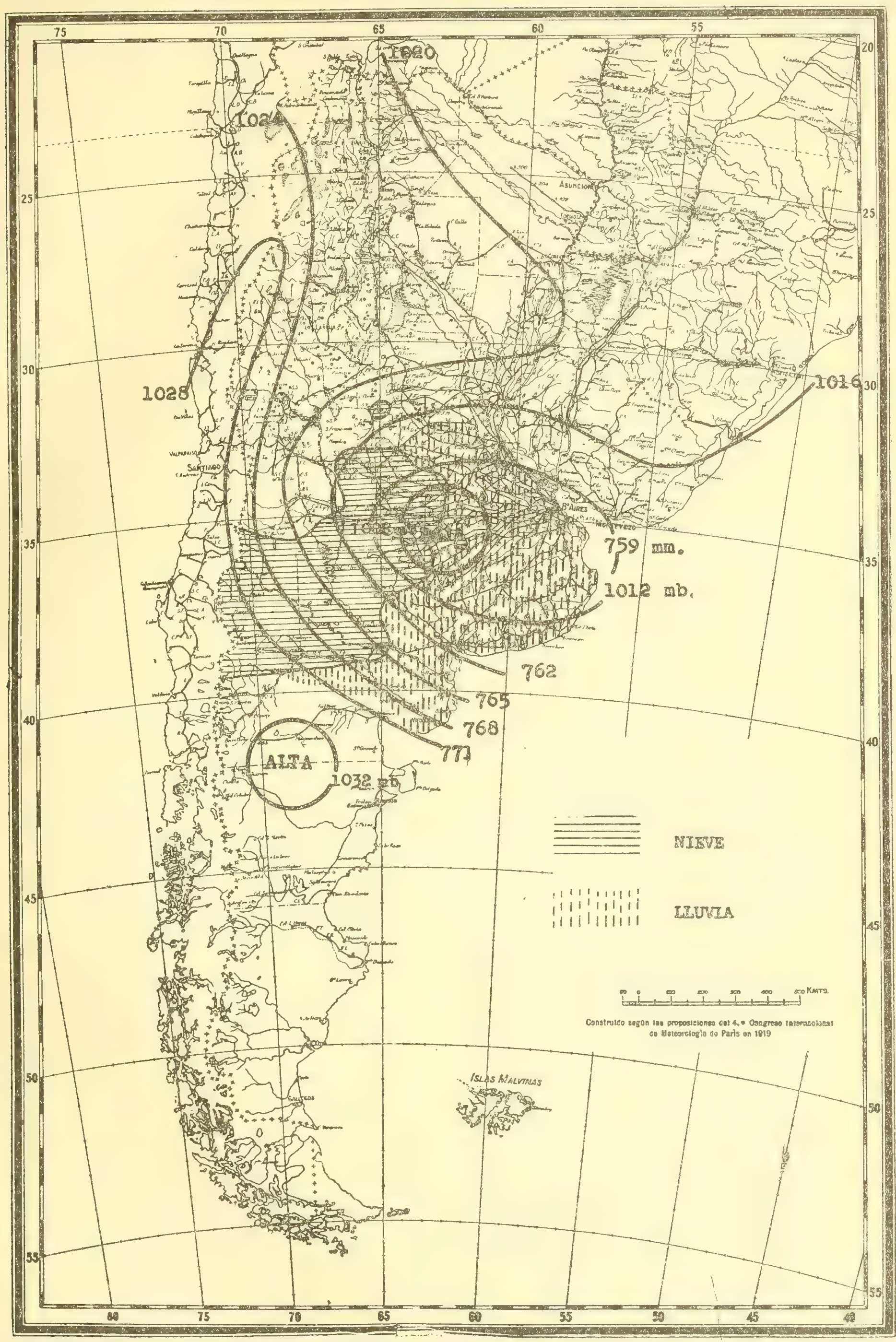
Ubicación de los centros ciclónico y anticiclónico, el día 28 de agosto de 1923



Ubicación de los centros ciclónico y anticiclónico, el día 29 de agosto de 1923



Ubicación de los centros ciclónico y anticiclónico, el día 30 de agosto de 1923



Ubicación de los centros ciclónico y anticiclónico, el día 31 de agosto de 1923

DETERMINACIÓN DE LONGITUDES GEOGRÁFICAS

MEDIANTE EL EMPLEO DE LA RADIOTELEGRAFÍA

SU PRIMERA APLICACIÓN TÉCNICA EN EL PAÍS

POR EL INGENIERO CIVIL JOSÉ ARAMBURO
Ex jefe de Comisión de estudios de los Ferrocarriles del Estado

A don Eduardo Huergo, su discípulo.

I

ANTECEDENTES

Esta monografía, parte de un trabajo mayor, se publica sin pretensión de carácter científico. No está, pues, destinada al mundo oficial o dilettante de la astronomía, donde apenas si el autor osaría entrar, sino al simpático grupo de ingenieros que van y vienen por el territorio de la República trazando nuevas vías a su resonante progreso.

La primera y formal aplicación de la radiotelegrafía en el país, destinada a la determinación de una longitud geográfica con fines técnicos, fué llevada a cabo el 24 de abril de 1923, en un *puesto* de la provincia de Salta, denominado *San Martín* y situado en campo de los señores Orellana García.

Las observaciones astronómicas, la recepción de las señales radiotelegráficas y los cálculos, fueron hechos por el ingeniero Luis M. Lascano y por el autor, en su carácter de miembros de la Comisión de estudios del ferrocarril de Metán a Barranqueras, tramo de El Tunal a Avía Teray.

El citado puesto San Martín queda a escasa distancia al sur del kilómetro 187 de la línea, partiendo de Metán y las determinaciones

de longitud y latitud allí efectuadas, unidas a las que posteriormente se llevaron a cabo en la estación ferroviaria de Avía Teray, tuvieron por objeto el cálculo de la longitud y de los azimutes de ese llamativo trazo rectilíneo que, como vía férrea en construcción, cruza algo sesgadamente el norte de los mapas argentinos.

Después de varias tentativas, de las que se dirán pocas palabras más adelante, se abandonó el método de ocultación de estrellas por la Luna; y todo el trabajo hubiera debido abandonarse, en su faz geodésica, si a mi citado colega no se le ocurriera traer consigo, desde Buenos Aires, un modesto equipo radiotelefónico que, hoy, ya parecería anticuado: tanto progresa la industria y la técnica de la radiocomunicación.

El 24 de abril de 1923, a 1120 kilómetros de Buenos Aires y a diez leguas de la casa más próxima, oímos *Una furtiva lagrima,* transmitida por una estación de esta ciudad. Frente a nuestra carpa un toro hundía su testuz en el borde de una represa, pero su mugido sensual y vigoroso no pudo apagar la deslumbrante armonía espiritual que reinó soberana en nuestros cerebros.

El autor no conoce determinaciones de longitud por radiotelegrafía hechas en el país antes de la fecha mencionada; si las hubiere, que lleguen hasta él como en casa amiga.

Como se dijo, también se hicieron determinaciones de longitud en Avía Teray y, sea por la práctica adquirida, o por los mejores medios de trabajo, o por otras causas, aquéllas resultaron con un error medio probable menor, pues mientras en el *puesto San Martín* el error probable alcanzó a $\pm 0^s37$ [1], en *Avía Teray* bajó a $\pm 0^s08$. Ya que de publicar se trata, publiquemos lo mejor. Nos resolvemos, pues, por las observaciones de Avía Teray y son sus reducciones las que colocamos al final de este corto texto, en una serie de veintinueve cuadros.

II

RECEPCIÓN DE LAS SEÑALES RADIOTELEGRÁFICAS

La longitud geográfica de Avía Teray fué determinada mediante la recepción de las señales horarias que transmite todos los días

[1] Cabe una observación: se trata de un error probable deducido como promedio de dos grupos de determinaciones pertenecientes a observadores distintos, pero concordantes en cada grupo.

hábiles la estación de la dársena norte del puerto de Buenos Aires, dependiente del servicio hidrográfico de la marina.

Estas señales o tops horarios son dados a determinadas épocas de tiempo medio de Greenwich; así: el primer top suena a las $13^h56^m00^s$ de T_m de Geenwich; el segundo, a las $13^h57^m00^s$; el tercero, a las $13^h58^m00^s$; el cuarto, a las $13^h59^m00^s$; y el quinto, a las $14^h00^m00^s$.

Estos tiempos medios de Greenwich corresponden a las horas 9^h56^m, 9^h57^m, 9^h58^m, 9^h59^m y 10^h00^m de tiempo medio astronómico oficial argentino; exactamente, cuatro horas de diferencia, pues es sabido que la República ha adoptado el sistema de husos horarios cuyo meridiano de origen corresponde al G. M. T. *(Greenwich mean time)*.

Era necesario idear un procedimiento para identificar cada uno de los tops horarios, pues ocurre que en las estaciones receptoras radiotelefónicas no se oyen, a veces, los cinco tops, sea por el poco poder de los aparatos amplificadores, sea por defecto de sintonización, sea por descargas atmosféricas. Si las ondas vienen de muy lejos, como en nuestro caso (unos 1120 km. en línea recta) sólo es posible recibirlas después de alguna práctica y mucha atención y sangre fría. En la dársena norte recurren al siguiente procedimiento de individualización de los tops: a las $13^h55^m00^s$ empieza a transmitir la dársena una serie de *rayas* que duran 50 segundos, tiempo más que suficiente para buscar la onda, manipulando el receptor, el detector y los amplificadores. Durante los 10 segundos siguientes, la dársena calla y a las 13^h56^m da el primer top o *punto*. Se concibe en seguida que las series de rayas que preceden a los tops siguientes podrán identificarse perfectamente si en lugar de durar 50 segundos duran tiempos distintos para cada top. Así: la serie de rayas que precede al segundo top dura 35 segundos; al tercero, 30; al cuarto, 25, y al quinto, 20.

Entre cada serie de rayas y su punto respectivo hay siempre 10 segundos de silencio. Por lo tanto, después del primer top hay una espera de 15 segundos hasta el comienzo de las rayas del segundo top; y las esperas siguientes durarán 20, 25 y 30 segundos, respectivamente.

En lo que concierne al grado de precisión de los tops radiotelegráficos o, dicho de otro modo, a la precisión de las correcciones del péndulo que las regula, no tuvimos, en 1923, claro conocimiento. Por datos recogidos en aquel entonces, supimos que la dársena norte poseía un buen péndulo cuyo error se determinaba periódicamente mediante la observación de estrellas con un anteojo de pasos semi-

fijo. Se estimaba que la dársena norte daba el tiempo con un error inferior a medio segundo. No sabíamos si el transmisor funcionaba automáticamente con el péndulo ni tampoco si el observador y operador de la dársena había estudiado su ecuación personal; pero a juzgar por los resultados individuales de la longitud, obtenidos en muchos y discontínuos días, cabe afirmar que las determinaciones de tiempo de la dársena eran prolijas, tal vez con un error inferior al quinto de segundo, ecuación personal aparte (1).

III

APARATOS E INSTRUMENTOS EMPLEADOS

1° Nuestro sistema radiotelefónico receptor estaba compuesto de :

a) Una antena doble de hilo trenzado, de 50 metros de luz y 15 metros de altura. Tal altura en estaciones volantes se consigue rápidamente por medio de caños de hierro galvanizado, de los usados para perforaciones, cañerías de molinos a viento, etc. En el misérrimo puesto San Martín sólo había, colgado del techo, un hueso «gustador», pero, bajo el aprendiz de rancho, había unos cuantos caños que Lascano supo aprovechar. Aún para instalaciones fijas se tienen, así, mástiles livianos, resistentes, baratos y fáciles de levantar.

Orientábamos la antena rumbo a la estación transmisora y la bajada de los hilos era por el costado de Buenos Aires;

b) Una toma de tierra con alambre grueso de cobre. soldado a una chapa de zinc (de las de techar) que, en el puesto San Martín se

(1) Posteriormente, hace algunos días, hemos obtenido nuevas y completas noticias, gracias a la deferencia del jefe del observatorio naval de la dársena norte, teniente de fragata Arturo Belloni. Tanto entonces como ahora los tops se emiten mediante el manipulador movido a mano por el operador que tiene el péndulo (Fénon) delante de sí. Pero con una gran diferencia : antes, en 1923, no quedaba registro de los tops y hoy sí, pues entra en juego un cronógrafo cuya cinta se releva diariamente y así se conoce perfectamente el error de manipulación para cualquier top de cualquier día, lo que se comunica a los interesados que lo soliciten.

Dentro de poco la emisión de los tops será automática.

En lo que respecta al tiempo, se trabaja en la Dársena con un anteojo de pasos Bamberg y cronógrafo y el error probable de las determinaciones es de unos tres centésimos de segundo.

fondeó a la orilla de una represa, a escasos metros de distancia, y en Avía Teray se sumergió en el pozo de la letrina de la estación ferroviaria;

c) Un receptor de sintonización, modelo AR-1300, fabricado por la General Electric Company;

d) Un detector-amplificador, modelo AA-1400 de la misma fábrica, compuesto de una lámpara radiotrón detectora y de dos lámparas del mismo tipo, amplificadoras de audio-frecuencia;

e) Dos baterías de 22,5 volts para el circuito de placa de las válvulas radiotrón;

f) Una bateria de acumuladores con carga de unos sesenta ampères-horas, a seis voltios, destinada al circuíto de los filamentos de los audiones;

g) Un par de micrófonos Baldwin, tipo C.

El equipo radiotelefónico fué traído desde Buenos Aires por el ingeniero Lascano, y todas las dificultades imprevistas fueron salvadas por este hombre sagaz que, en pleno desierto, sacaba provecho de la nada. Solamente a su empeño se debe que los ferrocarriles del Estado hayan utilizado, por primera vez en el país, este modernísimo método de determinación de longitudes geográficas.

Los demás instrumentos eran:

2° Un reloj de bolsillo Omega, propiedad del que esto escribe. No resultó lo bueno que se esperaba. Oficialmente, no pudo nunca conseguirse un verdadero cronómetro.

3° Un teodolito Breithaupt, de un alcance de diez segundos, en muy buen estado.

4° Un termómetro.

5° Un barómetro aneroide.

6° Para la iluminación del retículo y la lectura de los nonius nos valimos, en el puesto San Martín, de una lámpara de cambista, a falta de algo mejor. Un peón debía sostener la lámpara y obedecía con escasa inteligencia las indicaciones del observador. Los nonius sólo podían leerse con gasto excesivo de atención. Algunas noches también utilizamos un tubo radiotrón alimentándolo con la batería misma de nuestro equipo radiotelefónico. En Avía Teray ya contamos con lamparitas eléctricas portátiles y cada observador manejaba la suya. Este simple detalle puede explicar a los entendidos los mejores resultados obtenidos allí.

IV

MÉTODO Y PROCEDIMIENTOS

Una hora antes de recibirse los tops de la dársena norte del puerto de Buenos Aires, se determinaba el tiempo local observando alturas de estrellas situadas cerca del vertical primario, al este y al oeste. Se obtenía así cierta corrección cronométrica C_1 correspondiente al tiempo T_1 del reloj.

Recibidos los tops radiotelefónicos en la forma que se explicará en seguida, volvían a observarse otras estrellas, con lo que se obtenía una nueva corrección cronométrica C_2 correspondiente a la época T_2.

Expresando T_1 y T_2 en horas y fracciones decimales de hora, y C_1 y C_2 en segundos, la marcha del reloj es en segundos por minuto:

$$\mu = \frac{C_2 - C_1}{60\,(T_2 - T_1)}.$$

Si un top radiotelefónico fué recibido a la época T del reloj, la corrección cronométrica correspondiente es:

$$C = C_1 - \mu\,(T_1 - T)\,60;$$

o también:

$$C = C_2 - \mu\,(T_2 - T)\,60.$$

Sumando ambas expresiones y reduciendo, se obtiene:

$$C = \frac{C_1 + C_2}{2} - 30\mu\,(T_1 + T_2 - 2T). \qquad (1)$$

Esta fórmula da la corrección del reloj a la época o lectura T en que se recibe determinado top radiotelefónico. El top queda registrado cuando en Greenwich es la época T_0 conocida. En el lugar es, evidentemente, la época $T + C$; luego, la longitud de dicho lugar es

$$\omega = T_0 - (T + C), \text{ al O. de Greenw.} \qquad (2)$$

La fórmula (1), de un empleo cómodo, fué deducida por el autor, posteriormente a la reducción de las observaciones astronómicas que nos ocupan. De ahí que los cuadros IX y XXVII [1] no siguen la pauta que indica la fórmula (1), pero los resultados, claro está, concuerdan

[1] Por razones de imprenta se ha invertido el orden de colocación de los cuadros que figuran con los números XXVII y XXVIII.

en ambas vías. Los cuadros que van más adelante son fieles transcripciones del trabajo original, hecho por dos personas que ahora no están en contacto, y entregado, hace tiempo, a una repartición oficial. Si hoy examináramos nuevamente los cálculos tal vez nos guiara, en determinados puntos, otro criterio para el ajuste y finura de las observaciones.

Los tops de la dársena norte se registraban de la siguiente manera: a la hora 9 y 54 minutos se echaba un último vistazo a la instalación y uno de los operadores se colocaba los micrófonos disponiéndose a manipular para dar con la onda emitida por Buenos Aires. Instalado cómodamente, podía leer el segundero del reloj a la luz de un farol de campaña. Cuando oía el final de las *rayas,* se aplicaba al reloj, a ojo desnudo o por intermedio de una lentecita de bolsillo; seguía al segundero tranquilamente, y esperaba el *top* dado por la dársena, anotándolo inmediatamente. Oído el segundo o tercer top se cambiaba de operador y... ésto es todo. Fácil de explicar, no tan fácil de hacer. Ante todo, es necesario el dominio de sí mismo y este dominio reina sólo cuando cada uno tiene la absoluta convicción de que todo está en forma. Nada de apuros y mucha seriedad en el trabajo. Cuando el operador sabe que el teodolito ha sido minuciosamente corregido e instalado, que la lámpara funciona bien, que el cronometrista lee sin esfuerzo los quintos de segundo, que la estrella que se observa es, con toda seguridad, *tal* estrella; cuando llega el día en que el observador da los tops con fría atención, perfectamente seguro, sin cansarse inútilmente y hasta con la displicencia propia del que doma un fenómeno, entonces sale todo bien y *no puede ser de otro modo.*

V

DETERMINACIONES DE TIEMPO MEDIO LOCAL

Como se ha dicho, dos fueron los operadores y cada uno observaba por noche dos estrellas cerca del vertical primario, una al este y otra al oeste. De cada estrella se observaban diez alturas, cinco con el círculo zenital a la izquierda y cinco a la derecha, manteniendo rigurosamente centrada la burbuja del nivel zenital. Se obtenían así, cada noche, cuarenta valores de la corrección cronométrica y se eliminaban los que resultaban defectuosos, tal como puede verse

en los cuadros. El error de índice, aunque siempre era pequeño, no se tenía en cuenta, desde que cada estrella se observaba con las dos posiciones del círculo zenital. Leída cada altura en ambos nonius, su promedio se corregía de la refracción, teniendo en cuenta las indicaciones del termómetro y del barómetro. La refracción normal R_N se reducía a refracción verdadera R_V por medio de

$$R_V = R_N (1 + \alpha A)(1 + \beta B). \tag{3}$$

que es fácil deducir siguiendo las notaciones que da la *Connaissance des temps*. R_N, A, B, α y β son valores tabulados en dicha efemérides.

Con las alturas verdaderas se aplicaba la conocida fórmula:

$$\cos t = \operatorname{sen} h \sec \varphi \sec \delta - \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta \tag{4}$$

cuya diferenciación total

$$dt = \frac{1}{\operatorname{sen} A \cos \varphi} dz + \frac{\cos q}{\operatorname{sen} A \cos \varphi} d\delta - \frac{1}{\operatorname{tg} A \cos \varphi} d\varphi \tag{5}$$

indica, como es sabido, las condiciones más favorables de observación. Ajustándonos en lo posible a ellas es que elegíamos estrellas de regular altura y escasa declinación, situadas cerca del vertical primero. Como sen A y tg A cambian de signo según que el astro observado esté al este o al oeste, se deduce que si se observan dos estrellas en azimutes casi iguales, a uno y otro lado del meridiano, la corrección cronométrica obtenida promediando las determinaciones con ambas estrellas, quedará libre de los errores dz (errores instrumental y sistemático) y $d\varphi$. De $d\delta$ no vale la pena hablar, pues se eligen estrellas fundamentales cuyas coordenadas son de una precisión muy superior a la que es posible alcanzar con el método y los medios empleados; y en cuanto a φ, fué obtenida con un error inferior a $\pm 0''7$ por medio de una numerosa serie de Gauss. Algunos de los Gauss se utilizaron también en las determinaciones de tiempo local y es sólo en tal concepto que figuran más adelante.

VI

CRÍTICA DEL MÉTODO Y DE LOS RESULTADOS

Se sabe que existen varios métodos para determinar el tiempo y que, teóricamente, el método por alturas aisladas de una misma

estrella no es el mejor. Pero en cuanto se hace intervenir el tipo de instrumento en la discusión, las conclusiones cambian. Si el instrumento a emplear es un teodolito de tipo común, sin niveles Talcott; si el cielo del lugar está nublado con frecuencia y si la humedad empaña rápidamente los lentes, el método de alturas aisladas *es el más seguro* y, en cuanto a su precisión, es sobradamente satisfactorio si se cumplen todas las exigencias que hemos enumerado. El método da mucho: importa no descuidar los detalles.

Daremos una idea de lo que era nuestro trabajo, en lo que respecta a las observaciones astronómicas. Nótese que el trabajo giraba al rededor de la recepción de las señales horarias radiotelefónicas. Tal recepción era lo capital y lo más difícil de obtener. Si hubiéramos contado con un cielo continuamente puro y con nivel Talcott, tal vez nos habríamos decidido por el método de Stechert. Pero, ¿qué hacer con un programa preparado, si mientras observamos una estrella por un lado, se nubla el cielo por el otro y hay que determinar el tiempo a toda costa? ¿Cuántos Gauss, por ejemplo, nos quedaban truncos? Muchos. Sin duda, el método por alturas aisladas es el más independiente de las contingencias que pueden presentarse: tropiezo con una de las patas del trípode (suceso rarísimo, es cierto); mal funcionamiento de la lamparita en el momento que es necesaria; tops reconocidos como defectuosos (mal dados o mal recibidos); etc.

Pasando ahora al examen de los resultados, se nota en seguida que el reloj no era un cronómetro, es decir, un instrumento que mide el tiempo con un error que varía en proporción directa con el tiempo mismo. Ya se dijo que no pudo conseguirse un cronómetro. Sin embargo, como el error cronométrico se determinaba inmediatamente antes y después de los tops radiotelefónicos, la corrección que nos era necesaria quedaba encerrada entre tan estrechos límites que la variación de la marcha horaria poca influencia podía ejercer.

En cuanto al registro de los tops radiotelefónicos, también se nota en seguida que los recibidos por el ingeniero Lascano no concuerdan con los del autor, sin que pueda hablarse propiamente de *ecuación personal,* por cuanto las diferencias no son de signo constante. En particular, tenemos los tops del 2 de junio: mientras Lascano registra tres veces seguidas 32^s6, Aramburo registra dos veces 33^s0. Ahora bien: si a las observaciones astronómicas de Lascano, del mismo día, les aplicáramos el top 32^s6, encontraríamos como valor de la longitud del lugar (véase cuadro IX):

Época cronométrica del top radiotelefónico....	$10^h01^m32^s60$
Corrección cronométrica....................	4 29.62
Top radiotelefónico en T_m loc..............	9 57 02.98
Top radiotelefónico en T_m Greenwich........	14 00 00.00
Longitud del lugar.........................	4 02 57.02

es decir, un resultado más concordante con los demás del mismo Lascano. Pero veamos lo que pasaría con las observaciones de Aramburo, del mismo día, si colocáramos 32^s6 en lugar de 33^s0 (véase cuadro XXVII). Resultarían completamente desmejorados tres de los resultados más exactos y concordantes, obtenidos por métodos astronómicos distintos. El 32^s6 de Lascano conviene a las propias observaciones de Lascano y el 33^s0 de Aramburo conviene a las propias observaciones de Aramburo. ¿Estaríamos, pues, en presencia del valor de la diferencia de ecuación personal entre los dos operadores? Difícilmente llegaríamos por este lado a ningún resultado. En el caso de los tops radiotelefónicos, el operador los *oye* y él mismo los anota, mientras que en las observaciones astronómicas el operador *ve* cómo la imagen estelar cruza el hilo horizontal del retículo y da el top que lo anota el *otro* operador. Por lo demás, del comentario de un solo ejemplo nada serio puede deducirse.

Pasemos ahora a los errores de observación. Deberemos considerar englobados los del observador con los del cronometrista. Los más importantes serían los errores de top, los de lectura instrumental y los de lectura cronométrica, pero aun cuando el trabajo fué realizado con máxima prolijidad, sería de escaso interés e insegura la determinación del error probable de observación. Tendríamos un error de observación Lascano-Aramburo o Aramburo-Lascano, según los casos. El atento examen de todo nos conduciría a conclusiones positivas acerca de la ecuación personal de los dos operadores. Pero el trabajo es de tan escaso valor científico, que no vale la pena insistir, so pena de ser tachados de cultores del macaneo científico. Tomemos, simplemente, los cuadros de las observaciones y, echándoles un vistazo, podremos decir que se sacó un buen rendimiento de los instrumentos empleados: que los tops eran dados oportunamente, que los niveles fueron constantemente atendidos y que el cronometrista era un correcto lector.

De entre las numerosas determinaciones individuales de tiempo sacamos las siguientes, que permiten formar criterio sobre el error global de observación y que justifican, en parte, la presencia de dos

cifras decimales en las correcciones cronométricas y en los valores de la longitud :

	Correcciones cronométricas	Promedios	v	vv
	$-5^m 05^s.32$		$0^s.00$	0,0000
Mayo 30	5.25	$-5^m 05^s.32$	0.07	49
con ε *Sagitarii*	5.32		0.00	0
	5.38		0.06	36
	—4 46.83		0.06	36
Junio 1	46.77	—4 46.77	0.00	0
con ε *Sagitarii*	46.79		0.02	4
	46.68		0.09	81
	—4 46.12		0.01	1
Junio 1	46.23	—4 46.11	0.11	121
con β *Leonis*	46.00		0.11	121
	46.08		0.03	9
Junio 6	—4 51.70		0.04	16
con α *Virginis*	51.73	—4 51.74	0.01	1
	51.80		0.06	36
	$n = 15$	$m = 4$	$[vv] =$	0,0511

Error probable de observación :

$$e = 0,6745 \sqrt{\frac{[vv]}{n - m}} = 0,6745 \sqrt{\frac{0,0511}{11}} = \pm 0^s.07.$$

Este resultado concuerda con la realidad, poco más o menos. En efecto, el error más grueso, en nuestro caso, sería el de lectura cronométrica y recordando que el segundero del reloj marcaba quintos de segundo, se deduce que el error máximo de lectura es de 0^s1.

El autor quiere parar de antemano la objeción, muy justa, de que no tiene significado real el empleo de dos cifras decimales en los segundos de arco, al efectuar las reducciones de las alturas instrumentales a verdaderas. Una cifra decimal sí puede admitirse, por cuanto ya solían aparecer décimos al promediar las lecturas de los nonius. La segunda cifra decimal es sólo el fruto de un exceso de proligidad dirigido a asegurar la exactitud de los décimos, pero sin que el calculista le asignara valor consecutivo; en efecto, puede verse en las reducciones que los t sólo se calculaban al segundo.

Faltaría agregar dos palabras sobre el empleo de logaritmos a seis decimales *(Tablas de G. Friocourt,* edición estereotípica). Para el caso, consideremos las observaciones de β *Leonis,* estrella que estaba en condiciones favorables (declinación pequeña y azimut próximo a 90°).

Tomemos un ángulo horario cualquiera de cualquier día. Sea el primero del día 2 de junio (cuadro XV):

$$\log \cos t = 9{,}829764 \qquad \therefore \qquad t = 47^\circ 29' 25''.$$

En la tabla de logaritmos citada, a seis decimales, los valores inmediatos inferior y superior al logaritmo coseno que acaba de escribirse son:

$$\begin{array}{lcll} 9{,}829752 & \multirow{2}{*}{35} & t = 47^\circ 29' 30'' & \multirow{2}{*}{15''.} \\ 9{,}829787 & & t = 47 \;\; 29\; 15 & \end{array}$$

De las diferencias se deduce que 35 unidades del sexto orden decimal hacen variar en 15″ al ángulo horario *t*. En una tabla a seis decimales, la última cifra puede tener un error que no alcanza a media unidad, evidentemente. A lo sumo, pues, el error de *t*, con tablas de seis decimales, podrá alcanzar a $\frac{15'' \times 0{,}5}{35} = 0''2$. Con frecuencia hemos hallado para correcciones del reloj, valores de un mismo grupo que diferían *entre sí* de 0^s05, y aún menos, o sea de $\sim 0''7$.

Si aplicamos las mismas consideraciones a una tabla de cinco decimales hallaremos que el error puede alcanzar a 2″5 ó 0^s17, que es ya superior al error de lectura cronométrica. Luego, no puede considerarse proligidad excesiva el empleo hecho de una tabla de logaritmos a seis decimales.

VII

OCULTACIÓN DE ESTRELLAS POR LA LUNA

En distintos puntos del trazado de la línea férrea de Metán a Barranqueras pudimos observar, en total, cuatro ocultaciones.

Este método de determinación de longitudes es, sin duda, muy elegante, tanto astronómica como matemáticamente considerado, pero para el ingeniero destacado en comisión de estudios sobre el terreno, concluye por ser un método rebelde y antipático. Exige demasiadas condiciones que rara vez consíguese juntar. Generalmente, las estrellas ocultadas son de pequeña magnitud (5ª o 6ª, rara vez de 4ª y excepcionalmente de 2ª o 3ª); de manera que si la Luna ya pasó su cuarto creciente, su luz prepondera en forma tal que, visualmente,

la ocultación tiene lugar *antes* de producirse el fenómeno, astronómicamente hablando.

Es absolutamente imposible ver con un teodolito la inmersión si la Luna está grande y la estrella es chica. Agréguese a esto que, no viéndose el borde obscuro de la Luna, el observador no puede seguir la marcha del fenómeno, permanece inquieto porque no ve cuándo va a producirse el contacto, su vista se cansa y, de golpe, queda sorprendido por la desaparición de la estrella. Decir sorpresa es decir duda, y el trabajo está perdido porque antes de que reaccione el observador podrán haber transcurrido uno o dos segundos.

Buenas ocultaciones pueden observarse cuando la Luna tiene pocos días: su borde obscuro se destaca nítidamente y el observador contempla descansadamente el fenómeno.

Finalmente, un gran porcentaje de las ocultaciones fallan o por haber alcanzado ya la Luna su ocaso o por mal tiempo. Para observar una ocultación no se necesita aprendizaje teórico alguno, pero se necesita una formidable práctica.

Aparte de estas consideraciones, que podríamos llamar extrínsecas del fenómeno, están las intrínsecas, la Luna misma. Flammarion, en su libro *Las tierras del cielo,* admite la probabilidad de que la Luna tenga una atmósfera mucho más liviana que la nuestra, justamente a raíz de que, en *numerosas* ocultaciones de estrellas por la Luna, se ha visto proyectada la estrella *dentro del disco lunar* durante un intervalo de tiempo superior, a veces, a cuatro segundos. Es seria y abundante la documentación que trae Flammarión, de manera que no se trata de hechos aislados. También puede pensarse en las montañas lunares, ya que algunas de ellas alcanzan una altura de 7600 metros, verdadera y objetivamente, pues no habiendo mar, la altura del macizo no sufre el descuento que en la tierra puede alcanzar al 50 por ciento.

Tomemos un ejemplo concreto de ocultación de una estrella y calculemos la influencia que sobre la época del top puede ejercer la interposición de una montaña de 7600 metros.

El 25 de septiembre de 1922, en un paraje que la Comisión de estudios citada denominó «El Medanito», a la latitud $\varphi = 25°38'06''$, se observó la ocultación de la estrella φ *Ophiochi,* de magnitud 4,4. Trazada la trayectoria de la estrella sobre el disco lunar, se encontró que era una cuerda que estaba con el diámetro en la relación de 5 : 5,4. Siendo D = 3476 km., la trayectoria que mencionamos vale 3218,5 kilómetros. Según el cálculo de la predicción del fenómeno,

la inmersión de la estrella debía producirse a las 12^h10^m y la emersión a las $13^h13^m30^s$. Intervalo total de la ocultación: $1^h03^m30^s = 3810$ segundos. Si la estrella, con relación a la Luna, necesitó 3810 segundos para recorrer 3218,5 kilómetros, ¿cuántos segundos necesita para recorrer los 7,6 kilómetros de una montaña, supuesta colocada en aquel momento de perfil, en el borde mismo del *disco* lunar? ¡Necesita nueve segundos! Según que la estrella entre al disco por la cima de una montaña o por el fondo de un valle, la ocultación se producirá nueve segundos antes o nueve segundos después. Aún cuando supusiéramos que el disco ideal que pertenece al diámetro D de la Luna, equidiste de la cima y de la sima, tendríamos siempre un error probable de 4^s5. Claro está que hay pocas montañas de altura tan considerable; claro está que hay poca probabilidad de que una de ellas esté de perfil en la época de la ocultación y que hay poca probabilidad también de que la estrella encuentre a la tal montaña en su trayectoria. Pero es que aun con montañas de 1000 metros ya no sería tolerable el error. En resumen: dejen las ocultaciones los ingenieros de campaña y lleven consigo un equipo radiotelefónico. Obtendrán resultados mucho mejores y podrán bailar de contento con música de arriba.

APÉNDICE

A mediados del año 1924, estando nosotros en Avía Teray, llegó una comisión astronómica expeditiva, destacada del Instituto geográfico militar, división Geodesia.

Esta comisión determinó las coordenadas geográficas de varios puntos notables del norte de la República, empleando la radiotelegrafía en cuanto a las longitudes.

El equipo radiotelegráfico era igual al nuestro (receptor AR-1300 y detector amplificador AA-1400), pero la estación, en conjunto, era notablemenie superior. Así, tenía dos cronómetros, Nardin y Bond, con contacto eléctrico, un cronómetro acompañante Nardin y un cronógrafo a diapasón Fénon.

También el teodolito del Instituto era superior al nuestro: un teodolito universal Bamberg, con círculos de 13 centímetros a microscopios micrométricos, y provisto de nivel Talcott. Con tan calificados elementos se explica que la comisión aplicara el método de Stechert para las determinaciones de tiempo medio local.

El ingeniero Hansen, jefe de la comisión, y su compañero, un joven alto y bien plantado que, entre dos bostezos, mataba serpientes de cascabel, permanecieron unos quince días en Avía Teray bajo un cielo obstinadamente encapotado. Se fué el astrónomo y al día siguiente lució el Sol con insultante derroche.

En una excelente monografía, que hemos hojeado gracias a una fina atención del ingeniero don Félix Aguilar, jefe de la mencionada división Geodesia, dice el autor que «hicieron pie en diez y seis estaciones con resultado positivo en todas menos una, pues en Avía Teray el mal tiempo no permitió una sola observación astronómica durante dos semanas y se resolvió continuar la gira ante tan excesiva demora». Nada más.

Una de las pocas veces que tuvimos el placer de conversar con el ingeniero Hansen, ya que nuestro campamento estaba a unas cinco leguas de Avía Teray sobre el trazado ferroviario en construcción, se nos preguntó cuales eran los resultados encontrados por nosotros en el año anterior, como valores de la longitud y latitud geográficas de Avía Teray. Dimos los resultados que, por otra parte, están grabados en la chapa de un mojón de quebracho colorado de 2 metros de longitud y $0{,}3 \times 0{,}3$ metros de sección transversal, casi totalmente enterrado y empotrado en un amplio macizo de hormigón.

Atento a la persistencia del nublado y a las determinaciones ya hechas por nosotros, el señor Hansen resolvió retirarse en plazo perentorio, a pesar de tener su instalación montada y a punto de funcionar.

La monografía en cuestión que, según se nos ha informado, será publicada en lo que falta del corriente año, consta de un texto con diez y seis planillas, nueve láminas y fotografías y diez y seis planos de las situaciones locales y geográficas de los puntos observados. El error probable de las longitudes geográficas, promedio de quince valores finales, resultó ser de $\pm$ 0^s09.

En la página 69 damos un plano de nuestras estaciones astronómicas en Avía Teray, plano que es indispensable conocer, puesto que la longitud del lugar fué determinada a pocos metros del edificio de la estación del ferrocarril y luego transportada al *vértice* de la curva que conduce a Campo Largo.

Cuadro I. — Determinación del tiempo m

(2,2) α *Hydrae,* al

$\omega \sim 4^h02^m57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim -26°41'26''$

θ_0 Gr.	$4^h27^m53^s.93$
Corrección tabla VI.	39.91
θ_0 lug.	$4^h28^m33^s.84$

Log tg φ	9.70134^n
Log tg δ	9.16552^n
Log b	8.86686
Log sec φ	0.04893
Log sec δ	0.00460
Log sec φ sec δ	0.05353

	Círculo a la izquierda				
z_{ap}	65°11'05".00	65°19'50".00	65°26'30".00	65°34'07".50	65°39'57".5
h_{ap}	24 48 55.00	24 40 10.00	24 33 30.00	24 25 52.50	24 20 02.5
R_N	2 09.30	2 10.20	2 10.90	2 11.60	2 12.2
R_V	2 02.70	2 03.60	2 04.60	2 05.20	2 05.8
h_V	24°46'52".30	24°38'06".40	24°31'25".40	24°23'47".30	24°17'56".7
Log sec φ sec δ	0.05353	0.05353	0.05353	0.05353	0.05353
Log sen h	9.62237	9.61995	9.61812	9.61600	9.61437
Log a	9.67590	9.67348	9.67165	9.66953	1.66790
Log b	8.86686	8.86686	8.86686	8.86686	8.86686
R	0.80904	0.80662	0.80479	0.80267	0.80104
Log sustr.	0.07326	0.07370	0.07405	0.07444	0.07474
Log cos t	9.60264	9.59978	9.59760	9.59509	9.59316
$t°$	66°23'18".00	66°33'07".00	66°40'37".00	66°49'10".00	66°55'41".0
t^h	$4^h25^m33^s.20$	$4^h26^m12^s.47$	$4^h26^m42^s.47$	$4^h27^m16^s.67$	$4^h27^m42^s.7$
$\alpha - \theta_0$ lug.	4 55 14.95	4 55 14.95	4 55 14.95	4 55 14.95	4 55 14.9
	9 20 48.15	9 21 27.42	9.21 57.42	9 22 31.62	9 22 57.6
—Correc. tab. V.	—1 31.87	—1 31.98	—1 32.06	—1 32.16	—1 32.2
T_m loc.	9 19 16.28	9 19 55.44	9 20 25.36	9.20 59.46	9 21 25.4
Top	9 24 22.50	9.25 01.50	9 25 30.80	9 26 04.60	9 26 32.0
Correc. cronom.	**$-5^m06^s.22$**	$-5^m06^s.06$	$-5^m05^s.44$	$-5^m05^s.14$	**$-5^m06^s.5$**

Correcci

Con C. I. = $-5^m06^s.4$

Definitiv

l, en Avía Teray, el 30 de mayo de 1923

= $9^h23^m48^s.79$; $\delta = -8°19'43''.1$

Observador : Lascano
Cronometrista : Aramburo

Presión	759 mm
Temperatura......	+13°

A................	—0.0475
B................	—0.0013
α................	1.006
β................	1.001
$(1 + \alpha A)(1 + \beta B)$..	0.951

Círculo a la derecha

293°59'05".00	293°51'12".50	293°43'07".50	293°34'17".50	193°23'05".00
23 59 05.00	23 51 12.50	23 43 07.50	23 34 17.50	23 23 05.00
2 14.40	2 15.20	2 16.00	2 17.00	2 18.20
2 07.90	2 08.80	2 09.60	2 10.50	2 11.60
23°56'57".10	23°49'03".70	23°40'57".90	23°32'07".00	23°20'53".40
0.05353	0.05353	0.05353	0.05353	0.05353
9.60845	9.60619	9.60387	9.60131	9.59804
9.66198	9.65972	9.65740	9.65484	9.65157
8.86686	8.86686	8.86686	8.86686	8.86686
0.79512	0.79612	0.79286	0.79054	0.78471
0.07587	0.07630	0.07675	0.07724	0.07788
9.58611	9.58342	9.58065	9.57760	9.57369
67°19'14".00	67°28'06".00	67°37'10".00	67°47'04".00	67°59'38".00
$4^h29^m16^s.93$	$4^h29^m52^s.40$	$4^h30^m28^s.67$	$4^h31^m08^s.27$	$4^h31^m58^s.53$
4 55 14.95	4 45 14.95	4 55 14.95	4 55 14.95	4 55 14.95
9 24 31.88	9.25 07.35	9 25 43.62	9 26 23.22	9 27 13.48
—1 32.48	—1 32.56	—1 32.68	—1 32.79	—1 32.92
9 22 59.40	9 23 34.79	9 24 10.94	9 24 50.43	9 25 40.56
9 28 04.50	9 28 40.60	9 29 16.40	9 29 56.00	9 30 47.00
$-5^m05^s.10$	**$-5^m05^s.81$**	**$-5^m05^s.46$**	**$-5^m05^s.57$**	$-5^m06^s.44$

ronométrica

on C. D. = $-5^m05^s.61$;
$-5^m06^s.00$ a 9^h27^m

Cuadro I. — Determinación del tiempo [illegible] local, en Avía Teray, el 30 de mayo de 1923

(2,2) *α Hydrae*, α[illegible] = $9^h23^m48^s.79$; $\delta = -8°19'43''.1$

$\omega \sim 4^h02^m57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim -26°41'26''$

Observador : Lascano
Cronometrista : Aramburo

θ_0 Gr.	$4^h27^m53^s.93$
Correccion tabla VI.	39.91
θ_0 lug.	$4^h28^m33^s.84$

Log tg φ	9.70134n
Log tg δ	9.16552n
Log b	8.86686
Log sec φ	0.04893
Log sec δ	0.00460
Log sec φ sec δ	0.05353

Presión	759 mm
Temperatura	+13°

A	—0.0475
B	—0.0013
α	1.006
β	1.001
$(1+\alpha A)(1+\beta B)$	0.951

	Círculo a la izquierda					Círculo a la derecha				
z_{op}	65°11'05".00	65°19'50".00	65°26'30".00	65°34'07".50	65°39'5[illegible]	29[illegible] 59'05".00	293°51'12".50	293°13'07".50	293°34'17".50	193°23'05".00
h_{op}	24 48 55.00	24 40 10.00	24 33 30.00	24 25 52.50	24 20 0[illegible]	23 59 05.00	23 51 12.50	23 43 07.50	23 34 17.50	23 23 05.00
R_N	2 09.30	2 10.20	2 10.90	2 11.60	2 12[illegible]	2 14.40	2 15.20	2 16.00	2 17.00	2 18.20
R_V	2 02.70	2 03.60	2 04.60	2 05.20	2 05[illegible]	2 07.90	2 08.80	2 09.60	2 10.50	2 11.60
h_V	24°46'52".30	24°38'06".40	24°31'25".40	24°23'47".30	24°17'56[illegible]	23°56'57".10	23°49'03".70	23°40'57".90	23°32'07".00	23°20'53".40
Log sec φ sec δ	0.05353	0.05353	0.05353	0.05353	0.05353	0.05353	0.05353	0.05353	0.05353	0.05353
Log sen h	9.62237	9.61995	9.61812	9.61600	9.61437	9.60845	9.60619	9.60387	9.60131	9.59804
Log a	9.67590	9.67348	9.67165	9.66953	1.66790	9.66198	9.65972	9.65740	9.65484	9.65157
Log b	8.86686	8.86686	8.86686	8.86686	8.86686	8.86686	8.86686	8.86686	8.86686	8.86686
R	0.80904	0.80662	0.80479	0.80267	0.80104	0.79512	0.79612	0.79286	0.79054	0.78471
Log sustr.	0.07326	0.07370	0.07405	0.07444	0.07474	0.07587	0.07630	0.07675	0.07724	0.07788
Log cos t	9.60264	9.59978	9.59760	9.59509	9.59316	9.58611	9.58342	9.58065	9.57760	9.57369
$t°$	66°23'18".00	66°33'07".00	66°40'37".00	66°49'10".00	66°55'41[illegible]	6[illegible] 11".00	67°28'06".00	67°37'10".00	67°47'04".00	67°59'38".00
t^h	$4^h25^m33^s.20$	$4^h26^m12^s.47$	$4^h26^m42^s.47$	$4^h27^m16^s.67$	4^h27^m42[illegible]	$4^h29^m16^s.93$	$4^h29^m52^s.40$	$4^h30^m28^s.67$	$4^h31^m08^s.27$	$4^h31^m58^s.53$
$\alpha - \theta_0$ lug.	4 55 14.95	4 55 14.95	4 55 14.95	4 55 14.95	4 55 14[illegible]	4 55 14.95	4 45 14.95	4 55 14.95	4 55 14.95	4 55 14.95
	9 20 48.15	9 21 27.42	9.21 57.42	9 22 31.62	9 22 57[illegible]	9 24 31.88	9.25 07.35	9 25 43.62	9 26 23.22	9 27 13.48
—Correc. tab. V.	—1 31.87	—1 31.98	—1 32.06	—1 32.16	—1 32[illegible]	—1 32.48	—1 32.56	—1 32.68	—1 32.79	—1 32.92
T_m loc.	9 19 16.28	9 19 55.44	9 20 25.36	9.20 59.46	9 21 25[illegible]	9 22 59.40	9 23 34.79	9 24 10.94	9 24 50.43	9 25 40.56
Top	9 24 22.50	9.25 01.50	9 25 30.80	9 26 04.60	9 26 32[illegible]	9 28 04.50	9 28 40.60	9 29 16.40	9 29 56.00	9 30 47.00
Correc. cronom.	**$-5^m06^s.22$**	$-5^m06^s.06$	$-5^m05^s.44$	$-5^m05^s.14$	**-5^m06**[illegible]	$-5^m05^s.10$	**$-5^m05^s.81$**	**$-5^m05^s.46$**	**$-5^m05^s.57$**	$-5^m06^s.44$

Corre[illegible] *crono*[illegible]

Con C. I. = -5^m06[illegible] Con [illegible] D. = $-5^m05^s.61$;

Definiti[illegible] a 9^h27^m

Cuadro II. — Determinación del tiempo me

(2,7) ζ *Sagittarii,* al E

$\omega \sim 4^h 02^m 57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim -26°41'26''$

θ_0 Gr.	$4^h 27^m 53^s 93$
Corrección tabla VI.	39.91
θ_0 lug.	$4^h 28^m 33^s 84$

Log tg φ	9.70134^n
Log tg δ	9.76123^n
Log b	9.46257
Log sec φ	0.04893
Log sec δ	0.06242
Log sec φ sec δ	0.11135

	Círculo a la izquierda				
z_{ap}	51°19′52″50	51°10′50″00	50°59′15″00	50°47′37″50	50°39′35″00
h_{ap}	38 40 07.50	38 49 10.00	39 00 45 00	39 12 22.50	39 20 25.00
R_N	1 15.00	1 14.60	1 14.10	1 13.50	1 13.20
R_V	1 11.60	1 11.20	1 10.80	1 10.20	1 09.80
h_V	38°38′55″90	38°47′58″80	38°59′34″20	39°11′12″30	39°19′15″20
Log sec φ sec δ . .	0.11135	0.11135	0.11135	0.11135	0.11135
Log sen h	9.79556	9.79699	9·79880	9.80061	9.80186
Log a	9.90691	9.90834	9.91015	9.91191	9.91321
Log b	9.46257	9.46257	9.46257	9.46257	9.46257
R	0.44434	0.44577	0.44758	0.44939	0.45064
Log sustr......	0.19346	0.19266	0.19165	0.19069	0.18997
Log cos t	9.71345	9.71568	9.71850	9.72127	9.72324
$t°$	58°52′19″00	58°41′37″00	58°27′59″00	58°14′28″00	58°04′47″00
t^h	$20^h 04^m 30^s 73$	$20^h 05^m 13^s 53$	$20^h 06^m 08^s 07$	$20^h 07^m 02^s 13$	$20^h 07^m 40^s 87$
$\alpha - \theta_0$ lug......	14 29 11.34	14 29 11.34	14 29 11.34	14 29 11.34	14 29 11.34
	10 33 42.07	10 34 24.87	10 35 19.41	10 36 13.47	10 36 52.21
—Correc. tab.V.	—1 43.82	—1 43.93	—1 44.08	—1 44.23	—1 44.33
T_m local.......	10 31 58.25	10 32 40.94	10 33 35.33	10 34 29.24	10 35 07.88
Top...........	10 37 05.20	10 37 47.80	10 38 42.60	10 39 37.00	10 40 14.50
Correc. cronom.	$-5^m 06^s 95$	$-5^m 06^s 86$	$-5^m 07^s 27$	$-5^m 07^s 76$	$-5\ 06^s 62$

Correcció

Con C. I. = $-5^m 06^s 81$

Definitiva

c en Avía Teray, el 30 de mayo de 1923

$= 18^h 57^m 45^s.18$; $\delta = -29°59'16''.7$

Observador : Lascano
Cronometrista : Aramburo

Presión .... 759 mm
Temperatura...... +12°

A	—0.0440
B	—0.0013
α...............	1.002
β...............	1.001
$(1 + \alpha A)(1 + \beta B)$..	0.955

Círculo a la derecha

09°52′05″00	310°01′40″00	310°12′47″50	310°20′15″00	310°33′05″00
39 52 05.00	40 01 40.00	40 12 47.50	40 20 15.00	40 33 05 00
1 11.90	1 11.50	1 11.00	1 10.60	1 10.10
1 08.50	1 08.20	1 07.70	1 07.40	1 06.90
39°50′56″50	40°00′31″80	40°11′39″80	40°19′07″60	40°31′58″10
0.11135	0.11135	0.11135	0.11135	0.11135
9.80670	9.80815	9.80982	9.81093	9.81281
9.91805	9.91950	9.92117	9.92228	9.92416
9.46257	9.46257	9.46257	9.46257	9.46257
0.45548	0.45693	0.45860	0.45971	0.46159
0.18733	0.18655	0.18566	0.18507	0.18407
9.73072	9.73295	9.73551	9.73721	9.74009
57°27′27″00	57°16′09″00	57°03′04″00	56°54′20″00	56°39′24″00
$20^h10^m10^s.20$	$20^h10^m55^s.40$	$20^h11^m47^s.73$	$20^h12^m22^s.67$	$20^h13^m22^s.40$
14 29 11.34	14 29 11.34	14 29 11.34	14 29 11.34	14 29 11.34
10 39 21.54	10 40 06.74	10 40 59.07	10 41 34.01	10 42 33.74
—1 44.74	—1 44.87	—1 45.01	—1 45.10	—1 45.27
10 37 36.80	10 38 21.87	10 39 14.06	10 39 48.91	10 40 48.47
10 42 43.00	10 43 28.50	10 44 20.20	10 44 55.40	10 45 56.20
$-5^m06^s.20$	**$-5^m06^s.63$**	**$-5^m06^s.14$**	**$-5^m06^s.49$**	$-5^m07^s.73$

nométrica

a C. D. $= -5^m06^s.39$

$^m06^s.60$ a 10^h41^m

Cuadro II. — Determinación del tiempo local, en Avía Teray, el 30 de mayo de 1923

(2,7) ξ *Sagittarii*, α = $18^h57^m45^s.18$; δ = −29°59′16″.7

ω ∼ $4^h02^m57^s$ O. Greenwich
φ ∼ −26°41′26″

Observador : Lascano
Cronometrista : Aramburo

θ_0 Gr.	$4^h27^m53^s.93$
Corrección tabla VI.	39.91
θ_0 lug.	$4^h28^m33^s.84$

Log tg φ	9.70134n
Log tg δ	9.76123n
Log *b*	9.46257
Log sec φ	0.04893
Log sec δ	0.06242
Log sec φ sec δ	0.11135

Presión	759 mm
Temperatura	+12°

A	−0.0440
B	−0.0013
α	1.002
β	1.001
(1 + αA) (1 + βB)	0.955

	Círculo a la izquierda					Círculo a la derecha				
z_{ap}	51°19′52″.50	51°10′50″.00	50°59′15″.00	50°47′37″.50	50°39′5[illegible]	309°52′05″.00	310°01′40″.00	310°12′47″.50	310°20′15″.00	310°33′05″.00
h_{ap}	38 40 07.50	38 49 10.00	39 00 45 00	39 12 22.50	39 20 25.0[illegible]	39 52 05.00	40 01 40.00	40 12 47.50	40 20 15.00	40 33 05 00
R_γ	1 15.00	1 14.60	1 14.10	1 13.50	1 13.[illegible]	1 11.90	1 11.50	1 11.00	1 10.60	1 10.10
R_ζ	1 11.60	1 11.20	1 10.80	1 10.20	1 09.[illegible]	1 08.50	1 08.20	1 07.70	1 07.40	1 06.90
h_ζ	38°38′55″.90	38°47′58″.80	38°59′34″.20	39°11′12″.30	39°19′1[illegible]	39°50′56″.50	40°00′31″.80	40°11′39″.80	40°19′07″.60	40°31′58″.10
Log sec φ sec δ	0.11135	0.11135	0.11135	0.11135	0.11135	0.11135	0.11135	0.11135	0.11135	0.11135
Log sen *h*	9.79556	9.79699	9.79880	9.80061	9.80186	9.80670	9.80815	9.80982	9.81093	9.81281
Log *a*	9.90691	9.90834	9.91015	9.91191	9.91321	9.91805	9.91950	9.92117	9.92228	9.92416
Log *b*	9.46257	9.46257	9.46257	9.46257	9.46257	9.46257	9.46257	9.46257	9.46257	9.46257
R	0.44434	0.44577	0.44758	0.44939	0.45064	0.45548	0.45693	0.45860	0.45971	0.46159
Log sustr.	0.19346	0.19266	0.19165	0.19069	0.18997	0.18733	0.18655	0.18566	0.18507	0.18407
Log cos *t*	9.71345	9.71568	9.71850	9.72127	9.72324	9.73072	9.73295	9.73551	9.73721	9.74009
t^o	58°52′19″.00	58°41′37″.00	58°27′59″.00	58°14′28″.00	58°04′47[illegible]	57[illegible]27″.00	57°16′09″.00	57°03′04″.00	56°54′20″.00	56°39′24″.00
t^h	$20^h04^m30^s.73$	$20^h05^m13^s.53$	$20^h06^m08^s.07$	$20^h07^m02^s.13$	$20^h07^m40^s$[illegible]	20[illegible]10s.20	$20^h10^m55^s.40$	$20^h11^m47^s.73$	$20^h12^m22^s.67$	$20^h13^m22^s.40$
α − θ_0 lug.	14 29 11.34	14 29 11.34	14 29 11.34	14 29 11.34	14 29 11[illegible]	14 29 11.34	14 29 11.34	14 29 11.34	14 29 11.34	14 29 11.34
	10 33 42.07	10 34 24.87	10 35 19.41	10 36 13.47	10 36 52.[illegible]	10 39 21.54	10 40 06.74	10 40 59.07	10 41 34.01	10 42 33.74
−Correc. tab. V.	−1 43.82	−1 43.93	−1 44.08	−1 44.23	−1 44.[illegible]	−1 44.74	−1 44.87	−1 45.01	−1 45.10	−1 45.27
T_m local	10 31 58.25	10 32 40.94	10 33 35.33	10 34 29.24	10 35 07[illegible]	10 [illegible] 36.80	10 38 21.87	10 39 14.06	10 39 48.91	10 40 48.47
Top	10 37 05.20	10 37 47.80	10 38 42.60	10 39 37.00	10 40 1[illegible]	10 [illegible] 43.00	10 43 28.50	10 44 20.20	10 44 55.40	10 45 56.20
Correc. cronom.	**$-5^m06^s.95$**	**$-5^m06^s.86$**	$-5^m07^s.27$	$-5^m07^s.76$	**−5 06[illegible]**	**$-5^m06^s.20$**	**$-5^m06^s.63$**	**$-5^m06^s.14$**	**$-5^m06^s.49$**	$-5^m07^s.73$

Corrección cronométrica

Con C. I. = $-5^m06^s.8$[illegible] Con C. D. = $-5^m06^s.39$

Definitiva $-5^m06^s.60$ a 10^h41^m

Cuadro III. — Determinación del tiempo m

(2,2) *α Hydrae*, al

$\omega \sim 4^h02^m57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim -26°41'26''$

θ_0 Gr.	$4^h35^m47^s.04$
Corrección tabla VI.	+39.91
θ_0 lug.	$4^h36^m26^s.95$

Log tg φ	9.701344^n
Log tg δ	9.165522^n
Log b	8.866866
Log sec φ	0.048932
Log sec δ	0.004604
Log sec φ sec δ	0.053536

	Círculo a la izquierda				
z_{ap}	61°43′05″00	61°49′40″00	61°56′05″00	62°01′57″50	62°07′55″
h_{ap}	28 16 55.00	20 10 20.00	28 03 55.00	27 58 02.50	27 52 05.
R_N	1 51.29	1 51.80	1 52.30	1 52.76	1 53.
R_V	1 45.71	1 46.19	1 46.66	1 47.14	1 47.
h_V	28°15′09″29	28°08′33″81	22°02′08″34	27°56′15″36	27°50′17″
Log sec φ sec δ	0.053536	0.053536	0.053536	0.053536	0.053536
Log sec h	9.675191	9.673638	9.672116	9.670719	9.669295
Log a	9.728727	9.727174	9.725652	9.724255	9.722831
Log b	8.866866	8.866866	8.866866	8.866866	8.866888
R	9.138139	9.139692	9.141214	9.142611	9.144035
Log sustr.	9.935785	9.935538	9.935294	9.935069	9.934840
Log cos t	9.664512	9.662712	9.660946	9.659324	9.657671
t^o	62°29′34″00	62°36′58″00	62°44′11″00	62°50′47″00	62°57′29″
t^h	$4^h09^m58^s.27$	$4^h10^m27^s.87$	$4^h10^m56^s.73$	$4^h11^m23^s.13$	$4^h11^m49^s$
$\alpha - \theta_0$ lug.	4 47 24.82	4 47 21.82	4 47 21.82	4 47 21.82	4 47 21.
	8 57 20.09	8 57 49.69	8 58 18.55	8 58 44.95	8 59 11.
—Correc. tab. V.	—1 28.03	—1 28.11	—1 28.19	—1 28.26	—1 28.
T_m local	8 55 52.06	8 56 21.78	8 56 50.36	8 57 16.69	8 57 43.
Top	9 00 36.50	9 01 05.20	9 01 34.00	9 02 00.20	9 02 27.
Correc. cronom.	$-4^m44^s.44$	**$-4^m43^s.42$**	**$-4^m43^s.64$**	**$-4^m43^s.51$**	-4^m43^s

Correcc

Con C. I. = $-4^m43^s.5$

Definitiv

en Avía Teray, el 1º de junio de 1923

$9^h23^m48^s.77$; $\delta = -8°19'42''.9$

Observador : Lascano
Cronometrista : Aramburo

Presión	758 mm
Temperatura......	+13°

A	—0.0475
B	—0.0026
α................	1.004
β................	1.000
$(1 + \alpha A)(1 + \beta B)$..	0.9498

Círculo a la derecha

297°36′57″50	297°29′30″00	297°22′15″00	297°13′20″00	297°06′02″50
27 36 57.50	27 29 30.00	27 22 15.00	27 13 20.00	27 06 02.50
1 54.43	1 55.03	1 55.63	1 56.37	1 56.97
1 48.66	1 49.23	1 49.80	1 50.56	1 51.13
27°35′08″84	27°27′40″77	27°20′25″20	27°11′29″44	27°04′11″37
0.053536	0.053536	0.053536	0.053536	0.053536
9.665652	9.662842	9.662073	9.659884	9.658084
9.719188	9.717378	9.715609	9.713420	9.711620
8.866866	8.866866	8.866866	8.866866	8.866866
9.147678	9.149488	9.151267	9.153446	9.155246
9.934245	9.933949	9.933657	9.933294	9.932995
9.653433	9.651327	9.649266	9.646714	9.644615
63°14′30″00	63°22′53″00	63°31′02″00	63°41′03″00	63°49′15″00
$4^h12^m58^s.00$	$4^h13^m31^s.53$	$4^h14^m04^s.13$	$4^h14^m44^s.20$	$4^h15^m17^s.00$
4 47 21.82	4 47 21.82	4 47 21.82	4 47 21.82	4 47 21.82
9 00 19.82	9 00 53.35	9 01 25.95	9 02 06.02	9 02 38.82
—1 28.52	—1 28.61	—1 28.70	—1 28.81	—1 28.90
8 58 51.30	8 59 24.74	8 59 57.25	9 00 37.21	9 01 09.92
9 03 39.00	9 04 12.00	9 04 44.80	9 05 24.00	9 05 56.80
$-4^m47^s.70$	$-4^m47^s.26$	$-4^m47^s.55$	**$-4^m46^s.79$**	**$-4^m46^s.88$**

onométrica

on C. D. $= -4^m46^s.83$
$4^m45^s.17$ a 9^h03^m

Cuadro III. — Determinación del tiempo [illegible] en Avía Teray, el 1º de junio de 1923

$\omega \sim 4^h 02^m 57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim -26°41'26''$

(2,2) *α Hydrae*, [illegible] $9^h 23^m 48^s 77$; $\delta = -8°19'42''9$

Observador : Lascano
Cronometrista : Aramburo

θ_0 Gr.	$4^h 35^m 47^s 04$
Corrección tabla VI.	+39.91
θ lug.	$4^h 36^m 26^s 95$

Log tg φ	9.701314n
Log tg δ	9.165522n
Log b	8.866866
Log sec φ	0.048932
Log sec δ	0.004604
Log sec φ sec δ	0.053536

Presión	758 mm
Temperatura	+13°

A	−0.0475
B	−0.0026
α	1.004
β	1.000
(1 + αA) (1 + βB)	0.9498

	Círculo a la izquierda					Círculo a la derecha				
z_{ap}	61°13′05″00	61°49′40″00	61°56′05″00	62°01′37″50	62°07′[illegible]	297°36′57″50	297°29′30″00	297°22′15″00	297°13′20″00	297°06′02″50
h_{ap}	28 16 55.00	20 10 20.00	28 03 55.00	27 58 02.50	27 52 0[illegible]	27 36 57.50	27 29 30.00	27 22 15.00	27 13 20.00	27 06 02.50
R_N	1 51.29	1 51.80	1 52.30	1 52.76	1 5[illegible]	1 54.43	1 55.03	1 55.63	1 56.37	1 56.97
R_V	1 45.71	1 46.19	1 46.66	1 47.14	1 4[illegible]	1 48.66	1 49.23	1 49.80	1 50.56	1 51.13
h_v	28°15′09″29	28°08′33″81	22°02′08″34	27°56′15″36	27°50′[illegible]	27°3[illegible]′08″84	27°27′40″77	27°20′25″20	27°11′29″44	27°04′11″37
Log sec φ sec δ	0.053536	0.053536	0.053536	0.053536	0.053[illegible]	0.053536	0.053536	0.053536	0.053536	0.053536
Log sec h	9.675191	9.673638	9.672116	9.670719	9.669[illegible]	9.665652	9.662842	9.662073	9.659884	9.658084
Log a	9.728727	9.727174	9.725652	9.724255	9.722[illegible]	9.719188	9.717378	9.715609	9.713420	9.711620
Log b	8.866866	8.866866	8.866866	8.866866	8.866[illegible]	8.866866	8.866866	8.866866	8.866866	8.866866
R	9.138139	9.139692	9.141214	9.142611	9.144[illegible]	9.147678	9.149488	9.151267	9.153446	9.155246
Log sustr.	9.935785	9.935538	9.935294	9.935069	9.934[illegible]	9.934245	9.933949	9.933657	9.933294	9.932995
Log cos t	9.664512	9.662712	9.660946	9.659324	9.657[illegible]	9.653433	9.651327	9.649266	9.646714	9.644615
$t°$	62°29′34″00	62°36′58″00	62°44′11″00	62°50′47″00	62°57′[illegible]	63°[illegible]′30″00	63°22′53″00	63°31′02″00	63°41′03″00	63°49′15″00
t^h	$4^h 09^m 58^s 27$	$4^h 10^m 27^s 87$	$4^h 10^m 56^s 73$	$4^h 11^m 23^s 13$	$4^h 11^m$[illegible]	$4^h 12^m 58^s 00$	$4^h 13^m 31^s 53$	$4^h 14^m 04^s 13$	$4^h 14^m 44^s 20$	$4^h 15^m 17^s 00$
$\alpha - \theta$ lug.	4 47 24.82	4 47 21.82	4 47 21.82	4 47 21.82	4 47 2[illegible]	4 17 21.82	4 47 21.82	4 47 21.82	4 47 21.82	4 47 21.82
	8 57 20.09	8 57 49.69	8 58 18.55	8 58 44.95	8 59 1[illegible]	9 00 19.82	9 00 53.35	9 01 25.95	9 02 06.02	9 02 38.82
—Correc. tab. V.	−1 28.03	−1 28.11	−1 28.19	−1 28.26	−1 2[illegible]	−1 28.52	−1 28.61	−1 28.70	−1 28.81	−1 28.90
T_m local	8 55 52.06	8 56 21.78	8 56 50.36	8 57 16.69	8 57 4[illegible]	8 58 51.30	8 59 24.74	8 59 57.25	9 00 37.21	9 01 09.92
Top	9 00 36.50	9 01 05.20	9 01 34.00	9 02 00.20	9 02 2[illegible]	9 03 39.00	9 04 12.00	9 04 44.80	9 05 24.00	9 05 56.80
Correc. cronom.	$-4^m 44^s 44$	**$-4^m 43^s 42$**	**$-4^m 43^s 64$**	**$-4^m 43^s 51$**	$-4^m 4$[illegible]	$-4^m 47^s 70$	$-4^m 47^s 26$	$-4^m 47^s 55$	**$-4^m 46^s 79$**	**$-4^m 46^s 88$**

Corr[illegible] *cronom* [illegible]

Con C. I. = $-4^m 4$[illegible] Con C. D. = $-4^m 46^s 83$

Defin[illegible] -4^m [illegible] 17 a $9^h 03^m$

Cuadro IV. — Determinación del tiempo m

(2,7) ζ *Sagittarii*, al

$\omega \sim 4^h02^m57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim -26°41'26''$

θ_0 Gr.	$4^h35^m47^s.04$
Corrección tabla VI.	$+39^s.91$
θ_0 lug.	$4^h36^m26^s.95$

Log tg φ.	9.701355^n
Log tg δ.	9.761229^n
Log b.	9.462573
Log sec φ.	0.048932
Log sec δ.	0.062417
Log sec φ sec δ.	0.111349

	Círculo a la izquierda				
z_{ap}.	56°13′47″.50	56°03′40″.00	55°55′27″.50	55°47′10″.00	55°40′42″
h_{ap}	33 46 12.50	33 56 20.00	34 04 32.50	34 12 50.00	34 19 17.
R_N.	1 29.66	1 29.10	1 28.64	1 28.19	1 27.
R_V.	1 26.17	1 25.59	1 25.11	1 24.72	1 24.
h_V	33°44′46″.33	33°54′54″.41	34°03′07″.39	34°11′25″.28	34°17′53″
Log sec φ sec δ. .	0.111349	0.111349	0.111349	0.111349	0.111349
Log sen h.	9.744696	9.746606	9.748146	9.749693	9.750894
Log a	9.856045	9.857955	9.859495	9.891042	9.862243
Log b	9.462573	9.462573	9.462573	9.462573	9.462573
R	9.606528	9.604618	9.603078	9.601531	9.600330
Log sust.	9.775147	9.776438	9.777472	9.778504	9.779301
Log cos t	9.631192	9.634393	9.636967	9.639546	9.641544
$t°$.	64°40′30″.00	64°28′27″.00	64°18′42″.00	64°08′50″.00	64°01′09″
t^h.	$4^h18^m42^s.00$	$4^h17^m53^s.80$	$4^h17^m14^s.80$	$4^h11^m35^s.33$	$4^h16^m04^s$
$\alpha - \theta_0$ lug.	14 21 18.28	14 21 18.28	14 21 18.28	14 21 18.28	14 21 18.
	10 02 36.28	10 03 24.48	10 04 03.48	10 04 42.95	10 05 13.
—Correc. tab.V.	—1 38.72	—1 38.85	—1 38.96	—1 39.07	—1 39.
T_m local.	10 00 57.56	10 01 45.63	10 02 24.52	10 03 03.88	19 03 34.
Top.	10 05 43.00	10 06 31.80	10 07 11.50	10 07 50.00	10 08 21.
Correc. cronom.	$-4^m45^s.44$	$-4^m46^s.17$	$-4\ 46^s.98$	$-4^m46^s.12$	-4^m46^s

Correc

Con C. I. = $-4^m46^s.1$

Definitiv

en Avía Teray, el 1º de junio de 1923

$18^h57^m45^s.23$; $\delta = -29°59'16''.7$

Observador : Lascano
Cronometrista : Aramburo

Presión .... 761 mm
Temperatura...... +11°

A	—0.0405
B	+0.0013
α	1.002
β	1.000
$(1 + \alpha A)(1 + \beta B)$..	0.9606

Círculo a la derecha

04°36′55″00	304°45′42″50	304°54′07″50	305°04′10″00	305°24′25″00
34 36 55.00	34 45 42.50	34 54 07.50	35 04 10.00	35 24 25.00
1 26.88	1 26.40	1 25.95	1 25.42	1 24.37
1 23.48	1 23.00	1 22.61	1 22.03	1 21.07
34°35′31″52	34°44′19″50	34°52′44″89	35°02′47.97	35°23′03″93
0.111349	0.111349	0.111349	0.111349	0.111349
9.754141	9.755749	9.757280	9.759096	9.762724
9.865490	9.867098	9.868629	9.870445	9.874073
9.462573	9.462573	9.462573	9.462573	9.462573
9.597083	9.595475	9.593944	9.592128	9.587500
9.781440	9.782489	9.783482	9.784647	9.786962
9.646930	9.649587	9.652111	9.655092	9.661035
63°40′13″00	63°29′46″00	63°19′46″00	63°07′52″00	62°43′49″00
$4^h14^m40^s.87$	$4^h13^m59^s.07$	$4^h13^m19^s.07$	$4^h12^m31^s.47$	$4^h10^m55^s.27$
14 21 18.28	14 21 18.28	14 21 18.28	14 21 18.28	14 21 18.28
10 06 37.41	10 07 19.21	10 07 59.21	10 08 46.81	10 10 23.01
—1 39.38	—1 39.49	—1 39.60	—1 39.73	—1 40.00
10 04 58.03	10 05 39.72	10 06 19.61	10 07 07.08	10 08 43.01
10 09 44.00	10 10 25.20	10 11 05.00	10 11 52.60	10 13 28.80
$-4^m45^s.97$	$-4^m45^s.48$	$-4^m45^s.39$	$-4^m45^s.52$	$-4^m45^s.79$

nométrica

n C. D. $= -4^m45^s.46$
$4^m45^s.80$ a 10^h09^m

Cuadro IV. — Determinación del tiempo [illegible]al, en Avía Teray, el 1º de junio de 1923

(2,7) ξ *Sagittarii*, $\alpha = 18^h57^m45^s.23$; $\delta = -29°59'16''.7$

$\omega \sim 4^h02^m57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim -26°41'26''$

Observador : Lascano
Cronometrista : Aramburo

θ_0 Gr.	$4^h35^m47^s.04$
Corrección tabla VI.	$+39^s.91$
θ_0 lug.	$4^h36^m26^s.95$

Log tg φ	9.70135[illegible]
Log tg δ	9.761229_n
Log b	9.462573
Log sec φ	0.048932
Log sec δ	0.062417
Log sec φ sec δ	0.111349

Presión	761 mm
Temperatura	+11°

A	−0.0405
B	+0.0013
α	1.002
β	1.000
$(1+\alpha A)(1+\beta B)$	0.9606

	Círculo a la izquierda					Círculo a la derecha				
z_{ap}	56°13′47″50	56°03′40″00	55°55′27″50	55°47′10″00	55°40′4…	304°36′55″00	304°45′42″50	304°54′07″50	305°04′10″00	305°24′25″00
h_{ap}	33 46 12.50	33 56 20.00	34 04 32.50	34 12 50.00	34 19 17…	34 36 55.00	34 45 42.50	34 54 07.50	35 04 10.00	35 24 25.00
R_N	1 29.66	1 29.10	1 28.64	1 28.19	1 27…	1 26.88	1 26.40	1 25.95	1 25.42	1 24.37
R_V	1 26.17	1 25.59	1 25.11	1 24.72	1 24…	1 23.48	1 23.00	1 22.61	1 22.03	1 21.07
h_V	33°44′46″33	33°54′54″41	34°03′07″39	34°11′25″28	34°17′53…	34°35′31″52	34°44′19″50	34°52′44″89	35°02′47.97	35°23′03″93
Log sec φ sec δ	0.111349	0.111349	0.111349	0.111349	0.1113…	0.111349	0.111349	0.111349	0.111349	0.111349
Log sen h	9.744696	9.746606	9.748146	9.749693	9.7508…	9.754141	9.755749	9.757280	9.759096	9.762724
Log a	9.856045	9.857955	9.859495	9.891042	9.8622…	9.865490	9.867098	9.868629	9.870445	9.874073
Log b	9.462573	9.462573	9.462573	9.462573	9.4625…	9.462573	9.462573	9.462573	9.462573	9.462573
R	9.606528	9.604618	9.603078	9.601531	9.6003…	9.597083	9.595475	9.593944	9.592128	9.587500
Log sust.	9.775147	9.776438	9.777472	9.778504	9.7793…	9.781440	9.782489	9.783482	9.784647	9.786962
Log cos t	9.631192	9.634393	9.636967	9.639546	9.6415…	9.646930	9.649587	9.652111	9.655092	9.661035
t^o	64°40′30″00	64°28′27″00	64°18′42″00	64°08′50″00	64°01′0…	63°10′13″00	63°29′46″00	63°19′46″00	63°07′52″00	62°43′49″00
t^h	$4^h18^m42^s00$	$4^h17^m53^s80$	$4^h17^m14^s80$	$4^h11^m35^s33$	4^h16^m0…	$4^h14^m40^s87$	$4^h13^m59^s07$	$4^h13^m19^s07$	$4^h12^m31^s47$	$4^h10^m55^s27$
$\alpha - \theta_0$ lug.	14 21 18.28	14 21 18.28	14 21 18.28	14 21 18.28	14 21 1…	14 21 18.28	14 21 18.28	14 21 18.28	14 21 18.28	14 21 18.28
	10 02 36.28	10 03 24.48	10 04 03.48	10 04 42.95	10 05 13…	10 06 37.41	10 07 19.21	10 07 59.21	10 08 46.81	10 10 23.01
—Correc. tab. V.	−1 38.72	−1 38.85	−1 38.96	−1 39.07	−1 39…	−1 39.38	−1 39.49	−1 39.60	−1 39.73	−1 40.00
T_m local	10 00 57.56	10 01 45.63	10 02 24.52	10 03 03.88	19 03 3…	10 01 58.03	10 05 39.72	10 06 19.61	10 07 07.08	10 08 43.01
Top	10 05 43.00	10 06 31.80	10 07 11.50	10 07 50.00	10 08 2…	10 [illegible] 14 00	10 10 25.20	10 11 05.00	10 11 52.60	10 13 28.80
Correc. cronom.	-4^m45^s44	-4^m46^s17	$-4\ 46^s98$	-4^m46^s12	-4^m46…	-4^m45^s97	-4^m45^s48	-4^m45^s39	-4^m45^s52	-4^m45^s79

Corre[illegible]cronométrica

Con C. I. $= -4^m46$[illegible] Con C. D. $= -4^m45^s46$

Definiti[illegible] -4^m45^s80 a 10^h09^m

Cuadro V. — Determinación del tiempo m

$\omega \sim 4^h02^m57^s$. O. Greenwich
$\varphi \sim -26°41'26''$

(2,2) *α Hydrae*, al

θ_0 Gr.	$4^h39^m43^s.60$
Corrección tabla VI.	+39.91
θ_0 lug.	$4^h40^m23^s.51$

Log tg φ	9.701344^n
Log tg δ	9.165524^n
Log b	8.866868
Log sec φ	0.048932
Log sec δ	0.004604
Log sec φ sec δ	0.053536

	Círculo a la izquierda				
z_{ap}	63°35'20".00	63°44'20".00	63°52'07".50	63°57'57".50	64°04'47".
h_{ap}	26 24 40.00	26 15 40.00	26 07 52.50	26 02 02.50	25 55 12.
R_N	2 00.50	2 01.30	2 02.00	2 02.50	2 03.
R_V	1 54.90	1 55.60	1 56.30	1 56.80	1 57.
h_V	26°22'45".10	26°13'44.40	26°05'56".20	26°00'05".70	25°53'15".
Log sec φ sec δ	0.053536	0.053536	0.053536	0.053536	0.053536
Log sen h	9.647686	9.645383	9.643377	9.641867	9.640089
Log a	9.701222	9.698919	9.696913	9.695403	9.693625
Log b	8.866868	8.866868	8.866868	8.866868	8.866868
R	9.165646	9.167949	9.169955	9.171415	9.173243
Log sustr.	9.931236	9.930840	9.930485	9.930231	9.929920
Log cos t	9.632458	9.629759	9.627398	9.625634	9.623545
$t°$	64°35'45".00	64°45'51".00	64°54'38".00	65°01'09".00	65°08'51".
t^h	4^h18 $23^s.00$	$4^h19^m03^s.40$	$4^h19^m38^s.53$	$4^h20^m04^s.60$	$4^h20^m35^s.$
$\alpha - \theta_0$ lug.	4 43 25.25	4 23 25.25	4 23 25.25	4 23 25.25	4 23 25.
	9 01 48.25	9 02 28.65	9 03 03.78	9 03 29.85	9 04 00.
—Correc. tab. V.	—1 28.76	—1 28.87	—1 28.97	—1 29.04	—1 29.
T_m local	9 00 19.50	9 00 59.80	9 01 34.80	9 02 00.80	9 02 31.
Top	9.04 49.20	9 05 28.40	9 06 02.40	9 06 29.80	9 07 01.
Correc. cronom.	**$-4^m29^s.70$**	$-4^m28^s.60$	$-4^m27^s.60$	$-4^m29^s.00$	**$-4^m29^s.$**

Correcc

Con C. I. = $-4^m29^s.$;
Definiti

en Avía Teray, el 2 de junio de 1923

$^{h}23^{m}48^{s}.76$; $\delta = -8°19'43''$

Observador : Lascano
Cronometrista : Aramburo

Presión	758 mm
Temperatura......	+12°

A	—0.0440
B	—0.0026
α...............	1.005
β...............	1.001
$(1+\alpha A)(1+\beta B)$..	0.9533

Círculo a la derecha

5°29′37″.50	295°20′10″.00	295°11′05″.00	295°04′30″.00	294°58′05″.00
5 29 37.50	25 20 10.00	25 11 05.00	25 04 30.00	24 58 05.00
2 05.40	2 06.30	2 07.20	2 07.80	2 08.40
1 59.50	2 00.40	2 01.30	2 01.80	2 02.40
5°27′38″.00	25°18′09″.60	25°09′03″.70	25°02′28″.20	24°56′02″.60
0.053536	0.053536	0.053536	0.054536	0.053536
9.633357	9.630835	9.628394	9.626617	9.624875
9.686893	9.684391	9.681930	9.680153	9.678411
8.816868	8.866868	8.866868	8.866868	8 866868
9.179975	9.182497	9.184938	9.186715	9.188457
9.928730	9.928278	9.927539	9.927518	9.927199
9.615623	9.612649	9.609769	9.607671	9.605610
55°37′34″.00	65°48′11″.00	65°58′24″.00	66°05′47″.00	66°12′59″.00
$4^{h}22^{m}30^{s}.27$	$4^{h}23^{m}12^{s}.73$	$4^{h}23^{m}53^{s}.60$	$4^{h}24^{m}23^{s}.13$	$4^{h}24^{m}51^{s}.93$
4 23 25.25	4 23 25.25	4 23 25.25	4 23 25.25	4 23 25.25
9 05 55.52	9 06 37.98	9 07 18.85	9 07 48.38	9 08 17.18
—1 29.44	—1 29.55	—1 29.66	—1 29.74	—1 29.82
9 04 26.10	9 05 08.40	9 05 49.20	9 06 18.60	9 06 47.40
9 08 56.60	9 09 38.80	9 10 20.20	9 10 49.00	9 11 18.50
$-4^{m}30^{s}.50$	$-4^{m}30^{s}.40$	**$-4\ 31^{s}.00$**	—4 30.40	**$-4^{m}31^{s}.10$**

iométrica

ı C. D. $= -4^{m}30^{s}.87$

$^{m}30^{s}.28$ a $9^{h}08^{m}$

Cuadro V. — Determinación del tiempo local, en Avía Teray, el 2 de junio de 1923

(2,2) α *Hydrae*, α = 9h23m48s76; δ = −8°19'43"

ω ∼ 4h02m57s O. Greenwich
φ ∼ −26°41'26"

Observador : Lascano
Cronometrista : Aramburo

θ Gr.	4h39m43s60
Corrección tabla VI.	+39.91
θ lug.	4h40m23s51

Log tg φ	9.701311
Log tg δ	9.165521
Log b	8.866868
Log sec φ	0.048932
Log sec δ	0.004604
Log sec φ sec δ	0.053536

Presión	758 mm
Temperatura	+12°

A	−0.0440
B	−0.0026
α	1.005
β	1.001
(1 + αA) (1 + βB)	0.9533

	Círculo a la izquierda					Círculo a la derecha				
Z_{ap}	63°35'20"00	63°44'20"00	63°52'07"50	63°57'57"50	64°01'[illegible]	295°29'37"50	295°20'10"00	295°11'05"00	295°04'30"00	294°58'05"00
h_{ap}	26 24 40.00	26 15 40.00	26 07 52.50	26 02 02.50	25 5[illegible]	25 29 37.50	25 20 10.00	25 11 05.00	25 04 30.00	24 58 05.00
R_N	2 00.50	2 01.30	2 02.00	2 02.50	2 [illegible]	2 05.40	2 06.30	2 07.20	2 07.80	2 08.40
R_v	1 54.90	1 55.60	1 56.30	1 56.80	1 [illegible]	1 59.50	2 00.40	2 01.30	2 01.80	2 02.40
h_v	26°22'45"10	26°13'44.40	26°05'56"20	26°00'05"70	25°53'[illegible]	25°27'38"00	25°18'09"60	25°09'03"70	25°02'28"20	24°56'02"60
Log sec φ sec δ	0.053536	0.053536	0.053536	0.053536	0.053[illegible]	0.053536	0.053536	0.053536	0.054536	0.053536
Log sen h	9.647686	9.645383	9.643377	9.641867	9.64[illegible]	[illegible]	9.630835	9.628394	9.626617	9.624875
Log a	9.701222	9.698919	9.696913	9.695403	9.69[illegible]	[illegible]	9.684391	9.681930	9.680153	9.678411
Log b	8.866868	8.866868	8.866868	8.866868	8.86[illegible]	8.866868	8.866868	8.866868	8.866868	8 866868
R	9.165646	9.167949	9.169955	9.171415	9.1732[illegible]	[illegible]	9.182497	9.184938	9.186715	9.188457
Log sustr.	9.931236	9.930840	9.930485	9.930231	9.929[illegible]	[illegible]	9.928278	9.927539	9.927518	9.927199
Log cos t	9.632458	9.629759	9.627398	9.625634	9.62[illegible]	[illegible]	9.612649	9.609769	9.607671	9.605610
t°	64°35'45"00	64°45'51"00	64°54'38"00	65°01'09"00	65°08'5[illegible]	[illegible]	65°48'11"00	65°58'24"00	66°05'47"00	66°12'59"00
t^h	4h18m23s00	4h19m03s40	4h19m38s53	4h20m04s60	4h20m[illegible]	[illegible]	4h23m12s73	4h23m53s60	4h24m23s13	4h24m51s93
$\alpha - \theta_o$ lug.	4 43 25.25	4 23 25.25	4 23 25.25	4 23 25.25	4 23 [illegible]	[illegible]	4 23 25.25	4 23 25.25	4 23 25.25	4 23 25.25
	9 01 48.25	9 02 28.65	9 03 03.78	9 03 29.85	9 04 [illegible]	[illegible]	9 06 37.98	9 07 18.85	9 07 48.38	9 08 17.18
—Correc. tab. V.	−1 28.76	−1 28.87	−1 28.97	−1 29.04	−1 [illegible]	−1 [illegible].44	−1 29.55	−1 29.66	−1 29.74	−1 29.82
T_m local	9 00 19.50	9 00 59.80	9 01 34.80	9 02 00.80	9 02 [illegible]	9 [illegible] 26.10	9 05 08.40	9 05 49.20	9 06 18.60	9 06 47.40
Top	9.04 49.20	9 05 28.40	9 06 02.40	9 06 29.80	9 07 [illegible]	9 [illegible].60	9 09 38.80	9 10 20.20	9 10 49.00	9 11 18.50
Correc. cronom.	−4m29s70	−4m28s60	−4m27s60	−4m29s00	−4 2[illegible]	−[illegible] 30s50	−4m30s40	**−4 31s00**	−4 30.40	**−4m31s10**

Correc. cronom. ...

Con C. I. = −4m2[illegible] Con C[illegible] = −4m30s87

Defin[illegible] −4m30[illegible]

Cuadro VI. — Determinación del tiempo n

(2,2) *α Hydrae*, al

$\omega \sim 4^h 02^m 57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim -26°41'26''$

θ_0 Gr.	$4^h 55^m 29^s.82$
Corrección tabla VI.	+39.91
θ_0 lug.	$4^h 56^m 09^s.73$

Log tg φ	9.701344^n
Log tg δ	9.165516^n
Log b	8.866860
Log sec φ	0.048932
Log sec φ	0.004604
Log sec φ sec δ	0.053536

	Círculo a la izquierda				
z_{ap}	61°44'40".00	61°53'55".00	62°02'10".00	62°09'27".50	62°20'50".
h_{ap}	28 15 20.00	28 06 05.00	27 57 50.00	27 50 32.50	27 39 10.
R_N	1 51.41	1 52.12	1 52.77	1 53.35	1 54.
R_V	1 48.63	1 49.31	1 49.99	1 50.48	1 51.
h_V	28°13'31".37	28°04'15".69	27°56'00".01	27°48'42".02	27°37'18".
Log sec φ sec δ	0.053536	0.053536	0.053536	0.053536	0.053536
Log sen h	9.674808	9.672621	9.670658	9.668914	9.666175
Log a	9.728344	9.726157	9.724194	9.722450	9.719711
Log b	8.866860	8.866860	8.865860	8.866860	8.866860
R	9.138516	9.140703	9.142666	9.144410	9.147149
Log sustr.	9.935724	9.935376	9.935059	9.934778	9.934332
Log cos t	9.664068	9.661533	9.659253	9.657228	9.654043
$t°$	62°31'23".00	62°41'47".00	62°51'04".00	62°59'16".00	63°12'04".
t^h	$4^h 10^m 05^s.53$	$4^h 10^m 47^s.13$	$4^h 11^m 24^s.27$	$4^h 11^m 57^s.07$	$4^h 12^m 48^s.$
$\alpha - \theta_0$ lug.	4 27 38.98	4 27 38.98	4 27 38.98	4 27 38.98	4 27 38.
,	8 37 44.51	8 38 26.11	8 39 03.25	8 39 36.05	8 40 27.
—Correc. tab. V.	—1 24.82	—1 24.93	—1 25.04	—1 25.12	—1 25.
T_m local	8 36 19.69	8 37 01.18	8 37 38.21	8 38 10.93	8 39 01.
Top	8 41 17.00	8 41 57.40	8 42 35.00	8 43 08.00	8 43 58.
Correc. cronom.	$-4^m 57^s.31$	$-4^m 56^s.22$	$-4^m 56^s.79$	$-4^m 57^s.07$	$-4^m 56^s.$

Correcc

Con C. I. = $-4^m 56^s.$;
Definiti

c, en Avía Teray, el 6 de junio de 1923

$9^h23^m48^s.71$; $\delta = -8°19'42''.5$

Observador : Lascano
Cronometrista : Aramburo

Presión .... 761 mm
Temperatura....... +7°

A	—0.0261
B	+0.0013
α................	1.004
β................	1.000
$(1+\alpha A)(1+\beta B)$..	0.9751

Círculo a la derecha

297°24'15".00	297°14'45".00	297°05'35".00	296°58'05".00	296°47'52".50
27 24 15.00	27 14 45.00	27 05 35.00	26 58 05.00	26 47 52.50
1 55.47	1 56.25	1 57.01	1 57.63	1 58.48
1 52.62	1 53.31	1 54.09	1 54.67	1 55.55
27°22'22".38	27°12'51".69	27°03'40".91	26°56'10".33	26°45'56".95
0.053536	0.053536	0.053536	0.053536	0.053536
9.662550	9.660221	9.657958	9.656096	9.653545
9.716086	9.713757	9.711494	9.709632	9.707081
8.866860	8.866860	8.866860	8.866860	8.866860
9.150774	9.153103	9.155366	9.157228	9.159779
9.933738	9.933352	9.932975	9.932664	9.932234
9.649824	9.647109	9.644469	9.642296	9.639316
63°28'50".00	63°39'31".00	63°49'49".00	63°58'15".00	64.09'43".00
$4^h13^m55^s.33$	$4^h14^m38^s.07$	$4^h15^m19^s.27$	$4^h15^m53^s.00$	$4^h16^m38^s.87$
4 27 38.98	4 27 38.98	4 27 38.98	4 27 38.98	4 27 38.98
8 41 34.31	8 42 17.05	8 42 58.25	8 43 31.98	8 44 17.85
—1 25.45	—1 25.56	—1 25.68	—1 25.77	—1 25.89
8 40 08.86	8 40 51.49	8 41 32.57	8 42 06.21	8 42 51.96
8 45 05.00	8 45 48.40	8 46 29.40	8 47 03.40	8 47 48.40
$-4^m56^s.14$	$-4^m56^s.91$	$-4^m56^s.83$	$-4^m57^s.19$	$-4^m56^s.44$

onométrica

on C. D. $= -4^m56^s.98$

$4^m56^s.95$ a 8^h44^m

Cuadro VI. — Determinación del tiempo local, en Avía Teray, el 6 de junio de 1923

(2,2) *α Hydrae*, $\alpha = 9^h23^m18^s71$; $\delta = -8°19'42''5$

$\omega \sim 4^h02^m57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim -26°41'26''$

Observador : Lascano
Cronometrista : Aramburo

θ_0 Gr.	$4^h53^m29^s82$
Corrección tabla VI.	+39.91
θ_0 lug.	$4^h56^m09^s73$

Log tg φ	9.70131[illegible]
Log tg δ	9.16551[illegible]
Log b	8.866860
Log sec φ	0.048932
Log sec δ	0.004604
Log sec φ sec δ	0.053536

Presión	761 mm
Temperatura	+7°

A	−0.0261
B	+0.0013
α	1.004
β	1.000
$(1+\alpha A)(1+\beta B)$	0.9751

	Círculo a la izquierda					Círculo a la derecha				
z_{op}	61°44'40''00	61°53'55''00	62°02'10''00	62°09'27''50	62°20 [illegible]	297 21'15''00	297°14'45''00	297°05'35''00	296°58'05''00	296 47'52''50
h_{op}	28 15 20.00	28 06 05.00	27 57 50.00	27 50 32.50	27 39 [illegible]	27 24 15.00	27 14 45.00	27 05 35.00	26 58 05.00	26 47 52.50
R_λ	1 51.41	1 52.12	1 52.77	1 53.35	1 5[illegible]	1 55.47	1 56.25	1 57.01	1 57.63	1 58.48
R_λ	1 48.63	1 49.31	1 49.99	1 50.48	1 5[illegible]	1 52.62	1 53.31	1 54.09	1 54.67	1 55.55
h_λ	28°13'31''37	28°04'15''69	27°56'00''01	27°48'42''02	27°37'1[illegible]	27°22'22''38	27°12'51''69	27°03'40''91	26°56'10''33	26°45'56''95
Log sec φ sec δ	0.053536	0.053536	0.053536	0.053536	0.053[illegible]	0.053536	0.053536	0.053536	0.053536	0.053536
Log sen h	9.674808	9.672621	9.670658	9.668914	9.6661[illegible]	9.662550	9.660221	9.657958	9.656096	9.653545
Log a	9.728344	9.726157	9.724194	9.722450	9.719[illegible]	9.716086	9.713757	9.711494	9.709632	9.707081
Log b	8.866860	8.866860	8.865860	8.866860	8.866[illegible]	8.866860	8.866860	8.866860	8.866860	8.866860
R	9.138516	9.140703	9.142666	9.144410	9.1471[illegible]	9.150774	9.153103	9.155366	9.157228	9.159779
Log sustr.	9.935724	9.935376	9.935059	9.934778	9.934[illegible]	9.933738	9.933352	9.932975	9.932664	9.932234
Log cos t	9.664068	9.661533	9.659253	9.657228	9.6540[illegible]	9.649824	9.647109	9.644469	9.642296	9.639316
$t°$	62°31'23''00	62°41'47''00	62°51'04''00	62°59'16''00	63°12 [illegible]	6[illegible]''00	63°39'31''00	63°49'49''00	63°58'15''00	64.09'43''00
t^h	$4^h10^m05^s53$	$4^h10^m47^s13$	$4^h11^m24^s27$	$4^h11^m57^s07$	4^h12^m[illegible]	$4^h13^m55^s33$	$4^h14^m38^s07$	$4^h15^m19^s27$	$4^h15^m53^s00$	$4^h16^m38^s87$
$\alpha - \theta_0$ lug.	4 27 38.98	4 27 38.98	4 27 38.98	4 27 38.98	4 27 [illegible]	4 27 38.98	4 27 38.98	4 27 38.98	4 27 38.98	4 27 38.98
	8 37 44.51	8 38 26.11	8 39 03.25	8 39 36.05	8 40 [illegible]	8 41 34.31	8 42 17.05	8 42 58.25	8 43 31.98	8 44 17.85
−Correc. tab. V.	−1 24.82	−1 24.93	−1 25.04	−1 25.12	−1 [illegible]	−1 25.45	−1 25.56	−1 25.68	−1 25.77	−1 25.89
T_m local	8 36 19.69	8 37 01.18	8 37 38.21	8 38 10.93	8 39 [illegible]	8 40 08.86	8 40 51.49	8 41 32.57	8 42 06.21	8 42 51.96
Top	8 41 17.00	8 41 57.40	8 42 35.00	8 43 08.00	8 43 [illegible]	8 45 05.00	8 45 48.40	8 46 29.40	8 47 03.40	8 47 48.40
Correc. cronom.	-4^m57^s31	$-4\ 56^s22$	-4^m56^s79	-4^m57^s07	-4^m5[illegible]	$-4\ 56^s14$	-4^m56^s91	-4^m56^s83	-4^m57^s19	$-4\ 56^s44$

Co[illegible]cronom.

Con C. I. $= -4^m5$[illegible] Con C. D. $= -4^m56^s98$

Defin[illegible] $-4^m56^s.95$ a 8^h44^m

Cuadro VII. — Determinación del tiempo me

$\omega \sim 4^h 02^m 57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim -26°41'26''$

(1,2) α *Virginis* [Spica], al (

θ_0 Gr.	$4^h 55^m 29^s.82$
Corrección tabla VI.	+39.91
θ_0 lug.	$4^h 56^m 09^s.73$

Log tg φ	9.701344^n
Log tg δ	9.278923^n
Log b	8.980267
Log sec φ	0.048932
Log sec δ	0.007706
Log sec φ sec δ	0.056638

	Círculo a la izquierda				
z_{ap}	48°43′10″00	48°51′02″50	48°59′45″00	49°07′07″50	49°17′47″5
h_{ap}	41 16 50.00	41 08 57.50	41 00 15.00	40 52 52.50	40 42 12.5
R_N	1 08.37	1 08.68	1 09.03	1 09.32	1 09.7
R_V	1 07.20	1 07.50	1 07.79	1 08.09	1 08.5
h_V	41°15′42″80	41°07′50″00	40°59′07″21	40°51′44″41	40°41′03″9
Log sec φ sec δ	0.056638	0.056638	0.056638	0.056638	0.056638
Log sen h	9.819216	9.818079	9.816815	9.815740	9·814175
Log a	9.875854	9.874717	9.873453	9.872378	9.870813
Log b	8.980267	8.980267	8.980257	8.980267	8.980267
R	9.104413	9.105550	9.106814	9.107889	9.109454
Log sustr.	9.940926	9.940760	9.940575	9.940416	9.940186
Log cos t	9.816780	9.815477	9.814028	9.812794	9.810999
$t°$	49°01′07″00	49°10′03″00	49°19′56″00	49°28′19″00	49°40′25″0
t^h	$3^h 16^m 04^s.47$	$3^h 16^m 40^s.20$	$3^h 17^m 19^s.73$	$3^h 17^m 53^s.27$	$3^h 18^m 41^s.6$
$\alpha - \theta_0$ lug.	8 25 00.24	8 25 00.24	8 25 00.24	8 25 00.24	5 25 00.2
	11 41 04.71	11 41 40.44	11 42 19.97	11 42 53.51	11 43 41.9
—Correc. tab. V.	—1 54.85	—1 54.95	—1 55.06	—1 55.15	—1 55.2
T_m local	11 39 09.86	11 39 45.49	11 40 24.91	11 40 58.36	11 41 46.6
Top	11 44 04.00	11 44 39.50	11 45 18.60	11 45 51.80	11 46 39.0
Correc. cronom.	**$-4^m 54^s.14$**	**$-4^m 54^s.01$**	**$-4^m 53^s.69$**	**$-4^m 53^s.44$**	$-5^m 52^s.3$

Correcció

Con C. I. = $-4^m 53^s.95$

Definitiva

...l, en Avía Teray, el 6 de junio de 1923

$\alpha = 13^h 21^m 09^s.97$; $\delta = -10°45'43''.4$

Observador : Lascano
Cronometrista : Aramburo

Presión .... 761 mm
Temperatura....... +5°

A .... −0.0188
B .... +0.0013
α................ 1.002
β................ 1.000
$(1 + \alpha A)(1 + \beta B)$.. 0.9825

Círculo a la derecha

310°06′40″00	309°57′00″00	309°50′05″00	309°42′52″50	309°33′35″00
40 06 40.00	39 57 00.00	39 50 05.00	39 42 52.50	39 33 35.00
1 11.23	1 11.64	1 11.94	1 12.25	1 12.65
1 09.95	1 10.35	1 10.64	1 10.94	1 11.33
40°05′30″05	39°55′49″65	39°48′54″36	39°41′41″56	39°32′23″67
0.056638	0.056638	0.056638	0.056638	0.056638
9.808894	9.807439	9.806392	9.805296	9.803877
9.865532	9.864077	9.863030	9.861934	9.860515
8.980267	8.980267	8.980267	8.980267	8.980267
9.114735	9.116190	9.117237	9.118333	9.119752
9.939401	9.939183	9.939025	0.938860	9.938645
9.804933	9.803260	9.802055	9.800794	9.799160
50°20′42″00	50°31′38″00	50°39′29″00	50°47′38″00	50°58′09″00
$3^h 21^m 22^s.73$	$3^h 22^m 06^s.53$	$3^h 22^m 37^s.93$	$3^h 23^m 10^s.53$	$3^h 23^m 52^s.60$
8 25 00.24	8 25 00.24	8 25 00.24	8 25 00.24	8 25 00.24
11 46 22.97	11 47 06.77	11 47 38.17	11 48 10.77	11 48 52.84
−1 55.72	−1 55.84	−1 55.93	−1 56.02	−1 56.13
11 44 27.25	11 45 10.93	11 45 42.24	11 46 14.75	11 46 56.71
11 49 23.00	11 50 07.00	11 50 38.00	11 51 10.40	11 51 53.00
$-4^m 55^s.75$	$-4^m 56^s.07$	$-4^m 55^s.76$	$-4^m 55^s.65$	$-4^m 56^s.29$

...ronométrica

...on C. D. = $-4^m 55^s.72$

$-4^m 54^s.83$ a $11^h 48^m$

Cuadro VII. — Determinación del tiempo [illegible] local, en Avía Teray, el 6 de junio de 1923

(1,2) *α Virginis* [Spica], [illegible] = $13^h21^m09^s97$; $\delta = -10°45'43''4$

$\omega \sim 4^h02^m57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim -26°41'26''$

Observador : Lascano
Cronometrista : Aramburo

θ_0 Gr.	$4^h55^m29^s82$
Corrección tabla VI.	+39.91
θ_0 lug.	$4^h56^m09^s73$

Log tg φ	9.701[illegible]
Log tg δ	9.278923n
Log b	8.980267
Log sec φ	0.048932
Log sec δ	0.007706
Log sec φ sec δ	0.056638

Presión	761 mm
Temperatura	+5°

A	−0.0188
B	+0.0013
α	1.002
β	1.000
(1 + αA) (1 + βB)	0.9825

	Círculo a la izquierda					Círculo a la derecha				
Z_{ap}	48°43′10″00	48°51′02″50	48°59′45″00	49°07′07″50	49°17′[illegible]	310°06′40″00	309°57′00″00	309°50′05″00	309°42′52″50	309°33′35″00
h_{ap}	41 16 50.00	41 08 57.50	41 00 15.00	40 52 52.50	40 42 12.[illegible]	40 06 40.00	39 57 00.00	39 50 05.00	39 42 52.50	39 33 35.00
R_N	1 08.37	1 08.68	1 09.03	1 09.32	1 09.[illegible]	1 11.23	1 11.64	1 11.94	1 12.25	1 12.65
R_V	1 07.20	1 07.50	1 07.79	1 08.09	1 08.[illegible]	1 09.95	1 10.35	1 10.64	1 10.94	1 11.33
h_V	41°15′42″80	41°07′50″00	40°59′07″21	40°51′44″41	40°41′03″[illegible]	40°05′30″05	39°55′49″65	39°48′54″36	39°41′41″56	39°32′23″67
Log sec φ sec δ	0.056638	0.056638	0.056638	0.056638	0.05663[illegible]	0.056638	0.056638	0.056638	0.056638	0.056638
Log sen h	9.819216	9.818079	9.816815	9.815740	9.8141[illegible]	9.808894	9.807439	9.806392	9.805296	9.803877
Log a	9.875854	9.874717	9.873153	9.872378	9.870[illegible]	[illegible]	9.864077	9.863030	9.861934	9.860515
Log b	8.980267	8.980267	8.980257	8.980267	8.98026[illegible]	8.980267	8.980267	8.980267	8.980267	8.980267
R	9.104413	9.105550	9.106814	9.107889	9.1094[illegible]	9.114735	9.116190	9.117237	9.118333	9.119752
Log sustr.	9.940926	9.940760	9.940575	9.940416	9.9401[illegible]	9.939401	9.939183	9.939025	0.938860	9.938645
Log cos t	9.816780	9.815477	9.814028	9.812794	9.8109[illegible]	9.804933	9.803260	9.802055	9.800794	9.799160
t'	49°01′07″00	49°10′03″00	49°19′56″00	49°28′19″00	49°40′[illegible]	50°[illegible]′12″00	50°31′38″00	50°39′29″00	50°47′38″00	50°58′09″00
t^h	$3^h16^m04^s47$	$3^h16^m40^s20$	$3^h17^m19^s73$	$3^h17^m53^s27$	$3^h18^m41^s$[illegible]	$3^h21^m22^s73$	$3^h22^m06^s53$	$3^h22^m37^s93$	$3^h23^m10^s53$	$3^h23^m52^s60$
$\alpha - \theta_0$ lug.	8 25 00.24	8 25 00.24	8 25 00.24	8 25 00.24	5 25 00.[illegible]	8 25 00.24	8 25 00.24	8 25 00.24	8 25 00.24	8 25 00.24
	11 41 04.71	11 41 40.44	11 42 19.97	11 42 53.51	11 43 41.[illegible]	11 46 22.97	11 47 06.77	11 47 38.17	11 48 10.77	11 48 52.84
—Correc. tab. V.	−1 54.85	−1 54.95	−1 55.06	−1 55.15	−1 55.[illegible]	−1 55.72	−1 55.84	−1 55.93	−1 56.02	−1 56.13
T_m local	11 39 09.86	11 39 45.49	11 40 24.91	11 40 58.36	11 41 46.[illegible]	11 44 27.25	11 45 10.93	11 45 42.24	11 46 14.75	11 46 56.71
Top	11 44 04.00	11 44 39.50	11 45 18.60	11 45 51.80	11 46 39.[illegible]	11 49 23.00	11 50 07.00	11 50 38.00	11 51 10.40	11 51 53.00
Correc. cronom.	**-4^m54^s14**	**-4^m54^s01**	**-4^m53^s69**	-4^m53^s44	-5^m52^s[illegible]	-4^m55^s75	-4^m56^s07	**-4^m55^s76**	**-4^m55^s65**	-4^m56^s29

Corr[illegible] cron[illegible]

Con C. I. = -4^m53^s[illegible] Con[illegible] -4^m55^s72
Definiti[illegible] —4[illegible] a 11^h48^m

Cuadro VIII. — Determinación del tiempo me

(2,2) α *Hydrae*, al O

$\omega \sim 4^h02^m57^s.$ O. Greenwich
$\varphi \sim -26°41'26''$

θ_0 Gr.	$4^h59^m26^s.38$
Corrección tabla VI.	+39.91
θ_0 lug.	$5^h00^m06^s.29$

Log tg φ	9.701344^n
Log tg δ	9.165509^n
Log b	8.866853
Log sec φ	0.048932
Log sec δ	0.004604
Log sec φ sec δ	0.053536

	Círculo a la izquierda				
z_{ap}	64°52′30″.00	65°02′55″.00	65°09′35″.00	65°15′07″.50	65°22′42″.50
h_{ap}	25 07 30.00	24 57 05.00	24 50 25.00	24 44 52.50	24 37 17.50
R_N	2 07.53	2 08.53	2 09.17	2 09.71	2 10.47
R_V	2 02.60	2 03.57	2 04.24	2.04.72	2 05.49
h_V	25°05′27″.40	24°55′01″.43	24°48′20″.76	24°42′47″.78	24°35′12″.01
Log sec φ sec δ	0.053536	0.053536	0.053536	0.053536	0.053536
Log sen h	9.627424	9.624598	9.622778	9.621257	9.619165
Log a	9.180960	9.578134	9.676314	9.674793	9.672701
Log b	8.866853	8.866853	8.866853	8.866853	8.866853
R	9.185893	9.188719	9.190539	9.192060	9.194152
Log sustr	9.927667	9.927152	9.926819	9.926539	9.926152
Log cos t	9.608627	9.605286	9.603133	9.601332	9.598853
$t°$	66°02′25″.00	66°14′07″.00	66°21′36″.00	66°27′49″.00	66°36′20″.00
t^h	$4^h24^m09^s.67$	$4^h24^m56^s.47$	$4^h25^m26^s.40$	$4^h25^m51^s.27$	$4^h26^m25^s.3$
$\alpha - \theta_0$ lug.	4 23 42.41	4 23 42.41	4 23 42.41	4 33 42.41	4 23 42.41
	8 47 52.08	8 48 38.88	8 49 08.81	8 49 33.68	8 50 07.74
—Correc. tab. V.	—1 26.48	—1 26.61	—1 36.69	—1 26.76	—1 26.8
T_m local	8 46 25.60	8 47 12.27	8 47 42.12	8 48 06.92	8 48 40.8
Top	8 51 10.50	8 51·54.80	8 52 25.50	8 52 50.60	8 53 25.0
Correc. cronom.	$-4^m44^s.90$	$-4^m42^s.53$	**$-4^m43^s.38$**	**$-4^m43^s.68$**	$-4^m44^s.11$

Correcció

Con C. I. = $-4^m43^s.53$

Definitiva

l, en Avía Teray, el 7 de junio de 1923

$9^h23^m48^s.7$; $\delta = -8°19'42''$

Observador : Lascano
Cronometrista : Aramburo

Presión	759 mm
Temperatura......	+10°

A	—0.0369
B	—0.0013
α...............	1.005
β...............	1.001
(1 + αA) (1 + βB)..	0.9616

Círculo a la derecha

294°18′57″50	294°10′20″00	294°03′27″50	293°57′10″00	293°48′30″00
24 18 57.50	24 10 20.00	24 03 27.50	23 57 10.00	23 48 30.00
2 12.30	2 13.19	2 13.90	2 14.55	2 15.46
2 07.22	2 08.09	2 09.33	2 09.33	2 10.30
24°16′50″28	24°08′11″91	24°01′18″74	23°55′00″67	23°46′19″70
0.053536	0.053536	0.053536	0.053536	0.053536
9·614059	9.611632	9.609685	9.607895	9.605413
9.667595	9.665268	9.663221	9.661431	9.658949
8.866853	8.866853	8.866853	8.866853	8.866853
9.199258	9.201685	9.203632	9.205422	9.207904
9.925199	9.924742	9.924372	9.924031	9.923555
9.592794	9.589910	9.587593	9.585462	9.582504
66°56′55″00	67°06′36″00	67°14′19″00	67°21′22″00	67°31′06″00
$4^h27^m47^s.67$	$4^h28^m26^s.40$	$4^h28^m57^s.27$	$4^h29^m25^s.47$	$4^h30^m04^s.40$
4 23 42.41	4 23 42.41	4 23 42.41	4 23 42.41	4 23 42.41
8 51 30.08	8 52 08.81	8 52 39·68	8 53 07.88	8.53 46.81
—1 27 07	—1 27.18	—1 27.26	—1 27934	—1 27.45
8 50 03.01	8 50 41.63	8 51 12.42	8 51 40.54	8 52 19.36
8 54 50.00	8 55 28.80	8 55 58.80	8 56 28.00	8 57 05.40
$-4^m46^s.99$	$-4^m47^s.17$	**$-4^m46^s.38$**	$-4^m47^s.46$	**$-4^m46^s.04$**

onométrica

n C. D. = $-4^m46^s.47$
$4^m45^s.00$ a 8^h54^m

Cuadro VIII. — Determinación del tiempo local, en Avía Teray, el 7 de junio de 1923

$\omega \sim 4^h02^m57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim -26°41'26''$

(2,2) α *Hydrae*, a[illegible] $\alpha = 9^h23^m48^s.7$; $\delta = -8°19'42''$

Observador : Lascano
Cronometrista : Aramburo

θ_0 Gr.	$4^h59^m26^s.38$
Correccion tabla VI.	+39.91
θ_0 lug.	$5^h00^m06^s.29$

Log tg φ	9.701344n
Log tg δ	9.165509n
Log b	8.866853
Log sec φ	0.048932
Log sec δ	0.004604
Log sec φ sec δ	0.053536

Presión	759 mm
Temperatura	+10°

A	−0.0369
B	−0.0013
α	1.005
β	1.001
$(1 + \alpha A)(1 + \beta B)$	0.9616

	Círculo a la izquierda					Círculo a la derecha				
z_{ap}	64°52'30″00	65°02'55″00	65°09'35″00	65°15'07″50	65°22'42[illegible]	291°18'57″50	294°10'20″00	294°03'27″50	293°57'10″00	293°48'30″00
h_{ap}	25 07 30.00	24 57 05.00	24 50 25.00	24 44 52.50	24 37 17.[illegible]	24 18 57.50	24 10 20.00	24 03 27.50	23 57 10.00	23 48 30.00
R_N	2 07.53	2 08.53	2 09.17	2 09.71	2 10.[illegible]	2 12.30	2 13.19	2 13.90	2 14.55	2 15.46
R_V	2 02.60	2 03.57	2 04.24	2.04.72	2 05.[illegible]	2 07.22	2 08.09	2 09.33	2 09.33	2 10.30
h_V	25°05'27″40	24°55'01″43	24°48'20″76	24°42'47″78	24°35'12″[illegible]	24°16'50″28	24°08'11″91	24°01'18″74	23°55'00″67	23°46'19″70
Log sec φ sec δ	0.053536	0.053536	0.053536	0.053536	0.053536	0.053536	0.053536	0.053536	0.053536	0.053536
Log sen h	9.627424	9.624598	9.622778	9.621257	9.61916[illegible]	9·614059	9.611632	9.609685	9.607895	9.605413
Log a	9.180960	9.578134	9.676314	9.674793	9.672701	9.667595	9.665268	9.663221	9.661431	9.658949
Log b	8.866853	8.866853	8.866853	8.866853	8.866853	8.866853	8.866853	8.866853	8.866853	8.866853
R	9.185893	9.188719	9.190539	9.192060	9.19415[illegible]	9.199258	9.201685	9.203632	9.205422	9.207904
Log sustr	9.927667	9.927152	9.926819	9.926539	9.92615[illegible]	9.925199	9.924742	9.924372	9.924031	9.923555
Log cos t	9.608627	9.605286	9.603133	9.601332	9.598853	9.592794	9.589910	9.587593	9.585462	9.582504
$t°$	66°02'25″00	66°14'07″00	66°21'36″00	66°27'49″00	66°36'20[illegible]	66[illegible]″00	67°06'36″00	67°11'19″00	67°21'22″00	67°31'06″00
t^h	$4^h24^m09^s.67$	$4^h24^m56^s.47$	$4^h25^m26^s.40$	$4^h25^m51^s.27$	$4^h26^m25^s$.[illegible]	4^h27 $47^s.67$	$4^h28^m26^s.40$	$4^h28^m57^s.27$	$4^h29^m25^s.47$	$4^h30^m04^s.40$
$\alpha - \theta_0$ lug.	4 23 42.41	4 23 42.41	4 23 42.41	4 33 42.41	4 23 42.[illegible]	4 23 42.41	4 23 42.41	4 23 42.41	4 23 42.41	4 23 42.41
	8 47 52.08	8 48 38.88	8 49 08.81	8 49 33.68	8 50 07.[illegible]	8 51 30.08	8 52 08.81	8 52 39·68	8 53 07.88	8.53 46.81
—Correc. tab. V.	—1 26.48	—1 26.61	—1 36.69	—1 26.76	—1 26.[illegible]	−1 27 07	−1 27.18	−1 27.26	−1 27934	−1 27.45
T_m local	8 46 25.60	8 47 12.27	8 47 42.12	8 48 06.92	8 48 40.[illegible]	8 50 03.01	8 50 41.63	8 51 12.42	8 51 40.54	8 52 19.36
Top	8 51 10.50	8 51·54.80	8 52 25.50	8 52 50.60	8 53 25.[illegible]	8 54 50.00	8 55 28.80	8 55 58.80	8 56 28.00	8 57 05.40
Correc. cronom.	$-4^m44^s.90$	$-4^m42^s.53$	**$-4^m43^s.38$**	**$-4^m43^s.68$**	-4^m44^s.[illegible]	$-4^m46^s.99$	$-4^m47^s.17$	**$-4^m46^s.38$**	$-4^m47^s.46$	**$-4^m46^s.04$**

Corr[illegible] crono[illegible]

Con C. I. = -4^m43^s.[illegible] Con C. D. = $-4^m46^s.47$

Definit[illegible] $-4^m45^s.00$ a 8^h54^m

Cuadro IX. — Longitud geográfica de A

Fecha	Estrella	Época de la corrección cronométrica	Corrección cronométrica	Marcha por minuto
1923. Mayo 30	*α Hydrae*	9^h27^m	-5^m06^s00	$+0^s0081$
	ζ Sagittarii	10.41	—5 06.60	
Junio 1º.......	*α Hydrae*	9.03	—4 45.17	+0.0095
	ζ Sagittarii	10.09	—4 45.80	
Junio 2	*α Hydrae*	9.08	—4 30.28	—0.0123
		(Según observ. de Aramburo)		
Junio 6	*α Hydrae*	8.44	—4 56.95	—0.0115
	α Virginis	11.48	—4 54.83	
Junio 7	*α Hydrae*	8.54	—4 45.00	—0.0136
	Según un Gauss de Aramburo (¹) ...	7.19	—4 46.29	

RECEPCIÓN DE LAS SEÑALES HORARIAS EMITIDAS I

Señales	T_m Greenwich	Mayo 30	Junio 1
1ª	$13^h56^m00^s00$	No se oyó	No se oyó
2ª	13 57 00.00	$9^h59^m09^s40$ L.	$9^h58^m48^s60$ L.
3ª	13 58 00.00	10 00 09.40 L.	9 59 48.60 L.
4ª	13 59 00.00	10 01 09.20 A.	10 00 48.80 A.
5ª	14 00 00.00	10 02 09.20 A.	10 01 48.80 A.
		Adoptado : 9^s20	Adoptado : 48^s8

NOTA. — L significa Lascano y A Aramburo.

(¹) Véase página 66, observaciones de Aramburo.

…ay, según las observaciones de Lascano

Época cronométrica del top radiotelefónico	Corrección por la marcha	Corrección cronométrica total al instante del top radiotelefónico	Top radiotelefónico		Longitud del lugar
			En T_m local	En T_m de Greenwich	
$10^h02^m09^s30$	-0^s28	-5^m06^s28	$9^h57^m03^s02$	$14^h00^m00^s00$	$4^h02^m56^s98$
10 01 48.70	+0.07	—4 45.73	9 57 02.97	14 00 00.00	4 02 57.03
10 01 33.00	—0.66	—4 29.62	9 57 03.38	14 00 00.00	4 02 56.62
10 01 59.30	+0.90	—4 56.05	9 57 03.25	14 00 00.00	4 02 56.75
10 01 47.20	+2.22	—4 44.07	9 57 03.13	14 00 00.00	4 02 56.87

ESTACIÓN DE LA DÁRSENA NORTE, BUENOS AIRES

Junio 2	Junio 6	Junio 7
$9^h57^m32^s60$ L.	$9^h57^m59^s50$ L.	$9^h57^m47^s40$ L.
9 58 32.60 L.	9 58 59.50 L.	9 58 47.40 L.
9 59 32.60 L.	9 59 59.40 A.	9 59 47.20 L.
0 00 33.00 A.	10 00 59.40 A.	10 00 47.00 A.
0 01 33.00 A.	10 01 59.20 A.	10 01 47.20 A.
doptado : 33^s00	Adoptado : 59^s30	Adoptado : 47^s20

Julio 9 de 1923, a la altura de Calancate, en el Kilómetro 194 de la línea en construcción. — *José Aramburo.*

Cuadro IX. — Longitud geográfica de Teray, según las observaciones de Lascano

Fecha	Estrella	Época de la corrección cronométrica	Corrección cronométrica	Marcha por minuto	Época cronométrica del top radiotelefónico	Corrección por la marcha	Corrección cronométrica total al instante del top radiotelefónico	Top radiotelefónico: En T_m local	Top radiotelefónico: En T_m de Greenwich	Longitud del lugar
1923. Mayo 30	*α Hydrae*	9^h27^m	-5^m06^s00	$+0^s008$[illegible]	$10^h02^m09^s30$	-0^s28	-5^m06^s28	$9^h57^m03^s02$	$14^h00^m00^s00$	$4^h02^m56^s98$
	ζ Sagittarii	10.41	−5 06.60							
Junio 1º	*α Hydrae*	9.03	−4 45.17	+0.009[illegible]	10 01 48.70	+0.07	−4 45.73	9 57 02.97	14 00 00.00	4 02 57.03
	ζ Sagittarii	10.09	−4 45.80							
Junio 2	*α Hydrae*	9.08	−4 30.28 (Según observ. de Aramburo)	−0.0123	10 01 33.00	−0.66	−4 29.62	9 57 03.38	14 00 00.00	4 02 56.62
Junio 6	*α Hydrae*	8.44	−4 56.95	−0.011[illegible]	10 01 59.30	+0.90	−4 56.05	9 57 03.25	14 00 00.00	4 02 56.75
	α Virginis	11.48	−4 54.83							
Junio 7	*α Hydrae*	8.54	−4 45.00	−0.0136	10 01 47.20	+2.22	−4 44.07	9 57 03.13	14 00 00.00	4 02 56.87
	Según un Gauss de Aramburo (¹)	7.19	−4 46.29							

RECEPCIÓN DE LAS SEÑALES HORARIAS EMITIDAS POR LA ESTACIÓN DE LA DÁRSENA NORTE, BUENOS AIRES

Señales	T_m Greenwich	Mayo 30	Junio 1	Junio 2	Junio 6	Junio 7
1ª	$13^h56^m00^s00$	No se oyó	No se oyó	9^h5[illegible]60 L.	$9^h57^m59^s50$ L.	$9^h57^m47^s40$ L.
2ª	13 57 00.00	$9^h59^m09^s40$ L.	$9^h58^m48^s60$ [illegible]	9 [illegible] 60 L.	9 58 59.50 L.	9 58 47.40 L.
3ª	13 58 00.00	10 00 09.40 L.	9 59 48.60 L.	9 59 [illegible] 60 L.	9 59 59.40 A.	9 59 47.20 L.
4ª	13 59 00.00	10 01 09.20 A.	10 00 48.80 [illegible]	10 0[illegible] A.	10 00 59.40 A.	10 00 47.00 A.
5ª	14 00 00.00	10 02 09.20 A.	10 01 48.80 [illegible]	10 0[illegible] A.	10 01 59.20 A.	10 01 47.20 A.
		Adoptado : 9^s20	Adoptado : 48[illegible]	Adoptado : 33^s00	Adoptado : 59^s30	Adoptado : 47^s20

NOTA. — L significa Lascano y A Aramburo.

Julio 9 de 1923, a la altura de Calancate, en el Kilómetro 194 de la línea en construcción. — *José Aramburo.*

(¹) Véase página 66, observaciones de Aramburo.

Cuadro X. — Determinación del tiempo me

(1,9) ε *Sagittarii*, al l

$\omega \sim 4^h 02^m 57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim -26°41'27''$

θ_0 .... $4^h 27^m 53^s.93$

Log tg φ	9.701359^n
Log tg δ	9.835816^n
Log b	9.537165
Log sec φ	0.048933
Log sec δ	0.083584
Log sec φ sec δ	0.132517

	Círculo a la izquierda				
z_{ap}	55°10'27".50	55°01'07".50	54°50'52".50	54°38'30".00	54°24'55".0
h_{ap}	34 49 32.50	34 58 52.50	35 09 07.50	35 21 30.00	35 35 05.0
R_N	1 26.20	1 25.70	1 25.17	1 24.53	1 23.8
R_V	1 22.00	1 21.52	1 21.04	1 20.38	1 19.7
h_V	34°48'10".50	34°57'30".98	35°07'46".46	35°20'09".62	35°33'45".2
Log sec φ sec δ ..	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517
Log sec h	9.766450	9.758143	9.759990	9.762206	9.764618
Log a	9.888967	9.890660	9.892507	9.894723	9.897135
Log b	9.537165	9.537165	9.537165	9.537165	9.537165
R	9.648198	9.646505	9.644658	9.642442	9.640030
Log sustr.	9.744423	9.745775	9.747238	9.748980	9.750859
Log cos t	9.633390	9.636435	9.639745	9.643703	9.647994
$t°$	64°32'15".00	64°20'43".00	64°08'04".00	63°52'48".00	63°36'02".0
t^h	$4^h 18^m 09^s.00$	$4^h 17^m 22^s.87$	$4^h 16^m 32^s.27$	$4^h 15^m 31^s.20$	$4^h 14^m 24^s.1$
$\alpha - \theta_0$	13 51 12.40	13 51 12.40	13 51 12.40	13 51 12.40	13 51 12.4
	9 33 03.40	9 33 49.53	9 34 40.13	9 35 41.20	9 36 48.2
ω	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.0
	13 36 00.00	13 36 47.00	13 37 37.00	13 38 38.00	13 39 45.0
—Correc. tab. V.	—2 13.68	—2 13.81	—2 13.95	—2 14.11	—2 14.3
T_m local	9 30 49.72	9 31 35.72	9 32 26.18	9 33 27.09	9 34 33.9
Top	9 35 54.50	9 36 40.00	9 37 31.20	9 38 32.60	9 39 37.6
Correc. cronom.	—5 $04^s.78$	—5 04.28	**—$5^m 05^s.02$**	**—$5^m 05^s.51$**	—5 03.6

Correcció

Con C. I. = —$5^m 05^s.26$

Definitiva

ca en Avía Teray, el 30 de mayo de 1923

8h19m06s.33 ; δ = —34°25′08″

Observador : Aramburo
Cronometrista : Lascano

Presión .... 759 mm
Temperatura...... +13°

A	—0.0475
B	—0.0013
α................	1.002
β................	1.000
(1 + αA) (1 + βB)..	0.9512

Círculo a la derecha

06°04′12″50	306°16′20″00	306°26′30″00	306°39′00″00	306°48′22″50
36 04 12.50	36 16 20.00	36 26 30.00	36 39 00.00	36 48 22.50
1 22.35	1 21.74	1 21.23	1 20.63	1 16.29
1 18.28	1 17.71	1 17.24	1 16.67	1 16.29
36°02′54″22	36°15′02″29	36°25′12″76	36°37′43″33	36°47′06″21
0.132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517
9.769723	9.771822	9.773569	9.775703	9.777293
9.902240	9.904339	9.906086	9.908220	9.909810
9.537165	9.537165	9.537165	9.537165	9.537165
9.634925	9.632826	9.631079	9.628945	9.627355
9.754773	9.756359	9.757668	9.759256	9.760430
9.657013	9.660698	9.663754	9.667476	9.670240
63°00′08″00	62°45′12″00	62°32′41″00	62°17′17″00	62°05′45″00
4h12m00s53	4h11m00s80	4h10m10s73	4h09m09s13	4h08m23s00
13 51 12.40	13 51 12.40	13 51 12.40	13 51 12.40	13 51 12.40
8 39 11.87	9 40 11.60	9 41 01.67	9 42 03.27	9 42 49.40
4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00
13 42 09.00	13 43 09.00	13 43 59.00	13 45 00.00	13 45 46.00
—2 14.69	—2 14.85	—2 14.99	—2 15.16	—2 15.28
9 36 57.18	9 37 56.75	9 38 46.68	9 39 48.11	9 40 34.12
9 42 02.50	9 43 02.00	9 43 52.00	9 44 54.20	9 45 39.50
—5m05s32	**—5m05s25**	**—5m05s32**	**—5m06s09**	**—5m05s38**

iométrica

C. D. = —5m05s47
m05s37 a 9h41m

Cuadro X. — Determinación del tiempo [illegible] en Avía Teray, el 30 de mayo de 1923

(1,9) ε *Sagittarii*, [illegible] 18ʰ19ᵐ06ˢ33 ; δ = —34°25′08″

ω ~ 4ʰ02ᵐ57ˢ O. Greenwich
φ ~ —26°41′27″

Observador : Aramburo
Cronometrista : Lascano

Log tg φ	9.701359ₙ
Log tg δ	9.835816ₙ
Log b	9.537165
Log sec φ	0.048933
Log sec δ	0.083584
Log sec φ sec δ	0.132517

θ_0 .... 4ʰ27ᵐ53ˢ93

Presión .... 759 mm
Temperatura...... +13°

A	—0.0475
B	—0.0013
α	1.002
β	1.000
(1 + αA) (1 + βB)..	0.9512

	Círculo a la izquierda					Círculo a la derecha				
Z_{ap}	55°10′27″50	55°01′07″50	54°50′52″50	54°38′30″00	54°24′[illegible]	306°[illegible]′12″50	306°16′20″00	306°26′30″00	306°39′00″00	306°48′22″50
h_{ap}	34 49 32.50	34 58 52.50	35 09 07.50	35 21 30.00	35 35 05 [illegible]	36 04 12.50	36 16 20.00	36 26 30.00	36 39 00.00	36 48 22.50
$R_{\searrow}$	1 26.20	1 25.70	1 25.17	1 24.53	1 23 [illegible]	1 22.35	1 21.74	1 21.23	1 20.63	1 16.29
$R_{\nwarrow}$	1 22.00	1 21.52	1 21.04	1 20.38	1 19 [illegible]	1 18.28	1 17.71	1 17.24	1 16.67	1 16.29
$h_{\nwarrow}$	34°18′10″50	34°57′30″98	35°07′46″46	35°20′09″62	35°33′[illegible]	36 02′54″22	36°15′02″29	36°25′12″76	36°37′13″33	36°47′06″21
Log sec φ sec δ..	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517
Log sec h......	9.766450	9.758143	9.759990	9.762206	9.76461[illegible]	9.769723	9.771822	9.773569	9.775703	9.777293
Log a.........	9.888967	9.890660	9.892507	9.894723	9.89713[illegible]	9.902240	9.904339	9.906086	9.908220	9.909810
Log b	9.537165	9.537165	9.537165	9.537165	9.537165	9.537165	9.537165	9.537165	9.537165	9.537165
R	9.648198	9.646505	9.644658	9.642442	9.640030	9.634925	9.632826	9.631079	9.628945	9.627355
Log sustr......	9.744423	9.745775	9.747238	9.748980	9.75085[illegible]	9.754773	9.756359	9.757668	9.759256	9.760430
Log cos t......	9.633390	9.636435	9.639745	9.643703	9.64799[illegible]	9.657013	9.660698	9.663754	9.667476	9.670240
t°	64°32′15″00	64°20′43″00	64°08′04″00	63°52′48″00	63°36′[illegible]	63°[illegible]″00	62°45′12″00	62°32′41″00	62°17′17″00	62°05′45″00
tʰ	4ʰ18ᵐ09ˢ00	4ʰ17ᵐ22ˢ87	4ʰ16ᵐ32ˢ27	4ʰ15ᵐ31ˢ20	4ʰ14ᵐ2[illegible]	4ʰ12ᵐ00ˢ53	4ʰ11ᵐ00ˢ80	4ʰ10ᵐ10ˢ73	4ʰ09ᵐ09ˢ13	4ʰ08ᵐ23ˢ00
$\alpha - \theta_0$.........	13 51 12.40	13 51 12.40	13 51 12.40	13 51 12.40	13 51 12 [illegible]	13 51 12.40	13 51 12.40	13 51 12.40	13 51 12.40	13 51 12.40
	9 33 03.40	9 33 49.53	9 34 40.13	9 35 41.20	9 36 48.[illegible]	8 39 11.87	9 40 11.60	9 41 01.67	9 42 03.27	9 42 49.40
ω.............	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.[illegible]	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00
	13 36 00.00	13 36 47.00	13 37 37.00	13 38 38.00	13 39 4[illegible]	13 [illegible] 00	13 43 09.00	13 43 59.00	13 45 00.00	13 45 16.00
—Correc. tab. V.	—2 13.68	—2 13.81	—2 13.95	—2 14.11	—2 14.[illegible]	—2 14.69	—2 14.85	—2 14.99	—2 15.16	—2 15.28
T_m local.......	9 30 49.72	9 31 35.72	9 32 26.18	9 33 27.09	9 34 3[illegible]	9 [illegible] 8	9 37 56.75	9 38 46.68	9 39 48.11	9 40 34.12
Top...........	9 35 54.50	9 36 40.00	9 37 31.20	9 38 32.60	9 39 37.[illegible]	9 42 02.50	9 43 02.00	9 43 52.00	9 44 54.20	9 45 39.50
Correc. cronom.	—5 04ˢ78	—5 04.28	**—5ᵐ05ˢ02**	**—5ᵐ05ˢ51**	—5 0[illegible]	[illegible] 32	**—5ᵐ05ˢ25**	**—5ᵐ05ˢ32**	**—5ᵐ06ˢ09**	**—5ᵐ05ˢ38**

Corre[illegible] cronom[illegible]

Con C. I. = —5ᵐ05[illegible] Con C[illegible] —5ᵐ05ˢ47
Definiti[illegible] —5ᵐ0[illegible] [illegible]41[illegible]

Cuadro XI. — Determinación del tiempo r

$\omega \sim 4^h 02^m 57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim -26°41'27''$

(2,2) β *Leonis* (Denebola), al

Log tg φ	9.701349^n
Log tg δ	9.428086
Log b	9.129435^n
Log sec φ	0.048933
Log sec δ	0.015058
Log sec φ sec δ	0.063991

θ_0 .... $4^h 27^m 53^s.93$

	Círculo a la izquierda				
z_{ap}	61°06′22″.50	61°14′20″.00	61°22′40″.00	61°31′42″.50	61°42′05″.
h_{ap}	28 53 37.50	28 45 50.00	28 37 20.00	28 28 17.50	28 17 55.
R_N	1 48.51	1 49.10	1 49.74	1 50.42	1 51.
R_V	1 43.54	1 44.11	1 44.69	1 45.35	1 46.
h_V	28°51′53″.96	28°43′55″.89	28°35′35″.31	28°26′32″.15	28°16′08″.
Log sec φ sec δ ..	0.063991	0.063991	0.063991	0.063991	0.063991
Log sen h	9.683720	9.681889	9.679960	9.677856	9.675424
Log a	9.747711	9.745880	9.743951	9.741847	9.739415
Log b	9.129435	9.129435	9.129435	9.129435	9.119435
R	9.382724	9.383555	9.385484	9.387588	9.390020
Log adit°	0.093714	0.094070	0.094447	0.094860	0.095338
Log cos t	9.841425	9.839950	0.838398	9.836707	9.834753
$t°$	46°02′38″.00	46°13′52″.00	46°25′35″.00	46°38′17″.00	46°52′50″.
t^h	$3^h 04^m 10^s.53$	$4^h 04^m 55^s.47$	$3^h 05^m 42^s.33$	$3^h 06^m 33^s.13$	$3^h 07^m 31^s.$
$\alpha - \theta_0$	7 17 15.26	7 17 15.26	7 17 15.26	7 17 15.26	7 17 15.
	10 21 25.79	10 22 10.73	10 22 57.59	10 23 48.39	10 24 46.
ω	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.
	14 24 23.00	14 25 08.00	14 25 55.00	14 26 45.00	14 27 44.
—Correc. tab. V.	—2 21.61	—2 21.73	—2 21.86	—2 22.00	—2 22.1
T_m local	10 19 04.18	10 19 49.00	10 20 35.73	10 21 26.39	10 22 24.4
Top	10 24 09.00	10 24 53.50	10 25 40.40	10 26 31.60	10 27 29.4
Correc. cronom.	**$-5^m 04^s.82$**	$-5^m 04^s.50$	$-5^m 04^s.67$	**$-5^m 05^s.21$**	**$-5^m 04^s.9$**

Correcci

Con C. I. = $-5^m 05^s.0$

Definitiv

al n Avía Teray, el 30 de mayo de 1923

= 1^{h}45^{m}09^{s}19; δ = +15°00′04″

Observador : Aramburo
Cronometrista : Lascano

Presión .... 759 mm
Temperatura...... +12°1

A	—0.0443
B	—0.0013
α................	1.004
β................	1.000
$(1 + \alpha A)(1 + \beta B)$..	0.9543

Círculo a la derecha

8°00′30″00	297°50′57″50	297°37′12″50	297°26′37″50	297°08′15″00
8 00 30.00	27 50 57.50	27 37 12.50	27 26 38.50	27 08 15.00
1 52.56	1 53.31	1 54.41	1 55.27	1 56.79
1 47.45	1 48.12	1 49.17	1 50.03	1 51.46
27°58′42″55	27°49′09″38	27°35′23″33	27°24′47″47	27°06′23″54
0.063991	0.063991	0.063991	0.063991	0.063991
9.671302	9.669023	9.665711	9.663139	9.658628
9.735293	9.733014	9.729702	9.727130	9.722619
9.129435	9.129435	6.129435	9.129435	9.129435
9.390142	9.396421	9.399733	9.402305	9.406816
0.096153	0.096607	0.097269	0.097786	0.098700
9.831446	9.829621	9.826971	9.824916	9.821319
47°17′10″00	47°30′27″00	47°49′34″00	48°04′14″00	18°29′37″00
3^{h}09^{m}08^{s}67	3^{h}10^{m}01^{s}80	3^{h}11^{m}18^{s}27	3^{h}12^{m}16^{s}93	3^{h}13^{m}58^{s}47
7 17 15.26	7 17 15.26	7 17 15.26	7 17 15.26	7 17 15.26
10 26 23.93	10 27 17.06	10 28 33.53	10 29 32.19	10 31 73.73
4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00
14 29 21.00	14 40 14.00	14 31 31.00	14 32 29.00	14 34 11.00
—2 22.42	—2 22.57	—2 22.78	—2 22.93	—2 23.21
10 24 01.51	10 24 54.49	10 26 10.75	10 27 09.26	10 28 50.52
10 29 06.80	10 30 01.00	10 31 15.40	10 32 15.00	10 33 56.00
—5^{m}05^{s}29	**—5^{m}06^{s}51**	—5^{m}04^{s}65	**—5^{m}05^{s}74**	—5^{m}05^{s}48

nométrica

n C. D. = —5^{m}06^{s}12
5^{m}05^{s}56 a 10^{h}29^m

Cuadro XI. — Determinación del tiemp[illegible], en Avía Teray, el 30 de mayo de 1923

(2,2) β *Leonis* (Denebola), [illegible] 11h45m09s19; δ = +15°00'04"

$\omega \sim 4^h02^m57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim -26°41'27"$

Observador : Aramburo
Cronometrista : Lascano

Log tg φ	9.701349
Log tg δ	9.428086
Log b	9.129435
Log sec φ	0.048933
Log sec δ	0.015058
Log sec φ sec δ	0.063991

θ_0 .... $4^h27^m53^s93$

Presión .... 759 mm
Temperatura ...... +12°1

A	—0.0443
B	—0.0013
α	1.004
β	1.000
(1 + αA) (1 + βB)	0.9543

	Círculo a la izquierda					Círculo a la derecha				
z_{ap}	61°06'22"50	61°14'20"00	61°22'40"00	61°31'42"50	61°42'[illegible]	298 [illegible]'30"00	297°50'57"50	297°37'12"50	297°26'37"50	297°08'15"00
h_{ap}	28 53 37.50	28 45 50.00	28 37 20.00	28 28 17.50	28 17 [illegible]	28 00 30.00	27 50 57.50	27 37 12.50	27 26 38.50	27 08 15.00
R_N	1 48.51	1 49.10	1 49.74	1 50.42	1 5[illegible]	1 52.56	1 53.31	1 54.41	1 55.27	1 56.79
R_V	1 43.54	1 44.11	1 44.69	1 45.35	1 4[illegible]	1 47.45	1 48.12	1 49.17	1 50.03	1 51.46
h_V	28°51'53"96	28°43'55"89	28°35'35"31	28°26'32"15	28°16'[illegible]	27 58'12"55	27°49'09"38	27°35'23"33	27°24'47"47	27°06'23"54
Log sec φ sec δ	0.063991	0.063991	0.063991	0.063991	0.0639[illegible]	0.063991	0.063991	0.063991	0.063991	0.063991
Log sen h	9.683720	9.681889	9.679960	9.677856	9.675[illegible]	9.671302	9.669023	9.665711	9.663139	9.658628
Log a	9.747711	9.745880	9.743951	9.741847	9.7394[illegible]	9.735293	9.733014	9.729702	9.727130	9.722619
Log b	9.129435	9.129435	9.129435	9.129435	9.1194[illegible]	9.129135	9.129435	6.129435	9.129435	9.129435
R	9.382724	9.383555	9.385484	9.387588	9.390[illegible]	9.390142	9.396421	9.399733	9.402305	9.406816
Log adit°	0.093714	0.094070	0.094447	0.094860	0.095[illegible]	0.096153	0.096607	0.097269	0.097786	0.098700
Log cos t	9.841425	9.839950	0.838398	9.836707	9.834[illegible]	9.831446	9.829621	9.826971	9.824916	9.821319
t°	46°02'38"00	46°13'52"00	46°25'35"00	16°38'17"00	46°52'[illegible]	47 17 1[illegible]"00	17°30'27"00	47°49'34"00	48°04'14"00	18°29'37"00
t^h	$3^h04^m10^s53$	$4^h04^m55^s47$	$3^h05^m42^s33$	$3^h06^m33^s13$	$3^h07^m31^s$[illegible]	$3^h09^m08^s67$	$3^h10^m01^s80$	$3^h11^m18^s27$	$3^h12^m16^s93$	$3^h13^m58^s47$
$\alpha - \theta_0$	7 17 15.26	7 17 15.26	7 17 15.26	7 17 15.26	7 17 1[illegible]	7 17 15.26	7 17 15.26	7 17 15.26	7 17 15.26	7 17 15.26
	10 21 25.79	10 22 10.73	10 22 57.59	10 23 48.39	10 24 4[illegible]	10 26 23.93	10 27 17.06	10 28 33.53	10 29 32.19	10 31 73.73
ω	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 5[illegible]	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00
	14 24 23.00	14 25 08.00	14 25 55.00	14 26 45.00	14 27 [illegible]	14 29 21.00	14 40 14.00	14 31 31.00	14 32 29.00	14 34 11.00
—Correc. tab. V.	—2 21.61	—2 21.73	—2 21.86	—2 22.00	—2 2[illegible]	—2 22.42	—2 22.57	—2 22.78	—2 22.93	—2 23.21
T_m local	10 19 04.18	10 19 49.00	10 20 35.73	10 21 26.39	10 22 2[illegible]	10 24 01.51	10 24 54.49	10 26 10.75	10 27 09.26	10 28 50.52
Top	10 24 09.00	10 24 53.50	10 25 40.40	10 26 31.60	10 27 2[illegible]	10 29 06.80	10 30 01.00	10 31 15.40	10 32 15.00	10 33 56.00
Correc. cronom.	**-5^m04^s82**	-5^m04^s50	-5^m04^s67	**-5^m05^s21**	**-5^m04^s**[illegible]	-5^m05^s29	**-5^m06^s51**	-5^m04^s65	**-5^m05^s74**	-5^m05^s48

Corr[illegible] crono[illegible]

Con C. I. = -5^m0[illegible] Con C. D = -5^m06^s12

Defini[illegible] -5^m05^s56 a 10^h29^m

Cuadro XII. — Determinación del tiempo

(1,9) ε *Sagittarii*, a

$\omega \sim 4^h02^m57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim -26°41'27''$

θ_0 .... $4^h35^m47^s04$

Log tg φ	9.701349ⁿ
Log tg φ	9.835816ⁿ
Log *b*	9.537166
Log sec φ	0.048933
Log sec δ	0.083584
Log sec φ sec δ	0.132517

	Círculo a la izquierda				
z_{ap}	58°18′42″50	58°04′27″50	57°53′47″50	57°42′37″50	57°31′10″
h_{ap}	31 47 17.50	31 55 32.50	32 06 12.50	32 17 22.50	32 28 50.
R_N	1 37.08	1 36.20	1 35.54	1 34.85	1 34.
R_V	1 32.93	1 32.07	1 31.40	1 30.73	1 30.
h_V	31°39′44″57	31°54′00″43	32°04′41″10	32°15′51″77	32°27′19″
Log sec φ sec δ ..	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517
Log sen *h*	9.720088	9.722995	9.725155	9.727401	9.729687
Log *a*	9.852605	9.855512	9.857672	9.859918	9.862204
Log *b*	9.537165	9.537165	9.537165	9.537165	9.537165
R	9.684560	9.681653	9.679493	9.677247	0.674961
Log sustr	9.712918	9.715623	9.717610	9.719658	9.721721
Log cos *t*	9.565523	9.571135	9.575282	9.579576	9.583925
$t°$	68°25′29″00	68°07′47″00	67°54′32″00	67°40′39″00	67°26′26″
t^h	$4^h33^m41^s93$	$4^h32^m31^s13$	$4^h31^m38^s13$	$4^h30^m42^s60$	$4^h29^m45^s$
$\alpha - \theta_0$	13 43 19.34	13 43 19.34	13 43 19.34	13 43 19.34	13 43 19.
	9 09 37.41	9 10 48.21	9 11 41.21	9 12 36.74	9 13 33.
ω	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 07 57.
	13 12 34.00	13 13 45.00	13 14 38.00	13 15 34.00	13 16 31.
—Correc. tab. V.	—2 09.84	—2 10.04	—2 10.18	—2 10.33	—2 10.
T_m local	9 07 27.57	9 08 38.17	9 09 31.03	9 10 26.41	9 11 23.
Top	9 12 15.00	9 13 25.00	9 14 17.80	9 15 13.20	9 16 09.
Correc. cronom.	-4^m47^s43	**-4^m46^s83**	**-4^m46^s77**	**-4^m46^s79**	**-4^m46^s**

Correc

Con C. I. = -4^m46
Definitiv

n Avía Teray, el 1º de junio de 1923

$^{h}19^{m}06^{s}.38$; $\delta = -34°25'08''$

Observador : Aramburo
Cronometrista : Lascano

Presión .... 761 mm
Temperatura...... +12°

A .... −0.0440
B .... +0.0013
α 1.003
β 1.000
$(1+\alpha A)(1+\beta B)$.. 0.9571

Círculo a la derecha

2°49'50".00	303°02'25".00	303°12'45".00	303°23'27".50	303°33'50".00
2 49 50.00	33 02 25.00	33 12 45.00	33 23 27.50	33 33 50.00
1 32.91	1 32.17	1 31.57	1 30.95	1 30.36
1 28.91	1 28.24	1 27.67	1 27.10	1 26.52
2°48'21".09	33°00'56".76	33°11'17".33	33°22'00".40	33°32'23".48
).132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517
9.733834	9.736293	9.738297	9.740360	9.742346
9.866351	9.868810	9.870814	9.872877	9.874863
9.537165	9.537165	9.537165	9.537165	9.537165
9.670814	9.668355	9.666351	9.664288	9.662302
9.725412	9.727568	9.729309	9.731086	5.732781
9.591763	9.596378	9.600123	9.603963	9.607644
7°00'23".00	66°44'47".00	66°31'59".00	66°18'43".00	66°05'52".00
$4^h28^m01^s.53$	$4^h26^m59^s.13$	$4^h26^m07^s.93$	$4^h25^m14^s.87$	$4^h24^m23^s.47$
3 43 19.34	13 43 19.34	13 43 19.34	13 43 19.34	13 43 19.34
9 15 17.81	9 16 20.21	9 17 11.41	9 18 04.47	9 18 55.87
4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4.02 57.00
3 18 15.00	13 19 17.00	13 20 08.00	13 21 01.01	13 21 53.00
−2 10.77	−2 10.94	−2 11.08	−2 11.23	−2 11.37
9 13 07.04	9 14 09.27	9 15 00.33	9 15 53.24	9 16 44.50
9 17 51.50	9 18 54.00	9 19 45.40	9 20 38.20	9 21 30.00
$-4^m44^s.46$	$-4^m44^s.73$	$-4^m45^s.07$	$-4^m44^s.96$	$-4^m45^s.50$

ométrica

C. D. = $-4^m44^s.92$

$45^s.84$ a 9^h17^m

Cuadro XII. — Determinación del tiempo [illegible] en Avía Teray, el 1º de junio de 1923

(1,9) *ε Sagittarii*, [illegible] $= 18^h19^m06^s.38$; $\delta = -34°25'08''$

$\omega \sim 4^h02^m57^s$ O. Greenwich
$\varphi = -26°41'27''$

θ_0 .... $4^h35^m47^s.04$

Log tg φ .... 9.701349[illegible]
Log tg δ .... 9.835816[illegible]
Log b 9.537166

Log sec φ .... 0.04893[illegible]
Log sec δ 0.083584
Log sec φ sec δ 0.132517

Presión .... 761 mm
Temperatura...... +12°

Observador : Aramburo
Cronometrista : Lascano

A .... —0.0440
B .... +0.0013
α 1.003
β 1.000
$(1+\alpha A)(1+\beta B)$. 0.9571

	Círculo a la izquierda					Círculo a la derecha				
z_{ap}	58°18'42".50	58°04'27".50	57°53'47".50	57°42'37".50	57°31'[illegible]	302°49'50".00	303°02'25".00	303°12'45".00	303°23'27".50	303°33'50".00
h_{ap}	31 47 17.50	31 55 32.50	32 06 12.50	32 17 22.50	32 28 [illegible]	32 49 50.00	33 02 25.00	33 12 45.00	33 23 27.50	33 33 50.00
R_s	1 37.08	1 36.20	1 35.54	1 34.85	1 31[illegible]	1 32.91	1 32.17	1 31.57	1 30.95	1 30.36
R_v	1 32.93	1 32.07	1 31.40	1 30.73	1 [illegible]	1 28.91	1 28.24	1 27.67	1 27.10	1 26.52
h_v	31°39'44".57	31°54'00".13	32°04'41".10	32°15'51".77	32°27'[illegible]	32°[illegible]'21".09	33°00'56".76	33°11'17".33	33°22'00".40	33°32'23".18
Log sec φ sec δ	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.13251[illegible]	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517
Log sen h	9.720088	9.722995	9.725155	9.727401	9.7296[illegible]	9.733834	9.736293	9.738297	9.740360	9.742346
Log a	9.852605	9.855512	9.857672	9.859918	9.862[illegible]	9.866351	9.868810	9.870814	9.872877	9.874863
Log b	9.537165	9.537165	9.537165	9.537165	9.5371[illegible]	9.537165	9.537165	9.537165	9.537165	9.537165
R	9.684560	9.681653	9.679493	9.677247	0.674[illegible]	9.670814	9.668355	9.666351	9.664288	9.662302
Log sustr	9.712918	9.715623	9.717610	9.719658	9.7217[illegible]	9.725412	9.727568	9.729309	9.731086	5.732781
Log cos t	9.565523	9.571135	9.575282	9.579576	9.583[illegible]	9.591763	9.596378	9.600123	9.603963	9.607644
$t°$	68°25'29".00	68°07'47".00	67°54'32".00	67°40'39".00	67°26'[illegible]	67°00'23".00	66°44'47".00	66°31'59".00	66°18'43".00	66°05'52".00
t^h	$4^h33^m41^s.93$	$4^h32^m31^s.13$	$4^h31^m38^s.13$	$4^h30^m42^s.60$	4^h29 [illegible]	4^h2[illegible]	4^h26 59.13	$4^h26^m07^s.93$	$4^h25^m14^s.87$	$4^h24^m23^s.47$
$\alpha - \theta_0$	13 43 19.34	13 43 19.34	13 43 19.34	13 43 19.34	13 43 1[illegible]	13 43 19.34	13 43 19.34	13 43 19.34	13 43 19.34	13 43 19.34
	9 09 37.41	9 10 48.21	9 11 41.21	9 12 36.74	9 13 5[illegible]	9 15 1[illegible].81	9 16 20.21	9 17 11.41	9 18 04.47	9 18 55.87
ω	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 07 5[illegible]	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4.02 57.00
	13 12 34.00	13 13 45.00	13 14 38.00	13 15 34.00	13 16 31[illegible]	13 18 1[illegible].00	13 19 17.00	13 20 08.00	13 21 01.01	13 21 53.00
—Correc. tab. V.	—2 09.84	—2 10.04	—2 10.18	—2 10.33	—2 1[illegible]	—2 10.77	—2 10.94	—2 11.08	—2 11.23	—2 11.37
T_m local	9 07 27.57	9 08 38.17	9 09 31.03	9 10 26.41	9 11 2[illegible]	9 13 07.04	9 14 09.27	9 15 00.33	9 15 53.24	9 16 44.50
Top	9 12 15.00	9 13 25.00	9 14 17.80	9 15 13.20	9 16 0[illegible]	9 1[illegible] [illegible]1.50	9 18 54.00	9 19 45.40	9 20 38.20	9 21 30.00
Correc. cronom.	$-4^m47^s.43$	**$-4^m46^s.83$**	**$-4^m46^s.77$**	**$-4^m46^s.79$**	-4^m45[illegible]	—4 [illegible]46	**$-4^m44^s.73$**	**$-4^m45^s.07$**	**$-4^m44^s.96$**	$-4^m45^s.50$

[illegible] cronom[illegible]

Con C. I. = -4^m[illegible] Con C. [illegible] $-4^m44^s.92$

Defini[illegible] -4^m45[illegible] a 9^h17^m

Cuadro XIII. — Determinación del tiempo e

(2,2) *β Leonis*, a)

$\omega \sim 4^h02^m57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim 26°41'27''$

θ_0 .... $4^h35^m47^s.04$

Log tg φ	9.701349^n
Log tg δ	9.428095
Log b	9.129444^n
Log sec φ	0.048933
Log sec δ	0.015059
Log sec φ sec δ	0.063992

	Círculo a la izquierda				
z_{ap}	61°23′25″.00	61°39′07″.50	61°52′30″.00	62°04′27″.50	62°14′05
h_{ap}	28 36 35.00	28 20 52.50	28 07 30.00	27 55 32.50	27 45 55
R_N	1 49.79	1 50.98	1 52.02	1 52.96	1 53
R_V	1 45.66	1 46.82	1 47.78	1 48.74	1 49
h_V	28°34′49″.34	28°19′05″.68	28°05′42″.22	27°53′43″.76	27°44′05
Log sec φ sec δ ..	0.063992	0.063992	0.063992	0.063992	0.06399
Log sen h	9.679782	9.676116	9.672962	9.670116	9.66780
Log a	9.743774	9.740108	9.736954	9.734108	9.73180
Log b	9.129444	9.129444	9.129444	9.129444	9.12944
R	9.385670	9.389336	9.392490	9.395336	9.39764
Log adit°	0.094484	0.095204	0.095825	0.096392	0.09685
Log cos t	9.838258	9.835312	9.832779	9.830500	9.82865
$t°$	46°26′39″.00	46°48′41″.00	47°07′24″.00	47°24′04″.00	47°37′29
t^h	$3^h05^m46^s.60$	$3^h07^m14^s.73$	$3^h08^m29^s.60$	$3^h09^m36^s.27$	3^h10^m29
$\alpha - \theta_0$	7 09 22.13	7 09 22.13	7 09 22.13	7 09 22.13	7 09 22
	10 15 08.73	10 16 36.86	10 17 51.73	10 18 58.40	10 19 59
ω	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57
	14 18 06.00	14 19 34.00	14 20 49.00	14 21 55.00	14 22 49
—Correc. tab. V.	—2 20.58	—2 20.82	—2 21.02	—2 21.20	—2 21
T_m local	10 12 48.15	10 14 16.04	10 15 30.71	10 16 37.20	10 17 30
Top	10 17 31.80	10 19 00.00	10 20 15.00	10 21 21.50	10 22 15
Correc. cronom.	$-4^m43^s.65$	$-4^m43^s.96$	$-4^m44^s.29$	$-4^m44^s.30$	-4^m4

Corre

Con C. I. = -4^m44

Definit

n Avía Teray, el 1º de junio de 1923

$^{h}45^{m}09^{s}17$; $\delta = +15°00'05''$

Observador : Aramburo
Cronometrista : Lascano

Presión	761 mm
Temperatura.......	+10°5

A	—0.0387
B	+0.0013
α	1.004
β	1.000
$(1 + \alpha A)(1 + \beta B)$ ..	0.9623

Círculo a la derecha

7°25′57″50	297°14′25″00	297°03′12″50	296°53′32″50	296°43′52″50
7 25 57.50	27 14 25.00	27 03 12.50	26 53 32.50	26 43 52.50
1 55.32	1 56.27	1 57.21	1 58.01	1 58.82
1 50.95	1 51.92	1 52.78	1 53.55	1 54.32
7°24′06″55	27°12′33″08	27°01′19″72	26°51′38″95	26°41′58″18
.063992	0.063992	0.063992	0.063992	0.063992
.662972	9.660144	9.657376	9.654970	9.652548
.726964	9.724136	9.721368	9.718962	9.716540
.129444	9.129444	9.129444	9.129444	9.129444
.402480	9.405308	9.408076	9.410482	9.412904
.097822	0.098394	0.098957	0.099447	0.099944
9.824786	9.822530	9.820325	9.818409	9.816484
8°05′09″00	48°21′07″00	48°36′34″00	48°49′53″00	49°03′09″00
$3^{h}12^{m}20^{s}60$	$3^{h}13^{m}24^{s}47$	$3^{h}14^{m}26^{s}27$	$3^{h}15^{m}19^{s}53$	$3^{h}16^{m}12^{s}60$
7 09 22.13	7 09 22.13	7 09 22.13	7 09 22.13	7 09 22.13
0 21 42.73	10 22 46.60	10 23 48.40	10 24 41.66	10 25 34.73
4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00
4 24 40.00	14 25 44.00	14 26 45.00	14 27 39.00	14 28 32.00
—2 21.65	—2 21.83	—2 22.00	—2 22.14	—2 22.29
0 19 21.08	10 20 24.77	10 21 26.40	10 22 19.52	10 23 12.44
0 24 07.20	10 25 11.00	10 26 12.40	10 27 05.60	10 27 58.40
$-4^{m}46^{s}12$	**$-4^{m}46^{s}23$**	**$-4^{m}46^{s}00$**	**$-4^{m}46^{s}08$**	**$-4^{m}45^{s}96$**

métrica

C. D. $= -4^{m}46^{s}08$

$45^{s}14$ a $10^{h}23^{m}$

Cuadro XIII. — Determinación del tiemp[illegible] en Avía Teray, el 1º de junio de 1923

(2,2) β Leon[illegible] $11^h45^m09^s17$; $\delta = +15°00'05''$

$\omega \sim 4^h02^m57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim 26°41'27''$

Observador : Aramburo
Cronometrista : Lascano

θ_0 .... $4^h35^m47^s04$

Log tg φ .... 9.701349[illegible]
Log tg δ .... 9.42809[illegible]
Log b .... 9.129444[illegible]
Log sec φ 0.048933
Log sec δ 0.015059
Log sec φ sec δ .... 0.0639[illegible]

Presión .... 761 mm
Temperatura ...... +10°5

A .... —0.0387
B .... +0.0013
α 1.004
β 1.000
(1 + αA) (1 + βB) .. 0.9623

	Círculo a la izquierda				
z_{ap}	61°23'25"00	61°39'07"50	61°52'30"00	62°04'27"50	62°14 [illegible]
h_{ap}	28 36 35.00	28 20 52.50	28 07 30.00	27 55 32.50	27 45 [illegible]
R_v	1 49.79	1 50.98	1 52.02	1 52.96	1 [illegible]
R_v	1 45.66	1 46.82	1 47.78	1 48.74	1 [illegible]
h_v	28°34'49"34	28°19'05"68	28°05'42"22	27°53'43"76	27°44 [illegible]
Log sec φ sec δ	0.063992	0.063992	0.063992	0.063992	0.06[illegible]
Log sen h	9.679782	9.676116	9.672962	9.670116	9.66[illegible]
Log a	9.743774	9.740108	9.736954	9.734108	9.73[illegible]
Log b	9.129444	9.129444	9.129444	9.129444	9.12[illegible]
R	9.385670	9.389336	9.392490	9.395336	9.39[illegible]
Log adit°	0.094484	0.095204	0.095825	0.096392	0.09[illegible]
Log cos t	9.838258	9.835312	9.832779	9.830500	9.82[illegible]
$t^°$	46°26'39"00	46°48'11"00	47°07'21"00	47°24'04"00	47°37 [illegible]
t^h	$3^h05^m46^s60$	$3^h07^m14^s73$	$3^h08^m29^s60$	$3^h09^m36^s27$	3^h1[illegible]
γ — θ	7 09 22.13	7 09 22.13	7 09 22.13	7 09 22.13	7 0[illegible]
	10 15 08.73	10 16 36.86	10 17 51.73	10 18 58.40	10 19 [illegible]
ω	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 [illegible]
	14 18 06.00	14 19 31.00	14 20 49.00	14 21 55.00	14 22 [illegible]
—Correc. tab. V.	—2 20.58	—2 20.82	—2 21.02	—2 21.20	—2 [illegible]
$T_{,,}$ local	10 12 48.15	10 14 16.01	10 15 30.71	10 16 37.20	10 1[illegible]
Top	10 17 31.80	10 19 00.00	10 20 15.00	10 21 21.50	10 22 [illegible]
Correc. cronom.	-4^m43^s65	-4^m43^s96	-4^m44^s29	-4^m44^s30	-4^m[illegible]

	Círculo a la derecha				
z_{ap}	297°25'57"50	297°14'25"00	297°03'12"50	296°53'32"50	296°43'52"50
h_{ap}	27 25 57.50	27 14 25.00	27 03 12.50	26 53 32.50	26 43 52.50
R_v	1 55.32	1 56.27	1 57.21	1 58.01	1 58.82
R_v	1 50.95	1 51.92	1 52.78	1 53.55	1 54.32
h_v	27°24'06"55	27°12'33"08	27°01'19"72	26°51'38"95	26°41'58"18
Log sec φ sec δ	0.06[illegible]	0.063992	0.063992	0.063992	0.063992
Log sen h	9.662972	9.660144	9.657376	9.654970	9.652548
Log a	9.726964	9.724136	9.721368	9.718962	9.716540
Log b	9.129444	9.129444	9.129444	9.129444	9.129444
R	9.402480	9.405308	9.408076	9.410482	9.412904
Log adit°	0.097822	0.098394	0.098957	0.099447	0.099944
Log cos t	9.824786	9.822530	9.820325	9.818409	9.816484
$t^°$	48°0[illegible]	48°21'07"00	48°36'34"00	48°49'53"00	49°03'09"00
t^h	3^h1[illegible]	$3^h13^m24^s47$	$3^h14^m26^s27$	$3^h15^m19^s53$	$3^h16^m12^s60$
γ — θ	7 [illegible]	7 09 22.13	7 09 22.13	7 09 22.13	7 09 22.13
	10 21 42.73	10 22 46.60	10 23 48.40	10 24 41.66	10 25 34.73
ω	4 02 [illegible]	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00
	14 21 [illegible]	14 25 44.00	14 26 45.00	14 27 39.00	14 28 32.00
—Correc. tab. V.	—2 21.65	—2 21.83	—2 22.00	—2 22.14	—2 22.29
$T_{,,}$ local	10 1[illegible]	10 20 24.77	10 21 26.40	10 22 19.52	10 23 12.44
Top	10 24 07.20	10 25 11.00	10 26 12.40	10 27 05.60	10 27 58.40
Correc. cronom.	-4^m46^s12	-4^m46^s23	-4^m46^s00	-4^m46^s08	-4^m45^s96

[illegible]ronomet[illegible]

Con C. I. = -4^m4[illegible] Con C. D. = -4^m46^s08

Det[illegible] 4^m45^s14 a 10^h23^m

Cuadro XIV. — Determinación del tiempo m

(1,9) *ε Sagittarii*, al

$\omega \sim 4^h 02^m 57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim 26°41'27''$

θ_0 .... $4^h 39^m 43^s 60$

Log tg φ	9.701349^n
Log tg δ...........	9.835816^n
Log b.............	9.537165
Log sec φ...........	0.048933
Log sec δ...........	0.083584
Log sec φ sec δ......	0.132517

	Círculo a la izquierda				
z_{ap}...........	53°36′27″50	53°25′12″50	53°13′40″00	53°02′30″00	52°50′27″
h_{ap}...........	36 23 32.50	36 34 47.50	36 46 20.00	36 57 30.00	37 09 32.
R_N...........	1 21.38	1 20.83	1 20.27	1 19.72	1 19.
R_V...........	1 17.89	1 17.32	1 16.84	1 16.26	1 15.
h_V...........	36°22′14″61	36°33′30″18	36°45′03″16	36°56′13″74	37°08′16″
Log sec φ sec δ..	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517
Log sen h......	9.773060	9.774986	9.776946	9.778830	9.780848
Log a.........	9.905577	9.907503	9.909463	9.911347	9.913365
Log b.........	9.537165	9.537165	9.537165	9.537165	9.537165
R............	9.631588	9.629662	9.627702	9.625818	9.623800
Log sustr......	9.757288	9.758725	9.760175	9.761559	9.763029
Log cos t......	9.612865	9.666228	9.669638	9.672906	9.676394
$t°$...........	62°36′20″00	62°22′28″00	62°08′16″00	61°54′32″00	61°39′43″
t^h...........	$4^h 10^m 25^s 33$	$4^h 09^m 29^s 87$	$4^h 08^m 33^s 07$	$4^h 07^m 38^s 13$	$4^h 06^m 38^s$
$\alpha - \theta_0$........	13 39 22.80	13 39 22.80	13 39 22.80	13 39 22.80	13 39 22.
	9 28 57.47	9 29 52.93	9 30 49.73	9 31 44.67	9 32 43.
ω............	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.
	13 31 54.00	13 32 50.00	13 33 47.00	13 34 42.00	13 35 41.
—Correc. tab. V.	—2 13.01	—2 13.16	—2 13.32	—2 13.47	—2 13.
T_m local.......	9 26 44.46	9 27 39.77	9 28 36.41	9 29 31.20	9 30 30.
Top..........	9 31 15.60	9 32 10.00	9 33 06.60	9 34 02.20	9 35 01.
Correc. cronom.	**$-4^m 31^s 14$**	$-4^m 30^s 23$	$-4\ 30^s 21$	**$-4^m 31^s 00$**	**$-4^m 30^s$**

Correc

Con C. I. = $-4^m 31^s$;

Definiti

en Avía Teray, el 2 de junio de 1923

$8^h19^m06^s.40$; $\delta = -34°25'08''$

Observador : Aramburo
Cronometrista : Lascano

Presión	758 mm
Temperatura	+11°

A	—0.0405
B	—0.0026
α	1.002
β	1.000
$(1+\alpha A)(1+\beta B)$	0.9569

Círculo a la derecha

07°31′05″00	307°40′47″50	307°56′40″00	308°07′55.00	308°20′42″50
37 31 05.00	37 40 47.50	37 56 40.00	38 07 55.00	38 20 42.50
1 18.13	1 17.67	1 16.94	1 16.43	1 15.84
1 14.73	1 14.35	1 13.59	1 13.11	1 12.53
37°29′50″27	37°39′33″15	37°55′26″41	38°06′41″89	38°19′29″97
0.132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517
9.784421	9.786015	9.788603	9.790422	9.792477
9.916938	9.918532	9.921120	9.922939	9.924994
9.537165	9.537165	9.537165	9.537165	9.537165
9.620227	9.618633	9.616045	9.614226	9.612171
9.765604	9.766740	9.768572	9.769847	9.771277
9.682542	9.685272	9.689692	9.692786	9.696271
61°13′14″00	61°01′19″00	60°41′48″00	60°28′00″00	60°12′17″00
$4^h04^m52^s93$	$4^h04^m05^s27$	$4^h02^m47^s20$	$4^h01^m52^s00$	4^h00 49^s13
13 39 22.80	13 39 22.80	13 39 22.80	13 39 22.80	13 39 22.80
9 34 29.87	9 35 17.53	9 36 35.60	9 37 30.80	9 38 33.67
4 02 57.00	4 02 57.00	4.02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00
13 37 27.00	13 38 15.00	13 39 33.00	13 40 28.00	13 41 31.00
—2 13.92	—2 14.05	—2 14.26	—2 14.41	—2 14.59
9 32 15.95	9 33 03.48	9 34 21.34	9 35 16.39	9 36 19.08
9 36 46.50	9 37 33.60	9 38 50.80	9 39 46.20	9 40 48.40
-4^m30^s55	-4^m30^s12	-4 29^s46	-4^m29^s81	-4^m29^s32

ométrica

C. D. $= -4^m29^s53$

$^m30^s27$ a 9^h36^m

Cuadro XIV. — Determinación del tiempo local, en Avía Teray, el 2 de junio de 1923

(1,9) ε *Sagittarii* $\alpha = 18^h19^m06^s.40$; $\delta = -34°25'08''$

$\omega \sim 4^h02^m57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim 26°41'27''$

Observador : Aramburo
Cronometrista : Lascano

θ_0 .... $4^h39^m43^s60$

Log tg φ	9.70134[illegible]
Log tg δ	9.835816[illegible]
Log b	9.537165
Log sec φ	0.048933
Log sec δ	0.08358[illegible]
Log sec φ sec δ	0.132517

Presión .... 758 mm
Temperatura...... +11°

A	−0.0405
B	−0.0026
α	1.002
β	1.000
$(1 + \alpha A)(1 + \beta B)$..	0.9569

	Círculo a la izquierda					Círculo a la derecha				
z_0	53°36'27".50	53°25'12".50	53°13'40".00	53°02'30".00	52°50'[illegible]	307°31'05".00	307°40'47".50	307°56'40".00	308°07'55.00	308°20'42".50
h_0	36 23 32.50	36 34 47.50	36 46 20.00	36 57 30.00	37 09 [illegible]	37 31 05.00	37 40 47.50	37 56 40.00	38 07 55.00	38 20 42.50
R_s	1 21.38	1 20.83	1 20.27	1 19.72	1 [illegible]	1 18.13	1 17.67	1 16.94	1 16.43	1 15.84
R_s	1 17.89	1 17.32	1 16.84	1 16.26	1 [illegible]	1 14.73	1 14.35	1 13.59	1 13.11	1 12.53
h_s	36°22'14".61	36°33'30".18	36°45'03".16	36°56'13".74	37°08'[illegible]	37°29'50".27	37°39'33".15	37°55'26".41	38°06'41".89	38°19'29".97
Log sec φ sec δ ..	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.132[illegible]	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517
Log sen h	9.773060	9.774986	9.776946	9.778830	9.780[illegible]	9.784421	9.786015	9.788603	9·790422	9.792477
Log a	9.905577	9.907503	9.909463	9.911347	9.913[illegible]	9.916938	9.918532	9.921120	9.922939	9.924994
Log b	9.537165	9.537165	9.537165	9.537165	9.5[illegible]	9.537165	9.537165	9.537165	9.537165	9.537165
R	9.631588	9.629662	9.627702	9.625818	9.6238[illegible]	9.620227	9.618633	9.616045	9.614226	9.612171
Log sustr......	9.757288	9.758725	9.760175	9.761559	9.7630[illegible]	9.765604	9.766740	9.768572	9.769847	9.771277
Log cos t	9.612865	9.666228	9.669638	9.672906	9.676[illegible]	9.682542	9.685272	9.689692	9.692786	9.696271
t	62°36'20".00	62°22'28".00	62°08'16".00	61°54'32".00	61 3[illegible]	61°1[illegible] 11".00	61°01'19".00	60°41'48".00	60°28'00".00	60°12'17".00
t^h	$4^h10^m25^s33$	$4^h09^m29^s87$	$4^h08^m33^s07$	$4^h07^m38^s13$	4^h06^m[illegible]	$4^h04^m52^s93$	$4^h04^m05^s27$	$4^h02^m47^s20$	$4^h01^m52^s00$	$4^h00^m49^s13$
$\alpha - \theta_0$	13 39 22.80	13 39 22.80	13 39 22.80	13 39 22.80	13 39 [illegible]	13 39 22.80	13 39 22.80	13 39 22.80	13 39 22.80	13 39 22.80
	9 28 57.47	9 29 52.93	9 30 49.73	9 31 44.67	9 32 [illegible]	9 34 29.87	9 35 17.53	9 36 35.60	9 37 30.80	9 38 33.67
ω	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 [illegible]	4 02 57.00	4 02 57.00	4.02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00
	13 31 54.00	13 32 50.00	13 33 47.00	13 34 42.00	13 35 [illegible]	13 37 27.00	13 38 15.00	13 39 33.00	13 40 28.00	13 41 31.00
—Correc. tab. V.	−2 13.01	−2 13.16	−2 13.32	−2 13.17	−2 [illegible]	[illegible]	−2 14.05	−2 14.26	−2 14.41	−2 14.59
T_m local.......	9 26 44.46	9 27 39.77	9 28 36.41	9 29 31.20	9 30 [illegible]	9 32 15.95	9 33 03.48	9 34 21.34	9 35 16.39	9 36 19.08
Top.	9 31 15.60	9 32 10.00	9 33 06.60	9 34 02.20	9 35 [illegible]	9 [illegible]	9 37 33.60	9 38 50.80	9 39 46.20	9 40 18.40
Correc. cronom.	**−4 31ˢ14**	-4^m30^s23	4 30ˢ21	**−4 31ˢ00**	**−4 3[illegible]**	[illegible]	-4^m30^s12	**−4 29ˢ46**	**-4^m29^s81**	**−4 29ˢ32**

(Corr. cronomét.)

Con C. I. = −4 [illegible] Con C. D. [illegible] 4^m29^s53

Delta [illegible] -4^m30^s[illegible] [illegible] 36"

Cuadro XV. — Determinación del tiempo m

(2,2) *β Leonis*, al

$\omega \sim 4^h 02^m 57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim 26°41'27''$

Log tg φ	9.701349^n
Log tg δ............	9.428095
Log b..............	9.129444^n
Log sec φ...........	0.048933
Log sec δ...........	0.015050
Log sec φ sec δ......	0.063992

θ_0 .... $4^h 39^m 43^s.60$

	Círculo a la izquierda				
z_{ap}............	62°08′17″.50	62°17′25″.00	62°26′27″.50	62°36′27″.50	62°46′17″.
h_{ap}	27 51 42.50	27 42 35.00	27 33 32.50	27 23 32.50	27 13 42.
R_N............	1 53.26	1 53.98	1 54.71	1 55.52	1 56.
R_V............	1 49 48	1 50 16	1 50 83	1 51.61	1 52.
h_V	27°49′53″.02	27°40′44″.84	27°31′41″.67	27°21′40″.89	27°11′50″.
Log sec φ sec δ..	0.063992	0.063992	0.063992	0.063992	0.063992
Log sen h......	9.669197	9.667003	9.664817	9.662382	9.659968
Log a	9.733189	9.730995	9.728809	9.726374	9.723960
Log b	9.129444	9.129444	9.129444	9.129444	9.129444
R	9.396255	9.398449	9.400635	9.403070	9.405484
Log adit°......	0.096575	0.097012	0.097450	0.097941	0.098428
Log cos t	9.829764	9.828007	9.826259	9.824315	9.822388
$t°$	47°29′25″.00	47°42′07″.00	47°54′40″.00	48°08′30″.00	48°22′07″.[illegible]
t^h	$3^h 09^m 57^s.67$	$3^h 10\ 48^s.47$	$3^h 11^m 38^s.67$	$3^h 12^m 34^s.00$	$3^h 13^m 28^s.$[illegible]
$\alpha - \theta_0$.........	7 05 25.56	7 05 25.56	7 05 25.56	7 05 25.56	7 05 25.
	10 15 23.23	10 16 14.03	10 17 04.23	10 17 59.56	10 18 54.
ω.............	4.02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.
	14 18 20.00	14 19 11.00	14 20 01.00	14 20 57.00	14 21 51.
—Correc. tab. V.	—2 20.62	—2 20.76	—2 20.89	—2 21.05	—2 21.
T_m local.......	10 13 02.61	10 13 53.27	10 14 43.34	10 15 38.51	10 16 32.
Top...........	10 17 31.60	10 18 22.20	10 19 12.50	10 20 07.60	10 21 01.
Correc. cronom.	**—4ᵐ28ˢ.99**	**—4 28ˢ.93**	**—4ᵐ29ˢ.24**	**—4ᵐ29ˢ.09**	—4ᵐ28ˢ.[illegible]

Correcc

Con C. I. = —4ᵐ29ˢ.

Definitiv

en Avía Teray, el 2 de junio de 1923

$= 11^h45^m09^s.16$; $\delta = +15°00'05''$

Observador : Aramburo
Cronometrista : Lascano

Presión .... 759 mm
Temperatura....... +8°.7

A .... —0.0323
B .... —0.0013
α................ 1.004
β................ 1.000
$(1 + \alpha A)(1 + \beta B)$.. 0.9663

Círculo a la derecha

96°36′27″.50	296°27′07″.50	296°17′45″.00	296°07′27″.50	295°55′55″.00
26 36 27.50	26 27 07.50	26 17 45.00	26 07 27.50	25 55 55.00
1 59.45	2 00.27	2 01.09	2 02.00	2 03.04
1 55.38	1 56.25	1 57.02	1 57.89	1 58.85
26°34′32″.12	26°25′11″.25	26°15′47″.98	26°05′29″.61	25°53′56″.15
0.063992	0.063992	0.063922	0.063992	0.063992
0.650674	9.648306	9.645911	9.643263	9.640267
9.714666	9.712298	9.709903	9.707255	9.704259
9.129444	9.129444	9.129444	9.129444	9.129444
9.414778	9.417146	9.419541	9.422189	9.425185
0.100331	0.100821	0.101317	0.101870	0.102497
9.814997	9.813119	9.811220	9.809125	9.806756
49°13′20″.00	49°26′06″.00	49°38′55″.00	49°52′58″.00	50°08′41″.00
$3^h16^m53^s.33$	$3^h17^m44^s.40$	3^h18 $35^s.00$	$3^h19^m31^s.87$	$3^h20^m34^s.73$
7 05 25.56	7 05 25.56	7 05 25.56	7 05 25.56	7 05 25.56
10 22 18.89	10 23 09.96	10 24 01.23	10 24 57.43	10 26 00.29
4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00
14 25 16.00	14 26 07.00	14 26 58.00	14 27 54.00	14 28 57.00
—2 21.75	—2 21.89	—2 22.03	—2 22.18	—2 22.36
10 19 57.14	10 20 48.07	10 21 39.20	10 22 35.25	10 23 37.93
10 24 28.20	10 25 18.60	10 26 09.00	10 27 05.60	10 28 08.00
$-4^m31^s.06$	$-4^m30^s.53$	-4 $29^s.80$	-4 $30^s.35$	-4 $30^s.07$

onométrica

n C. D. = $-4^m30^s.32$

$4^m29^s.69$ a 10^h23^m

Cuadro XV. — Determinación del tiempo local, en Avía Teray, el 2 de junio de 1923

(2,2) β *Leonis*, [illegible] 11h45m09s.16 ; $\delta = +15°00'05''$

$\omega \sim 4^h02^m57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim 26°41'27''$

Observador : Aramburo
Cronometrista : Lascano

θ 4h39m43s60

Log tg φ	9.701349
Log tg δ	9.428095
Log b	9.129444
Log sec φ	0.048933
Log sec δ	0.015050
Log sec φ sec δ	0.063992

Presion	759 mm
Temperatura	+8°7

A	−0.0323
B	−0.0013
α	1.004
β	1.000
$(1 + \alpha A)(1 + \beta B)$ . .	0.9663

	Círculo a la izquierda					Círculo a la derecha				
z_{ap}	62°08'17".50	62°17'25".00	62°26'27".50	62°36'27".50	62°46'1[illegible]	296°36'27".50	296°27'07".50	296°17'45".00	296°07'27".50	295°55'55".00
h_{ap}	27 51 42.50	27 42 35.00	27 33 32.50	27 23 32.50	27 13 [illegible]	26 36 27.50	26 27 07.50	26 17 45.00	26 07 27.50	25 55 55.00
R_s	1 53.26	1 53.98	1 54.71	1 55.52	1 5[illegible]	1 59.45	2 00.27	2 01.09	2 02.00	2 03.04
R_v	1 49 48	1 50 16	1 50 83	1 51.61	1 [illegible]	1 55.38	1 56.25	1 57.02	1 57.89	1 58.85
h_v	27°49'53".02	27°40'44".84	27°31'41".67	27°21'40".89	27°11'[illegible]	26°31'32".12	26°25'11".25	26°15'47".98	26°05'29".61	25°53'56".15
Log sec φ sec δ . .	0.063992	0.063992	0.063992	0.063992	0.0639[illegible]	0.063992	0.063992	0.063922	0.063992	0.063992
Log sen h	9.669197	9.667003	9.664817	9.662382	9.659[illegible]	0.650674	9.648306	9.645911	9.643263	9.640267
Log a	9.733189	9.730995	9.728809	9.726374	9.723[illegible]	9.714666	9.712298	9.709903	9.707255	9.704259
Log b	9.129444	9.129444	9.129444	9.129444	9.1294[illegible]	9.129444	9.129444	9.129444	9.129444	9.129444
R	9.396255	9.398449	9.400635	9.403070	9.405[illegible]	9.414778	9.417146	9.419541	9.422189	9.425185
Log adit°	0.096575	0.097012	0.097450	0.097941	0.098[illegible]	0.100331	0.100821	0.101317	0.101870	0.102497
Log cos t	9.829764	9.828007	9.826259	9.824315	9.822[illegible]	9.811997	9.813119	9.811220	9.809125	9.806756
$t°$	47°29'25".00	47°42'07".00	47°54'40".00	48°08'30".00	48°22'[illegible]	49°13'20".00	49°26'06".00	49°38'55".00	49°52'58".00	50°08'41".00
t^h	3h09m57s.67	3h10 48s.47	3h11m38s.67	3h12m34s.00	3h13[illegible]	3h16 53s.33	3h17m44s.40	3h18 35s.00	3h19m31s.87	3h20m34s.73
$\alpha - \theta$	7 05 25.56	7 05 25.56	7 05 25.56	7 05 25.56	7 05 [illegible]	7 05 25.56	7 05 25.56	7 05 25.56	7 05 25.56	7 05 25.56
	10 15 23.23	10 16 14.03	10 17 04.23	10 17 59.56	10 18 [illegible]	10 22 18.89	10 23 09.96	10 24 01.23	10 24 57.43	10 26 00.29
ω	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 [illegible]	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00	4 02 57.00
	14 18 20.00	14 19 11.00	14 20 01.00	14 20 57.00	14 21 [illegible]	14 25 16.00	14 26 07.00	14 26 58.00	14 27 54.00	14 28 57.00
—Correc. tab. V.	−2 20.62	−2 20.76	−2 20.89	−2 21.05	−2 [illegible]	−2 21.75	−2 21.89	−2 22.03	−2 22.18	−2 22.36
T_m local	10 13 02.61	10 13 53.27	10 14 43.34	10 15 38.51	10 16 [illegible]	10 19 57.14	10 20 48.07	10 21 39.20	10 22 35.25	10 23 37.93
Top	10 17 31.60	10 18 22.20	10 19 12.50	10 20 07.60	10 21 [illegible]	10 [illegible]	10 25 18.60	10 26 09.00	10 27 05.60	10 28 08.00
Correc. cronom.	**−4m28s.99**	**−4 28s.93**	**−4m29s.24**	**−4m29s.09**	**−4m2[illegible]**	−4m31s.06	**−4m30s.53**	**−4 29s.80**	**−4m30s.35**	**−4 30s.07**

Corr[illegible] cronométrica

Con C. I. = −4m29[illegible] Con C. D. = −4m30s.32

Debi[illegible] −4m29s.69 a 10h23m

Cuadro XVI. — Determinación del tiempo medio local y latitud en Avía Teray, el 2 de junio de 1923

Temperatura..	+8°	h.....	35°	*Observador :*	Aramburo
Barómetro....	759 mm	θ_0.....	$4^h39^m43^s.60$	*Cronometrista :*	Lascano

Corrección cronométrica horaria : $+0^s.738$

	(2,8) η *Boötis*	(3,4) δ *Aquilae*	(2,9) δ *Centauri*
Tops, T_m..	$11^h20^m59^s.50$	$11^h31^m41^s.00$	$11^h52^m34^s.50$
α........	$\alpha =$ 13 51 02.84	$\alpha' =$ 19 21 39.02	$\alpha'' =$ 12 04 23.99
δ........	$\delta = +18°47'00''.03$	$\delta' = +\ 2°57'44''.47$	$\delta'' = -50°18'00''.32$

Intervalos en T_m — *Tab. VI. — Intervalos en* T_s

$T' - T = 10^m41^s.50 + 0^s.13 = 10^m41^s.63$; $+ 1^s.76 = 10^m43^s.39$

$T'' - T = 31\ 33.00 + 0.39 = 31\ 33.39$; $+ 5.18 = 31\ 38.57$

$\lambda = T' - T - (\alpha' - \alpha) = -5^h19^m52^s.79 = -79°58'11''.85$

$\lambda' = T'' - T - (\alpha'' - \alpha) = +2\ 18\ 17.42 = +34\ 34\ 21.30$

½ λ............	− 39°59'05''.92	½ λ'..............	+ 17°17'10''.65
½ $(\delta' - \delta)$......	− 7 54 37.78	½ $(\delta'' - \delta)$.........	− 34 32 30.17
½ $(\delta' + \delta)$......	+ 10 62 22.25	δ $(\delta'' + \delta)$.........	− 15 45 30.14
Log ctg ½ $(\delta' - \delta)$.	0.8571472^n	Log ctg ½ $(\delta'' - \delta)$..	0.1621885^n
Log sen ½ λ.....	9.8079318^n	Log sen ½ λ'.......	9.4729705
Log m sen M...	0.6650790	Log m' sen M'.....	9.6351590^n
Log tg ½ $(\delta' + \delta)$.	9.2834781	Log tg ½ $(\delta'' + \delta)$..	9.4505369^n
Log cos ½ λ.....	9.8843495	Log cos ½ λ'.......	9.9199270
Log m cos M...	9.1678276	Log m' cos M'.....	9.4304639^n
Log tg M......	9.4972514 [1°]	Log tg M'........	0.2646951 [3°]
Log cos M.....	8.5025285	Log sen M'.......	9.9285564^n
Log m.........	0.6652991	Log m'..........	9.7066026
M............	88°10'38''.14	M'..............	238°01'43''.35
½ λ − M = N...	−127 09 44.06	½ λ' − M' = N'....	−220 44 32.70
ψ............	83 43 26.33	Log $\frac{m}{m'}$ = log tg ψ..	0.9586965
45° − ψ.......	− 38 43 26.33	Log tg (45° − ψ)...	9.9040868^n
½ (N' − N).....	− 46 17 25.32	Log ctg ½ (N' − N).	9.9804360^n
t + ½ (N' + N).	37 28 15.06	Log tg[t+½(N'+N)]	9.8845229
½ (N' + N).....	−174 27 08.38		
t............	+211 55 23.44	t...............	$2^h07^m41^s.56$
ο............	+ 31 55 23.44	α...............	13 51 02.84
		θ...............	15 58 44.40
		− θ_0.............	− 4 39 43.60
		....	11 19 00.80
		ω................	4 02 56.80
		....	15 21 57.60
		Corrección tabla V.	− 2 31.04
		T_m local.........	11 16 29.76
		Top..............	11 20 59.50
		Corr. cronométrica.	− $4^m29^s.74$
t + N.........	− 96°14'20''.62	t + N'..........	−188°49'09''.26
Log cos (t + N).	9.0361380^n	Log cos (t + N')...	9.9948348^n
Log m.........	0.6652991	Log m'..........	9.7066026
Log tg φ.......	9.7014371^n	Log tg φ..........	9.7014374^n

$\varphi = -26°41'43''.69$

Cuadro XVII. — Determinación del tiempo medio local y latitud en Avía Teray, el 2 de junio de 1923

Temperatura..	+8°	*h*.....	35°	*Observador :*	Aramburo
Barómetro....	759 mm	θ_0.....	$4^h39^m43^s.60$	*Cronometrista :*	Lascano

Corrección cronométrica horaria : $+0^s.738$

	(2,9) ε *Virginis*	(3,6) δ *Pavonis*	(3,4) δ *Aquilae*
Tops, T_m..	$11^h04^m20^s.80$	$11^h10^m51^s.80$	$11^h31^m41^s.00$
α........	$\alpha =$ 12 58 22.19	$\alpha' =$ 20 01 14.45	$\alpha'' =$ 19 21 39.02
δ........	$\delta = +11°22'18''.66$	$\delta' = -66°22'23''.85$	$\delta'' = +\ 2°57'44''.47$

Intervalos en T_m — *Tabl. VI. — Intervalos en* T_s

$T' - T = 6^m31^s.00 + 0^s.08 = 6^m31^s.08$; $+ 1^s.07 = 6^m32^s.15$

$T'' - T = 27\ 20.20 + 0.34 = 27\ 20.54$; $+ 4.49 = 27\ 25.03$

$\lambda = T' - T - (\alpha' - \alpha) = -6^h56^m20^s.11 = -104°05'01''.65$

$\lambda' = T'' - T - (\alpha'' - \alpha) = -5\ 55\ 51.80 = -\ 88\ 57\ 57.00$

$\frac{1}{2}\lambda$...........	$-52°02'30''.82$	$\frac{1}{2}\lambda'$..............	$-44°28'58''.50$
$\frac{1}{2}(\delta' - \delta)$......	$-$ 38 52 21.25	$\frac{1}{2}(\delta'' - \delta)$.........	$-$ 4 12 17.09
$\frac{1}{2}(\delta' + \delta)$......	$-$ 27 30 02.59	$\frac{1}{2}(\delta'' + \delta)$.........	$+$ 7 10 01.56
Log ctg $\frac{1}{2}(\delta' - \delta)$.	0.0936067^n	Log ctg $\frac{1}{2}(\delta'' - \delta)$..	1.1336021^n
Log sen $\frac{1}{2}\lambda$.....	9.8967800^n	Log sen $\frac{1}{2}\lambda'$.......	9.8455300^n
Log *m* sen M...	0.9903867	Log *m'* sen M'.....	0.6791321
Log tg $\frac{1}{2}(\delta' + \delta)$.	9.7164900^n	Log tg $\frac{1}{2}(\delta'' + \delta)$...	9.0994943
Log cos $\frac{1}{2}\lambda$.....	9.7889352	Log cos $\frac{1}{2}\lambda'$.......	9.8533693
Log *m* cos M...	9.5054252^n	Log *m'* cos M'.....	8.9528636
Log tg M......	0.4849615^n [2°]	Log tg M'.........	2.0262685 [1°]
Log cos M.....	9.4929312^n	Log sen M'.......	9.9999808
Log *m*........	0.0124940	Log *m'*..........	0.9791513
M............	$108°07'36''.77$	M'...............	$89°27'38''.47$
$\frac{1}{2}\lambda - M = N$...	-160 10 07.59	$\frac{1}{2}\lambda' - M' = N'$....	-133 56 36.97
ψ............	6 09 46.48	Log $\frac{m}{m'} = \log \operatorname{tg} \psi$..	9.0333427
$45° - \psi$.......	38 50 13.52	Log tg $(45° - \psi)$..	9.9058428
$\frac{1}{2}(N' - N)$.....	13 06 45.31	Log ctg $\frac{1}{2}(N' - N)$.	0.6327580
$t + \frac{1}{2}(N' + N)$..	73 51 47.00	Log tg $[t + \frac{1}{2}(N' + N)]$	0.5386008
$\frac{1}{2}(N' + N)$.....	-147 03 22.28		
t............	220 55 09.28	*t*................	$2^h43^m40^s.62$
o............	40 55 09.28	α................	12 58 22.19
		θ................	15 42 02.81
		$-\theta_0$............	$-$ 4 39 43.60
		....	11 02 19.21
		ω................	4 02 56.80
		....	15 05 16.01
		Corrección tabla V.	$-$ 2 28.31
		T_m local..........	10 59 50.90
		Top.............	11 04 20.80
		Corr. cronométrica.	$-$ **4 29^s^90**
$t + N$.........	$-119°14'58''.31$	$t + N'$...........	$-\ 93°01'27''.69$
Log cos $(t + N)$.	9.6889660^n	Log cos $(t + N')$...	8.7223089^n
Log *m*........	0.0124940	Log *m'*..........	0.9791513
Log tg φ.......	9.7014600^n	Log tg φ.........	9.7014602^n

$\varphi = -26°41'48''.04$

Cuadro XVIII. — Determinación del tiempo m[...]

(1,9) ε *Sagitarii*, al [...]

$\omega \sim 4^h02^m57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim -26°41'26''3$

θ_0 Gr.	$4^h55^m29^s.82$
Corrección tabla VI.	$+39^s.91$
θ_0 lug.	$4^h56^m09^s.73$

Log tg φ	9.701346^n
Log tg δ	9.835818^n
Log b	9.537164
Log sec φ	0.048932
Loc sec δ	0.083585
Log sec φ sec δ	0.132517

	Círculo a la izquierda				
z_{ap}	58°19′32″.50	58°05′00″.00	57°54′55″.00	57°43′55″.00	57°32′55″.0
h_{ap}	31 40 27.50	31 55 00.00	32 05 05.00	32 16 05.00	32 27 05.0
R_N	1 37.13	1 36.23	1 35.60	1 34.97	1 34.2
R_V	1 34.68	1 33.80	1 33.22	1 32.63	1 31.9
h_V	31°38′52″.82	31°53′26″.20	32°03′31″.78	32°14′32″.37	32°25′33″.0
Log sec φ sec δ	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517
Log sen h	9.719911	9.722880	9.724923	9.727136	9.729333
Log a	9.852428	9.855397	9.857440	9.859653	9.861850
Log b	9.537164	9.537164	9.537164	9.537164	9.537164
R	9.684736	9.681767	9.679274	9.677511	9.675314
Log sustr.	0.287248	0.284482	0.282595	0.280582	0.278597
Log cos t	9.565180	9.570915	9.574845	9.579071	9.583253
$t°$	68°26′33″.00	68°08′29″.00	67°55′56″.00	67°42′18″.00	67°28′39″.0
t^h	$4^h33^m46^s.20$	$4^h32^m33^s.93$	$4^h31^m43^s.73$	$4^h30^m49^s.20$	$4^h29^m54^s.0$
$\alpha - \theta_0$ lug.	13 22 56.76	13 22 56.76	13 22 56.76	13 22 56.76	13 22 56.7
	8 49 10.56	8 50 22.83	8 51 13.03	8 52 07.56	8 53 02.1
—Correc. tab. V.	—1 26.69	—1 26.89	—1 27.03	—1 27.17	—1 27.3
T_m local	8 47 43.87	8 48 55.94	8 49 46.00	8 50 40.39	8 51 34.8
Top	8 52 40.80	8 53 53.60	8 54 43.50	8 55 37.40	8 56 32.2
Correc. cronom.	**$-4^m56^s.93$**	$-4^m57^s.66$	$-4^m57^s.50$	**$-4^m57^s.01$**	**$-4^m57^s.3$**

Correcci[...]

Con C. I. $= -4^m57^s.1$ [...]

Definitiv[...]

…, en Avía Teray, el 6 de junio de 1923

… $18^h19^m06^s49$; $\delta = -34°25'08''5$

Observador : Aramburo
Cronometrista : Lascano

Presión	761 mm	A	—0.0261
Temperatura......	+7°	B	+0.0013
		α	1.003
		β	1.000
		$(1+\alpha A)(1+\beta B)$..	0.9751

Círculo a la derecha

303°10′17″50	303°21′02″50	303°30′10″00	303°39′25″00	303°48′17″50
33 10 17.50	33 21 02.50	33 30 10.00	33 39 25.00	33 48 17.50
1 31.71	1 31.09	1 30.57	1 30.04	1 29.55
1 29.42	1 28.83	1 28.34	1 27.76	1 27.37
33°08′48″08	33°19′33″67	33°28′41″66	33°37′57″24	33°46′50″13
0.132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517
9.737816	9.739891	9.741640	9.743404	9.745086
9.570333	0.872408	9.874157	9.875921	9.877603
9.537164	9.537163	9.537164	9.537164	9.537164
9.666831	9.664756	9.663007	9.661243	9.659561
0.271106	0.269316	0.267819	0.266320	0.264901
9.599227	0.603092	9.606338	9.609601	9.612702
66°35′03″00	66°21′44″00	66°10′27″00	65°58′59″00	65°48′00″00
$4^h26^m20^s20$	$4^h25^m26^s93$	$4^h24^m41^s80$	$4^h23^m55^s93$	$4^h23^m12^s00$
13 22 56.76	13 22 56.76	13 22 56.76	13 22 56.76	13 22 56.76
8 56 36.56	8 57 29.83	8 58 14.96	8 59 00.83	8 59 44.76
—1 27.91	—1 28.06	—1 28.18	—1 28.30	—1 28.42
8 55 08.65	8 56 01.77	8 56 46.78	8 57 32.53	8 58 16.34
9 00 04.50	9 00 58.60	9 01 43.50	9 02 28.20	9 03 43.40
$-4\ 55^s85$	$-4\ 56^s83$	-4^m56^s72	-4^m55^s67	-4^m57^s06

…onométrica

…on C. D. $= -4^m56^s77$
…4^m56^s93 a 8^h58^m

Cuadro XVIII. — Determinación del tiempo [illegible], en Avía Teray, el 6 de junio de 1923

(1,9) ε *Sagitarii*, [illegible] = $18^h19^m06^s49$; δ = −34°25′08″5

ω ~ $4^h02^m57^s$ O. Greenwich
φ ~ −26°41′26″3

Observador : Aramburo
Cronometrista : Lascano

θ_0 Gr.	$4^h55^m29^s82$
Corrección tabla VI.	$+39^s91$
θ lug.	$4^h56^m09^s73$

Log tg φ	9.701346n
Log tg δ	9.835818n
Log b	9.537164
Log sec φ	0.048932
Log sec δ	0.08358[illegible]
Log sec φ sec δ	0.132517

Presión	761 mm
Temperatura	+7°

A	−0.0261
B	+0.0013
α	1.003
β	1.000
(1+ αA) (1+ βB)	0.9751

Círculo a la izquierda

z_{ap}	58°19′32″50	58°05′00″00	57°54′55″00	57°43′55″00	57°32′ [illegible]
h_{ap}	31 40 27.50	31 55 00.00	32 05 05.00	32 16 05.00	32 27 [illegible]
R_N	1 37.13	1 36.23	1 35.60	1 34.97	1 3[illegible]
R_V	1 34.68	1 33.80	1 33.22	1 32.63	1 [illegible]
h_V	31°38′52″82	31°53′26″20	32°03′31″78	32°14′32″37	32 25 [illegible]
Log sec φ sec δ	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.13[illegible]
Log sen h	9.719911	9.722880	9.724923	9.727136	9.72[illegible]
Log a	9.852128	9.855397	9.857440	9.859653	9.861[illegible]
Log b	9.537164	9.537164	9.537164	9.537164	9.53[illegible]
R	9.684736	9.681767	9.679274	9.677511	9.67[illegible]
Log sustr.	0.287248	0.284482	0.282595	0.280582	0.27[illegible]
Log cos t	9.565180	9.570915	9.574845	9.579071	9.58[illegible]
t	68°26′33″00	68°08′29″00	67°55′56″00	67°42′18″00	67 28 [illegible]
t^h	$4^h33^m46^s20$	$4^h32^m33^s93$	$4^h31^m43^s73$	$4^h30^m19^s20$	4^h29^m [illegible]
α − θ lug.	13 22 56.76	13 22 56.76	13 22 56.76	13 22 56.76	13 22 [illegible]
	8 49 10.56	8 50 22.83	8 51 13.03	8 52 07.56	8 53 [illegible]
—Correc. tab. V.	−1 26.69	−1 26.89	−1 27.03	−1 27.17	−1 [illegible]
T local	8 47 43.87	8 48 55.94	8 49 46.00	8 50 40.39	8 51 [illegible]
Top.	8 52 40.80	8 53 53.60	8 54 43.50	8 55 37.40	8 56 [illegible]
Correc. cronom.	**4^m56^s93**	-4^m57^s66	-4^m57^s50	**-4^m57^s01**	-4^m5[illegible]

Círculo a la derecha

z_{ap}	303°10′17″50	303°21′02″50	303°30′10″00	303°39′25″00	303°48′17″50
h_{ap}	33 10 17.50	33 21 02.50	33 30 10.00	33 39 25.00	33 48 17.50
R_N	1 31.71	1 31.09	1 30.57	1 30.04	1 29.55
R_V	1 29.12	1 28.83	1 28.31	1 27.76	1 27.37
h_V	33°08′48″08	33°19′33″67	33°28′41″66	33°37′57″24	33°46′50″13
Log sec φ sec δ	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517
Log sen h	9.7[illegible]7816	9.739891	9.741610	9.743404	9.745086
Log a	9.570333	0.872408	9.874157	9.875921	9.877603
Log b	9.5[illegible]7164	9.537163	9.537164	9.537164	9.537164
R	9.6[illegible]8[illegible]1	9.661756	9.663007	9.661243	9.659561
Log sustr.	0.[illegible]71106	0.269316	0.267819	0.266320	0.264901
Log cos t	9.5[illegible]227	0.603092	9.606338	9.609601	9.612702
t	66 [illegible] 03″00	66°21′41″00	66°10′27″00	65°58′59″00	65°48′00″00
t^h	4 2[illegible] 20.20	$4^h25^m26^s93$	$4^h24^m41^s80$	$4^h23^m55^s93$	$4^h23^m12^s00$
α − θ lug.	13 2[illegible] 76	13 22 56.76	13 22 56.76	13 22 56.76	13 22 56.76
	8 [illegible]	8 57 29.83	8 58 14.96	8 59 00.83	8 59 44.76
—Correc. tab. V.	[illegible] 94	−1 28.06	−1 28.18	−1 28.30	−1 28.42
T local	8 [illegible]	8 56 01.77	8 56 46.78	8 57 32.53	8 58 16.34
Top.	9 [illegible] 70	9 00 58.60	9 01 43.50	9 02 28.20	9 03 13.40
Correc. cronom.	− [illegible] 55	**-4^m56^s83**	**-4^m56^s72**	-4^m55^s67	-4^m57^s06

[illegible] crono[illegible]

Con C. I. = -4^m5[illegible] Con C. D. = -4^m56^s77

Del[illegible] -4^m56^s93 a 8^h58^m

Cuadro XIX. — Determinación del tiempo m[illegible]

(1,2) α *Virginis* (Spica), al

$\omega \sim 4^h02^m57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim -26°41'26''3$

θ_0 Gr.	$4^h55^m29^s82$
Corrección tabla VI.	$+39^s91$
θ_0 lug.	$4^h56^m09^s73$

Log tg φ	9.701346^n
Log tg δ	9.278923^n
Log b	8.980269
Log sec φ	0.048932
Log sec δ	0.007706
Log sec φ sec δ	0.056368

	Círculo a la izquierda				
z_{ap}	51°37′42″50	51°50′07″50	52°03′05″00	52°17′27″50	52°28′20″0
h_{ap}	38 22 17.50	38 09 52.50	37 56 55.00	37 42 32.50	37 31 40.0
R_N	1 15.77	1 16.33	1 16.93	1 17.60	1 18.1
R_V	1 14.62	1 15.11	1 15.70	1 16.39	1 16.8
h_V	38°21′02″88	38°08′37″39	37°55′39″30	37°41′16″11	37°30′23″1
Log sec φ sec δ	0.056638	0.056638	0.056638	0.056638	0.056638
Log sen h	9.792723	9.790733	9.788639	9.786296	9.784510
Log a	9.849361	9.847371	9.845277	9.842934	9.841148
Log b	8.980269	8.980269	8.980269	8.980269	8.980269
R	9.130908	9.132898	9.134992	9.137335	9.139121
Log sustr.	0.063074	0.063385	0.063715	0.064087	0.064371
Log cos t	9.786287	9.783986	9.781562	9.778847	9.776777
$t°$	52°18′46″00	52°32′48″00	52°47′26″00	53°03′40″00	53°15′57″0
t^h	$3^h29^m15^s07$	$3^h30^m11^s20$	$3^h31^m09^s73$	$3^h32^m14^s67$	$3^h33^m03^s8$
$\alpha - \theta_0$ lug	8 25 00.24	8 25 00.24	8 25 00.24	8 25 00.24	8 25 00.2
	11 54 15.31	11 55 11.44	11 56 09.97	11 57 14.91	11 58 04.0
—Correc. tab. V.	—1 57.01	—1 52.17	—1 57.33	—1 57.50	—1 57.6
T_m local	11 52 18.30	11 53 14.27	11 54 12.64	11 55 17.41	11 56 06.4
Top	11 57 10.00	11 58 06.00	11 59 03.80	12 00 09.80	12 00 58.2
Correc. cronom.	**-4^m51^s70**	**-4^m51^s73**	-4^m51^s16	-4^m52^s39	**-4^m51^s8**

Correcci

Con C. I. = -4^m51^s7

Definitiv

d, en Avía Teray, el 6 de junio de 1923

$13^h21^m09^s97$; $\delta = -10°45'43''4$

Observador : Aramburo
Cronometrista : Lascano

Presión..........	761 mm
Temperatura......	$+4°5$

A	-0.0169
B	$+0.0013$
α..............	1.002
β..............	1.000
$(1+\alpha A)(1+\beta B)$..	0.9844

Círculo a la derecha

306°49′50″00	306°37′20″00	306°17′22″50	306°06′57″50	305°56′27″50
36 49 50.00	36 37 20.00	36 17 22.50	36 06 58.50	35 56 27.50
1 20.10	1 20.71	1 21.68	1 22.20	1 22.74
1 18.85	1 19.44	1 20.43	1 20.92	1 21.41
36°48′31″15	36°36′00″56	36°16′02″07	36°05′36″58	35°55′06″09
0.056638	0.056638	0.056638	0.056638	0.056638
9.777531	9.775412	9.771993	9.770193	9.768366
9.834169	9.832050	9.828631	9.826831	9.825004
8.980269	8.980269	8.980269	8.980269	8.980269
9.146100	9.148219	9.151638	9.153438	9.155265
0.065497	0.065843	0.066406	0.066704	0.067007
9.768672	9.766207	9.762225	9.760127	9.757997
54°03′09″00	54°12′14″00	54°39′44″00	54°51′28″00	55°03′17″00
$3^h36^m12^s60$	$3^h37^m08^s93$	$3^h38^m38^s93$	$3^h39^m25^s87$	$3^h40^m13^s13$
8 25 00.24	8 25 00.24	8 25 00.24	8 25 00.24	8 25 00.24
12 01 12.84	12 02 09.17	12 03 39.17	12 04 26.11	12 05 13.37
−1 58.15	−1 58.31	−1 58.55	−1 58.68	−1 58.81
11 59 14.69	12 00 10.86	12 01 40.62	12 02 27.43	12 03 14.56
12 04 12.00	12 05 08.20	12 06 37.20	12 07 23.60	12 08 11.50
-4^m57^s31	**-4^m57^s34**	**-4^m56^s58**	-4^m56^s17	**4^m56^s94**

onométrica

n C. D. $= -4^m56^s94$

4^m54^s34 a 12^h02^m

Cuadro XIX. — Determinación del tiempo [illegible], en Avía Teray, el 6 de junio de 1923

(1,2) α *Virginis* (Spica), [illegible] = 13h21m09s97 ; δ = −10°45′43″4

$\omega \sim 4^h02^m57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim -26°41'26''3$

Observador : Aramburo
Cronometrista : Lascano

θ_0 Gr.	4h55m29s82
Corrección tabla VI.	+39s91
θ lug.	4h56m09s73

Log tg φ	9.701346
Log tg δ	9.278923
Log *b*	8.980269
Log sec φ	0.048932
Log sec δ	0.007706
Log sec φ sec δ	0.056368

Presión	761 mm
Temperatura	+4°5

A	−0.0169
B	+0.0013
α	1.002
β	1.000
(1+ αA) (1+ βB)	0.9844

	Círculo a la izquierda					Círculo a la derecha				
z_{ap}	51°37′42″50	51°50′07″50	52°03′05″00	52°17′27″50	52°28′[illegible]	306°49′50″00	306°37′20″00	306°17′22″50	306°06′57″50	305°56′27″50
h_{ap}	38 22 17.50	38 09 52.50	37 56 55.00	37 42 32.50	37 31 [illegible]	36 49 50.00	36 37 20.00	36 17 22.50	36 06 58.50	35 56 27.50
R_s	1 15.77	1 16.33	1 16.93	1 17.60	1 [illegible]	1 20.10	1 20.71	1 21.68	1 22.20	1 22.74
R_v	1 14.62	1 15.11	1 15.70	1 16.39	1 [illegible]	1 18.85	1 19.44	1 20.43	1 20.92	1 21.41
h_v	38°21′02″88	38°08′37″39	37°55′39″30	37°41′16″11	37°30′[illegible]	36°48′31″15	36°36′00″56	36°16′02″07	36°05′36″58	35°55′06″09
Log sec φ sec δ	0.056638	0.056638	0.056638	0.056638	0.0566[illegible]	0.056638	0.056638	0.056638	0.056638	0.056638
Log sen *h*	9.792723	9.790733	9.788639	9.786296	9.7845[illegible]	9.777531	9.775412	9.771993	9.770193	9.768366
Log *a*	9.849361	9.847371	9.845277	9.842934	9.8411[illegible]	9.834169	9.832050	9.828631	9.826831	9.825004
Log *b*	8.980269	8.980269	8.980269	8.980269	8.9802[illegible]	8.980269	8.980269	8.980269	8.980269	8.980269
R	9.130908	9.132898	9.134992	9.137335	9.1391[illegible]	9.146100	9.148219	9.151638	9.153438	9.155265
Log sustr.	0.063074	0.063385	0.063715	0.064087	0.0643[illegible]	0.065197	0.065843	0.066406	0.066704	0.067007
Log cos *t*	9.786287	9.783986	9.781562	9.778847	9.776[illegible]	9.768672	9.766207	9.762225	9.760127	9.757997
$t°$	52°18′46″00	52°32′48″00	52°47′26″00	53°03′40″00	53°15′[illegible]	54°03′09″00	54°12′14″00	54°39′44″00	54°51′28″00	55°03′17″00
t^h	3h29m15s07	3h30m11s20	3h31m09s73	3h32m14s67	3h33m[illegible]	3h36m12s60	3h37m08s93	3h38m38s93	3h39m25s87	3h40m13s13
α − θ lug.	8 25 00.24	8 25 00.24	8 25 00.24	8 25 00·24	8 25 [illegible]	8 25 00.24	8 25 00.24	8 25 00.24	8 25 00.24	8 25 00.24
	11 54 15.31	11 55 11.44	11 56 09.97	11 57 14.91	11 58 [illegible]	12 01 12.84	12 02 09.17	12 03 39.17	12 04 26.11	12 05 13.37
—Correc. tab V.	−1 57.01	−1 52.17	−1 57.33	−1 57.50	−1 [illegible]	−1 58.15	−1 58.31	−1 58.55	−1 58.68	−1 58.81
T_m local.	11 52 18.30	11 53 14.27	11 54 12.64	11 55 17.41	11 56 [illegible]	11 59 14.69	12 00 10.86	12 01 40.62	12 02 27.43	12 03 14.56
Top	11 57 10.00	11 58 06.00	11 59 03.80	12 00 09.80	12 00 [illegible]	12 04 12.00	12 05 08.20	12 06 37.20	12 07 23.60	12 08 11.50
Correc. cronom.	**−4m51s70**	**−4m51s73**	−4m51s16	−4m52s39	**−4m51[illegible]**	−4 57s31	**−4m57s34**	**−4m56s58**	−4m56s17	**4m56s94**

Corr[illegible] cronom.

Con C. I. = −4m51[illegible] Con C. [illegible] 4m56s94

Defini[illegible] 4m54s31 a 12h02m

Cuadro XX. — Determinación del tiempo m

(1,9) ε *Sagittarii*, al

$\omega \sim 4^h02^m57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim -26°41'26''3$

θ_0 Gr.	$4^h59^m26^s38$
Corrección tabla VI.	$+39^s91$
θ_0 lug.	$5^h00^m06^s29$

Log tg φ	9.701246^n
Log tg δ	9.335819^n
Log b	9.537165
Log sec φ	0.048932
Log sec δ	0.083585
Log sec φ sec δ	0.132517

	Círculo a la izquierda				
z_{ap}	55°42′15″00	55°33′05″00	55°24′07″50	55°14′00″00	54°53′47″5
h_{ap}	34 17 45.00	34 26 55.00	34 35 52.50	34 46 00.00	35 06 12.5
R_N	1 27.92	1 27.43	1 26.94	1 26.39	1 25.3
R_V	1 24.84	1 24.36	1 23.88	1 23.39	1 22.3
h_V	34°16′20″16	34°25′30″64	34°34′28″62	34°44′36.61	35°04′50″1
Log sec φ sec δ	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517
Log sen h	9.750606	9.752302	9.753950	9.755801	9.759463
Log a	9.883123	9.884819	9.886467	9.888318	9.891980
Log b	9.537165	9.537165	9.537165	9.537165	9.537165
R	9.654042	9.652346	9.650698	9.648847	9.645185
Log sustr.	0.260318	0.258930	0.257590	0.256098	0.253178
Log cos t	9.622805	9.625889	9.628877	9.632220	9.638802
$t°$	65°11′33″00	65°00′13″00	64°49′09″00	64°66′39″00	64°11′41″0
t^h	$4^h20^m46^s20$	$4^h20^m00^s87$	$4^h19^m16^s60$	$4^h18^m26^s60$	$4^h16^m46^s7$
$\alpha - \theta_0$ lug.	13 19 00.22	13 19 00.22	13 19 00.22	13 19 00.22	13 19 00.2
	8 58 14.02	8 58 59,35	8 59 43.62	9 00 33.62	9 02 13.4
— Correc. tab. V.	—1 28.18	—1 28.30	—1 28.42	—1 28.56	—1 28.8
T_m local	8 56 45.84	8 57 31.05	8 58 15.20	8 59 05.06	9 00 44.6
Top	9 01 33.50	9 02 19.00	9 03 03.40	9 03 52.20	9.05 32.0
Correc. cronom.	**-4^m47^s66**	**-4^m47^s95**	**-4^m48^s20**	-4^m47^s14	-4^m47^s3

Correcci

Con C. I. = -4^m47^s9
Definitiv

c en Avía Teray, el 7 de junio de 1923

= $18^h19^m06^s.51$; $\delta = -34°25'08''.6$

Observador : Aramburo
Cronometrista : Lascano

Presión .... 761 mm
Temperatura...... +9°

A	—0.0334
B	—0.0013
α	1.002
β	1.000
$(1+\alpha A)(1+\beta B)$ ..	0.9652

Círculo a la derecha

305°33'32".50	305°43'10".00	305°52'50".00	306°02'25".00	306°14'02".50
35 33 32.50	35 43 10.00	35 52 50.00	36 02 25.00	36 14 02.50
1 23.90	1 23.41	1 22.92	1 22.44	1 21.85
1 20.98	1 20.50	1 20.02	1 19.53	1 18.95
35°32'11".52	35°41'49".50	35°51'29".98	36°01'05".47	36°12'43".55
0.132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517
9.764342	9.766042	9.767737	9.769408	9.771442
9.896859	9.898559	9.900254	9.991925	9.903939
9.537165	9.537165	9.537165	9.537165	9.537165
9.640306	9.638606	9.636911	9.635240	9.633226
0.249356	0.248042	0.246741	0.245466	0.243942
9.647503	9.650517	9.653513	9.656459	9.659997
73°37'58".00	63°26'05".00	63°14'11".00	63°02'22".00	62°48'03".00
$4^h14^m31^s.87$	$4^h13^m44^s.33$	$4^h12^m56^s.73$	$4^h12^m09^s.47$	$4^h11^m12^s.20$
13 19 00.22	13 19 00.22	13 19 00.22	13 19 00.22	13 19 00.22
9 04 28.35	9 05 15.89	9 06 03.49	9 06 50.75	9 07 48.02
—1 29.20	—1 29.33	—1 29.46	—1 29.59	—1 29.74
9 02 59.15	9 03 46.56	9 04 34.03	9 05 21.16	9 06 18.28
9 07 41.20	9 08 28.50	9 09 16.00	9 10 03.60	9 11 02.20
$-4^m42^s.05$	**$-4^m41^s.94$**	**$-4^m41^s.97$**	**$-4^m42^s.44$**	**$-4^m43^s.92$**

onométrica

on C. D. = $-4^m42^s.10$
$-4^m45^s.02$ a 9^h06^m

Cuadro XX. — Determinación del tiempo [illegible]al, en Avía Teray, el 7 de junio de 1923

(1,9) ε *Sagittarii*, α [illegible] = $18^h19^m06^s51$; $\delta = -34°25'08''6$

$\omega \sim 4^h02^m57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim -26°41'26''3$

Observador : Aramburo
Cronometrista : Lascano

θ_0 Gr.	$4^h59^m26^s38$
Corrección tabla VI.	$+39^s91$
θ_0 lug.	$5^h00^m06^s29$

Log tg φ	9.701246
Log tg δ	9.835819
Log b	9.537165
Log sec φ	0.048932
Log sec δ	0.083585
Log sec φ sec δ	0.132517

Presión	761 mm
Temperatura	+9°

A	−0.0334
B	−0.0013
α	1.002
β	1.000
$(1+\alpha A)(1+\beta B)$	0.9652

	Círculo a la izquierda					Círculo a la derecha				
z_{ap}	55°12'15"00	55°33'05"00	55°21'07"50	55°14'00"00	54°53'4[illegible]	305 53'32"50	305°43'10"00	305 52'50"00	306 02'25"00	306°14'02"50
h_{ap}	34 17 45.00	34 26 55.00	34 35 52.50	34 46 00.00	35 06 12[illegible]	35 33 32.50	35 43 10.00	35 52 50.00	36 02 25.00	36 14 02.50
R_s	1 27.92	1 27.43	1 26.94	1 26.39	1 2[illegible]	1 23.90	1 23.41	1 22.92	1 22.44	1 21.85
R_v	1 24.84	1 24.36	1 23.88	1 23.39	1 2[illegible]	1 20.98	1 20.50	1 20.02	1 19.53	1 18.95
h_v	34°16'20"16	34°25'30"64	34°34'28"62	34°44'36.61	35°04'50"[illegible]	35°32'11"52	35°41'49"50	35 51'29"98	36°01'05"17	36 12'43"55
Log sec φ sec δ	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.1325[illegible]	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517
Log sen h	9.750606	9.752302	9.753950	9.755801	9.7594[illegible]	9.761342	9.766042	9.767737	9.769408	9.771442
Log a	9.883123	9.884819	9.886467	9.888318	9.8919[illegible]	9.896859	9.898559	9.900254	9.991925	9.903939
Log b	9.537165	9.537165	9.537165	9.537165	9.5371[illegible]	[illegible]	9.537165	9.537165	9.537165	9.537165
R	9.654042	9.652346	9.650698	9.648847	9.6451[illegible]	9.640306	9.638606	9.636911	9.635240	9.633226
Log sustr.	0.260318	0.258930	0.257590	0.256098	0.2531[illegible]	0.249356	0.248042	0.246741	0.245466	0.243942
Log cos t	9.622805	9.625889	9.628877	9.632220	9.6388[illegible]	9.647503	9.650517	9.653513	9.656459	9.659997
$t°$	65°11'33"00	65°00'13"00	64°49'09"00	64°66'39"00	64°11'4[illegible]	73°37'58"00	63°26'05"00	63°14'11"00	63°02'22"00	62°48'03"00
t^h	$4^h20^m46^s20$	$4^h20^m00^s87$	$4^h19^m16^s60$	$4^h18^m26^s60$	4^h16^m4[illegible]	$4^h11^m31^s87$	$4^h13^m44^s33$	4^h12 56^s73	$4^h12^m09^s47$	$4^h11^m12^s20$
$\alpha - \theta_0$ lug.	13 19 00.22	13 19 00.22	13 19 00.22	13 19 00.22	13 19 0[illegible]	13 19 00.22	13 19 00.22	13 19 00.22	13 19 00.22	13 19 00.22
	8 58 14.02	8 58 59.35	8 59 43.62	9 00 33.62	9 02 1[illegible]	9 04 28.35	9 05 15.89	9 06 03.49	9 06 50.75	9 07 48.02
— Correc. tab. V.	−1 28.18	−1 28.30	−1 28.42	−1 28.56	−1 2[illegible]	−1 29.20	−1 29.33	−1 29.46	−1 29.59	−1 29.74
T_m local	8 56 45.84	8 57 31.05	8 58 15.20	8 59 05.06	9 00 4[illegible]	9 02 59.15	9 03 46.56	9 04 34.03	9 05 21.16	9 06 18.28
Top.	9 01 33.50	9 02 19.00	9 03 03.40	9 03 52.20	9.05 3[illegible]	9 07 41.20	9 08 28.50	9 09 16.00	9 10 03.60	9 11 02.20
Correc. cronom.	**−4 47s66**	**−4m47s95**	**−4m48s20**	−4m47s14	−4m4[illegible]	−4 42s05	**−4m41s94**	**−4m41s97**	**−4m42s44**	−4 43s92

C[illegible] [illegible]cronom[illegible]

Con C. I. = -4^m47^s[illegible] Con C. D. = -4^m42^s10

Defin[illegible] [illegible]4^m[illegible] [illegible]06

Cuadro XXI. — Determinación del tiempo m

(2,2) *β Leonis*, al

$\omega \sim 4^h 02^m 57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim -26°41'26''3$

θ_0 Gr.	$4^h 59^m 26^s.38$
Corrección tabla VI.	$+39^s.91$
θ_0 lug.	$5^h 00^m 06^s.29$

Log tg φ	9.701346^n
Log tg δ	9.428095
Log b	9.129441^n
Log sec φ	0.048932
Log sec δ	0.015059
Log sec φ sec δ	0.063991

	Círculo a la izquierda				
z_{ap}	65°38'37''50	65°47'47''50	65°57'55''00	66°09'25''00	66°16'57''5
h_{ap}	24 21 22.50	24 12 12.50	24 02 05.00	23 50 35.00	23 43 02.5
R_N	2 12.06	2 13.00	2 14.04	2 15.24	2 16.(
R_V	2 09.68	2 10.56	2 11.55	2 12.73	2 13.5
h_V	24°19'12''82	24°10'01''94	23°59'53''45	23°48'22''27	23°40'48''9
Log sec φ sec δ	0.063991	0.063991	0.063991	0.063991	0.063991
Log sen h	9.614725	9.612149	9.609282	9.605998	9.603829
Log a	9.678716	9.676140	9.673273	9.669989	9.667820
Log b	9.129441	9.129441	9.129441	9.129441	9.129441
R	9.450725	9.453301	9.456168	9.459452	9.461621
Log adit°	0.107992	0.108561	0.109197	0.109929	0.110415
Log cos t	9.786708	9.784701	9.782470	9.779918	9.778235
$t°$	52°16'13''00	52°28'27''00	52°41'58''00	52°57'17''00	53°07'19''0
t^h	$3^h 29^m 04^s.87$	$3^h 29^m 53^s.80$	$3^h 30^m 47^s.87$	$3^h 31^m 49^s.13$	$3^h 32^m 29^s.27$
$\alpha - \theta_0$ lug.	6 45 02.81	6 45 02.81	6 45 02.81	6 45 02.81	6 45 02.8
	10 14 07.68	10 14 56.61	10 15 50.68	10 16 51.94	10 17 32.0
—Correc. tab. V.	—1 40.61	—1 40.74	—1 40.89	—1 41.06	—1 41.1
T_m local	10 12 27.07	10 13 15.87	10 14 09.79	10 15 10.88	10 15 50.9
Top	10 17 08.40	10 17 56.40	10 18 50.80	10 19 51.40	10 20 31.5
Correc. cronom.	$-4^m 41^s.33$	**$-4^m 40^s.53$**	**$-4^m 41^s.01$**	**$-4^m 40^s.52$**	**$-4^m 40^s.5$**

Correcci

Con C. I. = $-4^m 40^s.7$

Definitiva

en Avía Teray, el 7 de junio de 1923

11ʰ45ᵐ09ˢ10 ; $\delta = +15°00'05''1$

Observador : Aramburo
Cronometrista : Lascano

Presión .... 759 mm
Temperátura...... +4°5

A	—0.0169
B	—0.0013
α	1.007
β	1.001
$(1+\alpha A)(1+\beta B)$..	0.9817

Círculo a la derecha

292°47'22''50	292°38'20''00	292°28'57''50	292°20'22''50	292°11'12''50
22 47 22.50	22 38 20.00	22 28 57.50	22 20 22.50	22 11 12.50
2 22.17	2 23.23	2 23.31	2 25.31	2 26.42
2 19.60	2 20.58	2 21.66	2 22.64	2 23.72
22°45'02''90	22°35'59''42	22°26'35''84	22°17'59''86	22°08'48''78
0.063991	0.063991	0.063991	0.063991	0.063991
9.587401	9.584662	9.581800	9.579162	9.576321
9.651392	9.648653	9.645791	9.643153	9.640312
9.129441	9.129441	9.129441	9.129441	9.129441
9.478049	9.480788	9.483650	9.486288	9.489129
0.114158	0.114793	0.115458	0.116076	0.116745
9.765550	9.763446	9.761249	9.759229	9.757057
54°20'58''00	54°32'52''00	54°45'12''00	54°56'28''00	55°08'29''00
3ʰ37ᵐ23ˢ87	3ʰ38ᵐ11ˢ47	3ʰ39ᵐ00ˢ80	3ʰ39ᵐ45ˢ87	3ʰ40ᵐ33ˢ93
6 45 02.81	6 45 02.81	6 45 02.81	6 45 02.81	6 45 02.81
10 22 26.68	10 23 14.28	10 24 03.61	10 24 48.68	10 25 36.74
—1 41.97	—1 42.10	—1 42.24	—1 42.36	—1 42.49
10 20 44.71	10 21 32.18	10 22 21.37	10 23 06.32	10 23 54.25
10 25 31.20	10 26 18.20	10 27 07.50	10 27 51.80	10 28 41.60
—4ᵐ46ˢ49	—4ᵐ46ˢ02	**—4ᵐ46ˢ13**	—4ᵐ45ˢ48	—4ᵐ47ˢ35

onométrica

n C. D. = —4ᵐ46ˢ31
4ᵐ43ˢ53 a 10ʰ23ᵐ

Cuadro XXI. — Determinación del tiempo [illegible]ocal, en Avía Teray, el 7 de junio de 1923

(2,2) β *Leonis*, [illegible] $= 11^h45^m09^s10$; $\delta = +15°00'05''1$

$\omega \sim 4^h02^m57^s$ O. Greenwich

$\varphi \sim -26°41'26''3$

Observador : Aramburo

Cronometrista : Lascano

θ_0 Gr.	$4^h59^m26^s38$
Corrección tabla VI.	$+39^s91$
θ_0 lug.	$5^h00^m06^s29$

Log tg φ	9.701346n
Log tg δ	9.428095
Log b	9.129441n
Log sec φ	0.048932
Log sec δ	0.015059
Log sec φ sec δ	0.063991

Presión	759 mm
Temperatura	+4°5

A	0.0169
B	−0.0013
α	1.007
β	1.001
(1+ αA) (1+ βB)	0.9817

	Círculo a la izquierda					Círculo a la derecha				
z_{ap}	65°38′37″50	65°47′47″50	65°57′55″00	66°09′25″00	66°16′[illegible]	292°17′22″50	292°38′20″00	292°28′57″50	292°20′22″50	292°11′12″50
h_{ap}	24 21 22.50	24 12 12.50	24 02 05.00	23 50 35.00	23 43 0[illegible]	22 47 22.50	22 38 20.00	22 28 57.50	22 20 22.50	22 11 12.50
R_v	2 12.06	2 13.00	2 14.04	2 15.24	2 16[illegible]	2 22.17	2 23.23	2 23.31	2 25.31	2 26.42
R_v	2 09.68	2 10.56	2 11.55	2 12.73	2 13[illegible]	2 19.60	2 20.58	2 21.66	2 22.64	2 23.72
h_v	24°19′12″82	24°10′01″94	23°59′53″45	23°48′22″27	23°40′4[illegible]	22°45′02″90	22°35′59″42	22°26′35″84	22°17′59″86	22°08′48″78
Log sec φ sec δ	0.063991	0.063991	0.063991	0.063991	0.063991	0.063991	0.063991	0.063991	0.063991	0.063991
Log sen h	9.614725	9.612149	9.609282	9.605998	9.6038[illegible]	9.587401	9.584662	9.581800	9.579162	9.576321
Log a	9.678716	9.676140	9.673273	9.669989	9.667[illegible]	9.651392	9.648653	9.645791	9.643153	9.640312
Log b	9.129441	9.129441	9.129441	9.129441	9.129441	9.129441	9.129441	9.129441	9.129441	9.129441
R	9.450725	9.453301	9.456168	9.459452	9.4616[illegible]	9.478049	9.480788	9.483650	9.486288	9.489129
Log adit°.	0.107992	0.108561	0.109197	0.109929	0.1104[illegible]	0.114158	0.114793	0.115458	0.116076	0.116745
Log cos t	9.786708	9.784701	9.782470	9.779918	9.7782[illegible]	9.765550	9.763446	9.761249	9.759229	9.757057
$t°$	52°16′13″00	52°28′27″00	52°41′58″00	52°57′17″00	53°07′19[illegible]	54°20′58″00	54°32′52″00	54°45′12″00	54°56′28″00	55°08′29″00
t^h	$3^h29^m04^s87$	$3^h29^m53^s80$	$3^h30^m47^s87$	$3^h31^m49^s13$	3^h32 2[illegible]	$3^h37^m23^s87$	$3^h38^m11^s47$	$3^h39^m00^s80$	$3^h39^m45^s87$	$3^h40^m33^s93$
$\alpha - \theta_0$ lug.	6 45 02.81	6 45 02.81	6 45 02.81	6 45 02.81	6 45 0[illegible]	6 45 02.81	6 45 02.81	6 45 02.81	6 45 02.81	6 45 02.81
	10 14 07.68	10 14 56.61	10 15 50.68	10 16 51.94	10 17 32[illegible]	10 22 26.68	10 23 14.28	10 24 03.61	10 24 48.68	10 25 36.74
— Correc. tab. V.	−1 40.61	−1 40.74	−1 40.89	−1 41.06	−1 41[illegible]	−1 41.97	−1 42.10	−1 42.24	−1 42.36	−1 42.49
T_m local	10 12 27.07	10 13 15.87	10 14 09.79	10 15 10.88	10 15 50[illegible]	10 20 44.71	10 21 32.18	10 22 21.37	10 23 06.32	10 23 54.25
Top	10 17 08.40	10 17 56.40	10 18 50.80	10 19 51.40	10 20 31[illegible]	10 25 31.20	10 26 18.20	10 27 07.50	10 27 51.80	10 28 41.60
Correc. cronom.	-4^m41^s33	-4^m40^s53	-4^m41^s01	-4^m40^s52	−4 40[illegible]	−4 46 49	-4^m46^s02	-4^m46^s13	-4^m45^s18	-4^m47^s35

Corr[illegible] *cronom*[illegible]

Con C. I. = -4^m40^s[illegible] Con C. D. = -4^m46^s31

Definiti[illegible] -4^m4[illegible] a 10^h23^m

Cuadro XXII. — Determinación del tiempo medio local y latitud en Avía Teray, el 7 de junio de 1923

Temperatura..	+13°	h.....	37°	*Observador* : Aramburo
Barómetro....	759 mm	θ_0.....	$4^h59^m26^s.38$	*Cronometrista* : Lascano

	(2,2) γ *Velorum*	(1,2) α *Scorpii*	(1,3) α *Leonis*
Tops, T_m..	$7^h24^m06^s.40$	$7^h28\ 55^s.80$	$7^h35^m27^s.60$
α........	$\alpha =$ 8 07 09.21	$\alpha' =$ 16 24 43.82	$\alpha'' =$ 10 04 16.97
δ........	$\delta = -47°06'56''.62$	$\delta' = -26°15'42''.16$	$\delta'' = +12°20'30''.53$

Intervalos en T_m — *Tabl. VI. — Intervalos en* T_s

$T' - T = 4^m49^s.40$; $+ 0^s.79 = 4^m50^s.19$

$T'' - T = 11\ 21.20$; $+ 1.86 = 11\ 23.06$

$\lambda = T' - T - (\alpha' - \alpha) = - 8^h12^m44^s.42 = - 123°11'06''.30$

$\lambda' = T'' - T - (\alpha'' - \alpha) = - 1\ 45\ 44.70 = - \ 26\ 26\ 10.50$

$\frac{1}{2}\lambda$............	— 61°35'33".15
$\frac{1}{2}(\delta' - \delta)$......	+ 10 25 37.23
$\frac{1}{2}(\delta' + \delta)$......	— 36 41 19.39
Log ctg $\frac{1}{2}(\delta' - \delta)$.	0.7351311
Log sen $\frac{1}{2}\lambda$.....	9.9442786^n
Log m sen M...	0.6794097^n
Log tg $\frac{1}{2}(\delta' + \delta)$.	9.8721975^n
Log cos $\frac{1}{2}\lambda$.....	9.6773685
Log m cos M...	0.5495660^n
Log tg M......	9.1298437 [3°]
Log cos M.....	8.8689655^n
Log m.........	0.6806005
M............	265°45'31".82
$\frac{1}{2}\lambda - M = N$...	—327 21 04.97
ψ............	84 00 21.75
$45° - \psi$.......	— 30 00 21.75
$\frac{1}{2}(N' - N)$.....	+ 40 42 27.43
$t + \frac{1}{2}(N' + N)$..	— 43 16 17.08
$\frac{1}{2}(N' + N)$.....	—286 38 37.53
t.............	+243 22 20.45
o.............	+ 63 22 20.45
$t + N$.........	—263°58'44".52
Log cos $(t + N)$.	9.0207440^n
Log m.........	0.6806005
Log tg φ.......	9.7013445^n

$\frac{1}{2}\lambda'$..............		— 13°13'05".25
$\frac{1}{2}(\delta'' - \delta)$.........		+ 29 43 43.57
$\frac{1}{2}(\delta'' + \delta)$.........		— 17 23 13.04
Log ctg $\frac{1}{2}(\delta'' - \delta)$..		0.2433216
Log sen $\frac{1}{2}\lambda'$.......		9.3591880^n
Log m' sen M'.....		9.6025096^n
Log tg $\frac{1}{2}(\delta'' + \delta)$...		9.4957260^n
Log cos $\frac{1}{2}\lambda'$.......		9.9883389
Log m' cos M'.....		9.4840649^n
Log tg M'........		0.1184447 [3°]
Log sen M'........		9.9007297
Log m'..........		9.7017799
M'..............		232°43'04".85
$\frac{1}{2}\lambda' - M' = N'$....		—245 56 10.10
Log $\frac{m}{m'} = \log \operatorname{tg} \psi$..		0.9788206
Log tg $(45° - \psi)$..		9.9084628^n
Log ctg $\frac{1}{2}(N' - N)$.		0.0653163
Logtg$[t + \frac{1}{2}(N' + N)]$		9.9737791^n
t................		$4^h13^m29^s.36$
α................		8 07 09.21
θ.................		12 20 38.57
$- \theta_0$.............		4 59 26.38
....		7 21 12.19
ω................		4 02 57.00
....		11 24 09.00
Corrección tabla V.	—	1 52.08
T_m local.........		7 19 20.11
Top.............		7 24 06.40
Corr. cronométrica.	—	**$4^m46^s.29$**
$t + N'$...........		—182°33'49".65
Log cos $(t + N')$...		9.9995650^n
Log m'..........		9.7017799
Log tg φ..........		9.7013449^n

$\varphi = -26°41'26''.05$

Cuadro XXIII. — Determinación del tiempo medio local y latitud en Avía Teray, el 7 de junio de 1923

Temperatura...	$+4°5$	h.....	35°	*Observador :*	Aramburo
Barómetro....	758 mm	θ_0.....	$4^h59^m26^s38$	*Cronometrista :*	Lascano

Corrección cronométrica horaria : $+0^s834$

	(2,8) η *Boötis*	(3,4) δ *Aquilae*	(2,9) δ *Centauri*
Tops, T_m..	$11^h01^m31^s00$	$11^h12^m17^s60$	$11^h33^m02^s20$
α........	$\alpha =$ 13 51 02.81	$\alpha' =$ 19 21 39.13	$\alpha'' =$ 12 04 23.88
δ........	$\delta = +18°47'00''74$	$\delta' = +\ 2°57'45''33$	$\delta'' = -50°18'00''61$

Intervalos en T_m	*Tabl. VI. — Intervalos en* T_s
$T' - T = 10^m46^s60 + 0^s15 = 10^m46^s75$;	$+ 1^s77 = 10^m48^s52$
$T'' - T = 31\ 31.20 + 0.44 = 31\ 31.64$;	$+ 5.18 = 31\ 36.82$

$$\lambda = T' - T - (\alpha' - \alpha) = -5^h19^m47^s80 = -79°56'57''00$$

$$\lambda' - T'' - T - (\alpha'' - \alpha) = +2\ 18\ 15.75 = +34\ 33\ 56.25$$

$\frac{1}{2}\lambda$............	$-$ 39°58′28″50	$\frac{1}{2}\lambda'$..............	17°16′58″12
$\frac{1}{2}(\delta' - \delta)$......	$-$ 7 54 37.70	$\frac{1}{2}(\delta'' - \delta)$.........	$-$ 34 32 30.67
$\frac{1}{2}(\delta' + \delta)$......	$+$ 10 52 23.03	$\frac{1}{2}(\delta'' + \delta)$.........	$-$ 15 45 29.93
Log ctg $\frac{1}{2}(\delta' - \delta)$.	0.8571484^n	Log ctg $\frac{1}{2}(\delta'' - \delta)$..	0.1621863^n
Log sen $\frac{1}{2}\lambda$.....	9.8078378^n	Log sen $\frac{1}{2}\lambda'$.......	9.4728858
Log m sen M...	0.6649862	Log m' sen M′.....	9.6350721^n
Log tg $\frac{1}{2}(\delta' + \delta)$.	9.2834870	Log tg $\frac{1}{2}(\delta'' + \delta)$...	9.4505352^n
Log cos $\frac{1}{2}\lambda$.....	9.8844156	Log cos $\frac{1}{2}\lambda'$.......	9.9799351
Log m cos M...	9.1679026	Log m' cos M′.....	9.4304703^n
Log tg M......	1.4970836 [1°]	Log tg M′.........	0.28460s8 [3°]
Log cos M.....	8.5026966	Log sen M′.......	9.9285302^n
Log m.........	0.6652060	Log m'..........	9.7065419
M............	88°10′35″60	M′...............	238°01′23″44
$\frac{1}{2}\lambda - M = N$...	$-$128 09 04.10	$\frac{1}{2}\lambda' - M' = N'$....	$-$220 44 25.32
ψ............	83 43 24.66	Log $\frac{m}{m'} = \log \operatorname{tg} \psi$..	0.9586641
$45° - \psi$.......	$-$ 38 43 24.66	Log tg $(45° - \psi)$..	9.9040797^n
$\frac{1}{2}(N' - N)$.....	$-$ 46 17 40.61	Log ctg $\frac{1}{2}(N' - N)$.	9.9803673^n
$t + \frac{1}{2}(N' - N)$.	37 27 57.66	Log tg$[t + \frac{1}{2}(N' + N)]$	9.8844470
$\frac{1}{2}(N' + N)$.....	$-$174 26 44.71		
t.............	$+$211 54 42.37	t................	$2^h07^m38^s83$
o.............	31 54 42.37	α...............	13 51 02.81
		θ................	15 58 41.64
		$-\theta_0$..............	$-$ 4 59 26.38
		....	10 59 15.26
		ω...............	4 02 56.80
		....	15 02 12.06
		Corrección tabla V.	$-$ 2 27.80
		T_m local.........	10 56 47.46
		Top............	11 01 31.00
		Corr. cronométrica.	$-$ 4^m43^s54
$t + N$........	$-$ 96°14′21″73	$t + N'$..........	$-$188°49′42″95
Log cos $(t + N)$.	9.0361594^n	Log cos $(t + N')$...	9.9948237^n
Log m........	0.6652060	Log m'..........	9.7065419
Log tg φ.......	9.7013654^n	Log tg φ..........	9.7013656^n

$$\varphi = -26°41'30''00$$

Cuadro XXIV. — Determinación del tiempo medio local y latitud en Avía Teray, el 7 de junio de 1923

Temperatura..	+4°5	h.....	35°	*Observador :* Aramburo
Barómetro....	758 mm	θ_0.....	$4^h59^m26^s38$	*Cronometrista :* Lascano

Corrección cronométrica horaria : $+0^s834$

	(2,9) ε *Virginis*	(3,6) δ *Pavonis*	(3,4) δ *Aquilae*
Tops, T_m..	$10^h44^m52^s20$	$10^h51^m33^s80$	$11^h12^m17^s60$
α........	α = 12 58 22.15	α′ = 20 01 14.74	α″ = 19 21 39.13
δ........	δ = +11°22′19″17	δ′ = —66°22′24″38	δ″ = + 2°57′45″33

Intervalos en T_m — *Tabl. VI. — Intervalos en* T_s

T′ — T = $6^m41^s60 + 0^s09 = 6^m41^s69$; $+ 1^s10 = 6^m42^s79$

T″ — T = 27 25.40 + 0.38 = 27 24.78; + 4.51 = 27 30.29

λ = T′ — T — (α′ — α) = — $6^h56^m09^s80$ = — 104°02′27″00

λ′ = T″ — T — (α″ — α) = — 5 55 46.69 = — 88 56 40.35

½ λ...........	— 52°01′13″50	½ λ′..............	— 44°28′20″17
½ (δ′ — δ)......	— 38 52 21.77	½ (δ″ — δ).........	— 4 12 16.92
½ (δ′ + δ)......	— 27 30 02.60	½ (δ″ + δ).........	7 10 02.25
Log ctg ½ (δ′—δ).	0.0936045^n	Log ctg ½ (δ″ — δ)..	1.1336070^n
Log sen ½ λ.....	9.8966530^n	Log sen ½ λ′.......	9.8454478^n
Log m sen M...	9.9902575	Log m' sen M′.....	0.9790548
Log tg ½ (δ′ + δ).	9.7164901^n	Log tg ½ (δ″ + δ)...	9.0995061
Log cos ½ λ.....	9.7891439	Log cos ½ λ′	9.8534485
Log m cos M ...	9.5056340^n	Log m' cos M′	8.9529546
Log tg M......	0.4846235^n [2°]	Log tg M′	2.0261002 [1°]
Log cos M	9.4932364^n	Log sen M′........	9.9999808
Log m.........	0.0123976	Log m'..........	0.9790740
M...........	108°08′24″25	M′...............	89°27′37″71
½ λ — M = N...	—160 09 37.75	½ λ′ — M′ = N′....	—133 55 57.88
ψ	6 09 45.51	Log $\frac{m}{m'}$ = log tg ψ..	9.0333236
45° — ψ.......	38 50 14.49	Log tg (45° — ψ)...	9.9058470
½ (N′ — N).....	13 06 49.93	Log ctg ½ (N′ — N).	0.6327141
t + ½ (N′ + N)..	73 51 41.96	Logtg [t+½(N′+N)]	0.5385611
½ (N′ + N).....	—147 02 47.81		
t.............	+220 54 29.77	t...............	$2^h43^m37^s99$
o............	+ 40 54 29.77	α................	12 58 22.15
		θ................	15 42 00.14
		— θ_0.............	4 59 26.38
		....	10 42 33.76
		ω................	4 02 56.80
		....	14 45 30.56
		Corrección tabla V.	— 2 25.07
		T_m local.........	10 40 08.69
		Top.............	10 44 52.20
		Corr. cronométrica.	— **4^m43^s51**
t + N.........	—119°15′07″98	t + N′..........	— 93°01′28″11
Log cos (t + N).	9.6890023^n	Log cos (t + N′)...	8.7223257^n
Log m.........	0.0123976	Log m'..........	0.9790740
Log tg φ.......	9.7013999^n	Log tg φ..........	9.7013997^n

φ = —26°41′36″56

a R. Sáenz Peña
Detalle alrededor del punto O
Avia Teray estación de longitud y latitud
M { ω = 4h 02m 56s,84 φ = −26° 41' 28",1
O
9 m
25 m
Semáforo
Escala
0 5 10 15 20
O
101° 31' 12"
Km. 204 + 550 m.
Origen del ramal a Metán
N. 68° 28' 50" O
OA = 1000,30 m.
OB = 930,57 m.
Escala
0 50 100 150 200 250
B
AB = 366,93 m
R = 500 m
Estación astronómica de azimut
Km. 205
A (gran mojón)
(ω = 4h 02m 59s,09
(φ = −26° 41' 16",3
105° 30' 50"
114° 36' 20",0
N
a Metán
a Campo Largo

Cuadro XXV. — Determinación del tiempo n

(1,9) ε *Sagittarii*, al

$\omega \sim 4^h02^m57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim -26°41'26''3$

θ_0 Gr.	$5^h03^m22^s94$
Corrección tabla VI.	$+39^s91$
θ_0 lug.	$5^m04^m02^s85$

Log tg φ	9.701346^n
Log tg δ	9.835818^n
Log *b*	9.537164
Log sec φ	0.048932
Log sec δ	0.083585
Loc sec φ sec δ	0.132517

	Círculo a la izquierda				
z_{ap}	54°25′57″50	54°17′00″00	54°08′12″50	54°00′12″50	53°49′10″
h_{ap}	35 34 02.50	35 43 00.00	35 51 47.50	35 59 47.50	36 10 50.
R_N	1 23.88	1 23.42	1 22.97	1 22.57	1 22.
R_V	1 19.77	1 19.30	1 18.92	1 18.54	1 17.
h_V	35°32′42″73	35°41′40″70	35°50′28″58	35°58′28″96	36°09′32″
Log sec φ sec δ	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517
Log sen *h*	9.764434	9.766015	9.767558	9.768955	9.770872
Log *a*	9.896951	9.898532	9.900075	9.901472	9.903389
Log *b*	9.537164	9.537164	9.537164	9.537164	9.537164
R	9.640213	9.638632	9.637089	9.635602	9.633775
Log sustr.	0.249283	0.248062	0.246876	0.245809	0.244356
Log cos *t*	9.647668	9.650470	9.653199	9.655663	9.65903
$t°$	63°37′19″00	63°26′17″00	63°15′26″00	63°05′34″00	62°51′58″
t^h	$4^h14^m29^s27$	$4^h13^m15^s13$	$4^h13^m01^s73$	$4^h12^m22^s27$	$4^h11^m27^s$
$\alpha - \theta_0$ lug	13 15 03.68	13 15 03.68	13 15 03.68	13 15 03.68	13 15 03.
	9 00 34.41	9 01 18.55	9 02 01.95	9 02 41.41	9 03 35.
—Correc. tab. V.	—1 28.56	—1 28.68	—1 28.80	—1 28.91	—1 29.
T_m local	8 59 05.85	8 50 49.87	9 00 33.15	9 01 12.50	9 02 06.
Top	9 03 38.40	9 04 22.50	9 05 05.50	9 05 44.60	9 06 38.
Correc. cronom.	-4^m32^s55	-4^m32^s63	**$-4\ 32^s35$**	**-4^m32^s10**	**-4^m32^s**

Correc

Con C. I. = -4^m32^s;
Definiti

en Avía Teray, el 8 de junio de 1923

$8^{h}19^{m}06^{s}.53$; $\delta = -34°25'08''.6$

Observador : Aramburo
Cronometrista : Lascano

Presión	756 mm
Temperatura......	+12°

A	—0.0440
B	—0.0053
α	1.002
β	1.000
$(1+\alpha A)(1+\beta B)$..	0.9508

Círculo a la derecha

6°34′50″00	306°45′10″00	306°54′42″50	307°04′57″50	307°14′55″00
6 34 50.00	36 45 10.00	36 54 42.50	37 04 57.50	37 14 55.00
1 20.83	1 20.33	1 19.86	1 19.36	1 18.89
1 16.82	1 16.35	1 15.97	1 15.49	1 15.02
6°33′33″18	36°43′53″65	36°53′26″53	37°03′42″01	37°13′39″98
0.132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517
9.774994	9.776750	9.778361	9.780083	9.781745
9.907511	9.908267	9.910878	9.912600	9.914262
9.537164	9.537164	9.537164	9.537164	9.537164
9.629653	9.627897	9.626286	9.624564	9.622902
0.241269	0.239969	0.238784	0.237526	0.236320
9.666242	9.669298	9.672094	9.675074	9.677942
62°22′25″00	62°09′42″00	61°57′58″00	61°45′20″00	61°33′06″00
$4^{h}09^{m}29^{s}.67$	$4^{h}08^{m}38^{s}.80$	$4^{h}07^{m}51^{s}.87$	$4^{h}07^{m}01^{s}.33$	$4^{h}06^{m}12^{s}.40$
3 15 03.68	13 15 03.68	13 15 03.68	13 15 03.68	13 15 03.68
9 05 34.01	9 06 24.88	9 07 11.81	9 08 02.35	9 08 51.28
—1 29.38	—1 29.52	—1 29.64	—1 29.78	—1 29.92
9 04 04.63	9 04 55.36	9 05 42.17	9 06 32.57	9 07 21.36
9 08 31.60	9 09 22.50	9 10·09.20	9 11 00.00	9 11 48.60
$-4^{m}26^{s}.97$	**$-4^{m}27^{s}.14$**	**$-4^{m}27^{s}.03$**	$-4^{m}27^{s}.43$	$-4^{m}27^{s}.24$

ométrica

C. D. $= -4^{m}27^{s}.04$

$^{m}29^{s}.60$ a $9^{h}07^{m}$

Cuadro XXV. — Determinación del tiempo [illegible]al, en Avía Teray, el 8 de junio de 1923

(1,9) ε *Sagittarii*, α = 18h19m06s53 ; δ = −34°25'08"6

ω ~ 4h02m57s O. Greenwich
φ ~ −26°41'26"3

Observador : Aramburo
Cronometrista : Lascano

θ_0 Gr.	5h03m22s94
Corrección tabla VI.	+39s91
θ_0 lug.	5m04m02s85

Log tg φ	9.701346
Log tg δ	9.835818n
Log b	9.537164
Log sec φ	0.048932
Log sec δ	0.083585
Log sec φ sec δ	0.132517

Presión	756 mm
Temperatura	+12°

A	−0.0440
B	−0.0053
α	1.002
β	1.000
(1+ αA) (1+ βB)	0.9508

	Círculo a la izquierda					Círculo a la derecha				
z_{ap}	54°25'57"50	54°17'00"00	54°08'12"50	54°00'12"50	53°49' 1[illegible]	306 34'50"00	306°45'10"00	306°54'42"50	307°04'57"50	307°14'55"00
h_{ap}	35 34 02.50	35 43 00.00	35 51 47.50	35 59 47.50	36 10 [illegible]	36 3[illegible] [illegible]0.00	36 45 10.00	36 54 42.50	37 04 57.50	37 14 55.00
R_N	1 23.88	1 23.42	1 22.97	1 22.57	1 2[illegible]	1 20.83	1 20.33	1 19.86	1 19.36	1 18.89
R_V	1 19.77	1 19.30	1 18.92	1 18.54	1 1[illegible]	1 16.82	1 16.35	1 15.97	1 15.49	1 15.02
h_V	35°32'42"73	35°41'40"70	35°50'28"58	35°58'28"96	36°0[illegible]	36°33'33"18	36°43'53"65	36°53'26"53	37°03'42"01	37°13'39"98
Log sec φ sec δ	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.13251[illegible]	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517	0.132517
Log sen h	9.764434	9.766015	9.767558	9.768955	9.77[illegible]	9.77[illegible]	9.776750	9.778361	9.780083	9.781745
Log a	9.896951	9.898532	9.900075	9.901472	9.903[illegible]	9.907511	9.908267	9.910878	9.912600	9.914262
Log b	9.537164	9.537164	9.537164	9.537164	9.5371[illegible]	9.537164	9.537164	9.537164	9.537164	9.537164
R	9.640213	9.638632	9.637089	9.635602	9.63[illegible]	9.629653	9.627897	9.626286	9.624564	9.622902
Log sustr.	0.249283	0.248062	0.246876	0.245809	0.24[illegible]	0.2[illegible]	0.239969	0.238784	0.237526	0.236320
Log cos t	9.647668	9.650470	9.653199	9.655663	9.65[illegible]	9.666242	9.669298	9.672094	9.675074	9.677942
t^o	63°37'19"00	63°26'17"00	63°15'26"00	63°05'34"00	62°51'[illegible]	62°2[illegible]	62°09'42"00	61°57'58"00	61°45'20"00	61°33'06"00
t^h	4h14m29s27	4h13m15s13	4h13m01s73	4h12 22s27	4h11[illegible]	4h0[illegible]	4h08m38s80	4h07m51s87	4h07m01s33	4h06 12s40
$\alpha - \theta_0$ lug.	13 15 03.68	13 15 03.68	13 15 03.68	13 15 03.68	13 1[illegible]	13 1[illegible]	13 15 03.68	13 15 03.68	13 15 03.68	13 15 03.68
	9 00 34.41	9 01 18.55	9 02 01.95	9 02 41.41	9 03 [illegible]	9 05 34.01	9 06 24.88	9 07 11.81	9 08 02.35	9 08 51.28
—Correc. tab. V.	−1 28.56	−1 28.68	−1 28.80	−1 28.91	−1 [illegible]	−1 [illegible]	−1 29.52	−1 29.64	−1 29.78	−1 29.92
T_m local	8 59 05.85	8 50 49.87	9 00 33.15	9 01 12.50	9 03 [illegible]	9 04 04.63	9 04 55.36	9 05 42.17	9 06 32.57	9 07 21.36
Top	9 03 38.40	9 04 22.50	9 05 05.50	9 05 44.60	9 06 [illegible]	9 0[illegible]	9 09 22.50	9 10·09.20	9 11 00.00	9 11 48.60
Correc. cronom.	−4m32s55	−4m32s63	**−4 32s35**	**−4m32s10**	−4 32[illegible]	−4 26 97	**−4m27s14**	**−4m27s03**	−4m27s43	−4m27s24

Cor[illegible] cronomet.

Con C. I. = −4 [illegible] Con C. [illegible] [illegible] 27s01

Defi[illegible] −4m29s[illegible] [illegible]07

Cuadro XXVI. — Determinación del tiempo n

(2,2) β *Leonis*, al

$\omega \sim 4^h02^m57^s$ O. Greenwich
$\varphi \sim 26°41'26''3$

θ_0 Gr.	$5^h03^m22^s94$
Corrección tabla VI.	$+39^s91$
θ_0 lug.	$5^h04^m02^s85$

Log tg φ	9.701346^n
Log tg δ	9.428096
Log b	9.129442^n
Log sec φ	0.048932
Log sec δ	0.015059
Log sec φ sec δ	0.063991

	Círculo a la izquierda				
z_{ap}	57°55′35″00	58°05′47″50	58°15′00″00	58°23′22″50	58°33′15
h_{ap}	32 04 25.00	31 54 12.50	31 45 00.00	31 36 37.50	31 26 45.
R_N	1 35.65	1 36.28	1 36.85	1 37.38	1 38.
R_V	1 31.03	1 31.70	1 32.17	1 32.74	1 33.
h_V	32°02′53″97	31°52′40″80	31°43′27″83	31°35′04″76	31°25′11
Log sec φ sec δ	0.063991	0.063991	0.063991	0.063991	0.06399
Log sen h	9.724796	9.722727	9.720849	9.719131	9.71708
Log a	9.783787	9.786718	9.784840	9.783122	9.78107
Log b	9.129442	9.129442	9.129442	9.129442	9.12944
R	9.340655	9.342724	9.344602	9.346320	9.34836
Log adit°	0.086041	0.086414	0.086754	0.087065	0.08743
Log cos t	9.874828	9.873132	9.871594	9.870187	9.86851
$t°$	41°26′40″00	41°41′48″00	41°55′25″00	42°07′47″00	42°22′20
t^h	$2^h45^m46^s67$	$2^h46^m47^s20$	$2^h47^m41^s67$	$2^h48^m31^s13$	2^h49^m29
$\alpha - \theta_0$ lug	6 41 06.24	6 41 06.24	6 41 06.24	6 41 06.24	6 41 06
	9 26 52.91	9 27 53.44	9 28 47.91	9 29 37.37	9 30 35
—Correc. tab. V.	—1 32.87	—1 33.03	—1 33.18	—1 33.32	—1 33
T_m loc.	9 25 20.04	9 26 20.41	9 27 14.73	9 28 04.05	9 29 02
Top	9 29 46.40	9 30 47.00	9 31 42.00	9 32 31.20	9 33 29
Correc. cronom.	**-4^m26^s36**	**$-4\ 26^s59$**	-4^m27^s27	-4^m27^s15	-4^m27

Correc

Con C. I. $= -4^m26^s$

Definiti

a en Avía Teray, el 8 de junio de 1923

= $1^h45^m09^s.09$; $\delta = +15°00'05''.2$

Observador : Aramburo
Cronometrista : Lascano

Presión	757 mm
Temperatura......	+12°

A	—0.0440
B	—0.0039
α	1.003
β	1.000
$(1+\alpha A)(1+\beta B)$..	0.9522

Círculo a la derecha

)0°59'00".00	300°50'42".50	300°34'22".50	300°26'25".00	300°18'52".50
30 59 00.00	30 50 42.50	30 34 22.50	30 26 25.00	30 18 52.50
1 39.80	1 40.34	1 41.43	1 41.96	1 42.46
1 35.03	1 35.51	1 36.55	1 37.12	1 37.60
30°57'24".97	30°49'06".99	30°32'45".95	30°24'47".88	30°17'14".90
0.063991	0.063991	0.063991	0.063991	0.063991
9.711296	9.709543	9.706062	9.704351	9.702722
9.775287	9.773534	9.770053	9.768342	9.766713
9.129442	9.129442	9.129442	9.129442	9.129442
9.354155	9.355908	9.359389	9.361100	9.362729
0.088499	0.088823	0.089169	0.089788	9.090093
9.863786	9.862357	9.859522	9.858130	9.856806
43°02'54".00	43°14'58".00	43°38'40".00	43°50'10".00	44°01'03".00
$2^h52^m11^s.60$	$2^h52^m59^s.87$	$2^h54^m34^s.67$	$2^h55^m20^s.67$	$2^h56^m04^s.20$
6 41 06.24	6 41 06.24	6 41 06.24	6 41 06.24	6 41 06.24
9 33 17.84	9 34 06.11	9 35 40.91	9 36 26.91	9 37 10.44
—1 33.92	—1 34.05	—1 34.31	—1 34.44	—1 34.56
9 31 43.92	9 32 32.06	9 34 06.60	9 34 52.47	9 35 35.88
9 36 16.00	9 37 04.00	9 38 38.80	9 39 25.20	9 40 07.60
$-4^m32^s.08$	**$-4^m31^s.94$**	**$-4^m32^s.20$**	**$-4^m32^s.73$**	**$-4^m31^s.72$**

ıométrica

ı C. D. = $-4^m31^s.98$
29 $^s.24$ a 9^h35^m

Cuadro XXVI. — Determinación del tiempo [illegible] local, en Avía Teray, el 8 de junio de 1923

(2,2) β Leonis, [illegible] α = 11ʰ45ᵐ09ˢ09 ; δ = + 15°00′05″2

ω ~ 4ʰ02ᵐ57ˢ O. Greenwich
φ ~ 26°41′26″3

Observador : Aramburo
Cronometrista : Lascano

θ_0 Gr.	5ʰ03ᵐ22ˢ94
Corrección tabla VI.	+39ˢ91
θ_0 lug.	5ʰ04ᵐ02ˢ85

Log tg φ	9.70134[illegible]
Log tg δ	9.428096
Log b	9.129442
Log sec φ	0.04893[illegible]
Log sec δ	0.015059
Log sec φ sec δ	0.063991

Presión	757 mm
Temperatura	+12°

A	−0.0440
B	−0.0039
α	1.003
β	1.000
(1+ αA) (1+ βB)	0.9522

	Círculo a la izquierda					Círculo a la derecha				
z_{ap}	57°55′35″00	58°05′47″50	58°15′00″00	58°23′22″50	58°33 [illegible]	300°59′00″00	300°50′42″50	300°34′22″50	300°26′25″00	300°18′52″50
h_{ap}	32 04 25.00	31 54 12.50	31 45 00.00	31 36 37.50	31 26 [illegible]	30 59 00.00	30 50 42.50	30 34 22.50	30 26 25.00	30 18 52.50
R_N	1 35.65	1 36.28	1 36.85	1 37.38	[illegible]	1 39.80	1 40.34	1 41.43	1 41.96	1 42.46
R_V	1 31.03	1 31.70	1 32.17	1 32.74	[illegible]	1 35.03	1 35.51	1 36.55	1 37.12	1 37.60
h_V	32°02′53″97	31°52′40″80	31°43′27″83	31°35′04″76	31°25 [illegible]	30 [illegible]7′21″97	30°49′06″99	30°32′45″95	30°24′47″88	30°17′14″90
Log sec φ sec δ	0.063991	0.063991	0.063991	0.063991	0.06[illegible]	0.063991	0.063991	0.063991	0.063991	0.063991
Log sen h	9.724796	9.722727	9.720849	9.719131	9.71[illegible]	9.711[illegible]	9.709543	9.706062	9.704351	9.702722
Log a	9.783787	9.786718	9.784840	9.783122	9.78[illegible]	9.77[illegible]	9.773534	9.770053	9.768342	9.766713
Log b	9.129442	9.129442	9.129442	9.129442	9.12[illegible]	9.129442	9.129442	9.129442	9.129442	9.129442
R	9.340655	9.342724	9.344602	9.346320	9.34[illegible]	9.3[illegible]	9.355908	9.359389	9.361100	9.362729
Log adit°	0.086041	0.086414	0.086754	0.087065	0.08[illegible]	0.08[illegible]	0.088823	0.089469	0.089788	9.090093
Log cos t	9.874828	9.873132	9.871594	9.870187	9.86[illegible]	9.86[illegible]	9.862357	9.859522	9.858130	9.856806
$t°$	41°26′40″00	41°41′48″00	41°55′25″00	42°07′47″00	42°2[illegible]	43 [illegible] 00	43°14′58″00	43°38′40″00	43°50′10″00	44°01′03″00
t^h	2ʰ45ᵐ46ˢ67	2ʰ46ᵐ47ˢ20	2ʰ47ᵐ41ˢ67	2ʰ48ᵐ31ˢ13	2ʰ49 [illegible]	2ʰ5[illegible]	2ʰ52ᵐ59ˢ87	2ʰ54ᵐ34ˢ67	2ʰ55ᵐ20ˢ67	2ʰ56ᵐ04ˢ20
α — θ_0 lug	6 41 06.24	6 41 06.24	6 41 06.24	6 41 06.24	6 41 [illegible]	6 41 06.24	6 41 06.24	6 41 06.24	6 41 06.24	6 41 06.24
	9 26 52.91	9 27 53.44	9 28 47.91	9 29 37.37	9 3[illegible]	9 3[illegible]	9 34 06.11	9 35 40.91	9 36 26.91	9 37 10.44
— Correc. tab. V.	−1 32.87	−1 33.03	−1 33.18	−1 33.32	−1 [illegible]	−1 [illegible]	−1 34.05	−1 34.31	−1 34.44	−1 34.56
T_m loc.	9 25 20 01	9 26 20.41	9 27 14.73	9 28 04.05	9 29 [illegible]	9 3[illegible]	9 32 32.06	9 34 06.60	9 34 52.47	9 35 35.88
Top	9 29 46.40	9 30 47.00	9 31 42.00	9 32 31.20	9 3[illegible]	9 36 16.00	9 37 04.00	9 38 38.80	9 39 25.20	9 40 07.60
Correc. cronom.	**−4ᵐ26ˢ36**	**−4 26ˢ59**	−4ᵐ27ˢ27	−4ᵐ27ˢ15	−4ᵐ2[illegible]	−4 32 08	**−4ᵐ31ˢ94**	**−4ᵐ32ˢ20**	−4ᵐ32ˢ73	**−4ᵐ31ˢ72**

Corre[illegible] cronómet[illegible]

Con C. I. = −4ᵐ2[illegible] Con C[illegible] D[illegible] 4ᵐ31ˢ98

Defi[illegible] −4 29 21 [illegible]37[illegible]

Cuadro XXVII. — Longitud geográfica de Avía Teray, según las observaciones de Aramburo

Fecha 1923	Estrella	Época de la corrección cronométrica	Corrección cronométrica	Marcha por minuto	Época cronométrica del top radiotelefónico	Corrección por la marcha	Corrección cronométrica total al instante del top radiotelefónico	Top radiotelefónico En T_m local	Top radiotelefónico En T_m de Greenwich	Longitud del lugar
Mayo 30	ε *Sagittarii*	9^h41^m	$-5^m05^s.89$	$-0^s.0042$	$10^h02^m09^s.20$	$+0^s.09$	$-5^m05^s.80$	$9^h57^m03^s.40$	$14^h00^m00^s.00$	$4^h02^m56^s.60$
	β *Leonis*	10.29	—5 05.64							
Junio 1º	ε *Sagittarii*	9.17	—4 45.84	—0.0106	10 01 48.70	+0.48	—4 45.36	9 57 03.34	14 00 00.00	4 02 56.66
	β *Leonis*	10.23	—4 45.14							
Junio 2	ε *Sagittarii*	9.36	—4 30.27	—0.0123	10 01 33.00	+0.32	—4 29.95	9 57 03.05	14 00 00.00	4 02 56.95
	β *Leonis*	10.23	—4 29.69							
Junio 2	ε *Sagittarii* β *Leonis*	9.59	—4 29.98	—0.0031	10 01 33.00	—0.23	—4 29.97	9 57 03.03	14 00 00.00	4 02 56.97
	η *Boötis*, δ *Aquilae* y δ *Centauri*	11.16	—4 29.74							
Junio 2	ε *Sagittarii* β *Leonis*	9.59	—4 29.98	—0.0012	10 01 33.00	—0.08	—4 29.98	9 57 03.02	14 00 00.00	4 02 56.98
	ε *Virginis*, δ *Pavonis* y δ *Aquilae*	11.04	—4 29.90							
Junio 6	ε *Sagittarii*	8.58	—4 56.93	—0.0141	10 01 59.20	+0.90	—4 56.03	9 57 03.17	14 00 00.00	4 02 56.83
	α *Virginis*	12.02	—4 54.34							
Junio 7	ε *Sagittarii*	9.06	—4 45.02	—0.0193	10 01 47.20	—0.41	—4 43.94	9 57 03.26	14 00 00.00	4 02 56.74
	β *Leonis*	10.23	—4 43.53							

Junio 7.......	ε *Sagittarii* β *Leonis*	9.44	—4 44.27	—0.0100	10 01 47.20	—0.55	—4 44.09	9 57 03.11	14 00 00 00	4 02 56.89
	η *Boötis*, δ *Aquilae* y δ *Centauri*	10.57	—4 43.54							
Junio 7.......	ε *Sagittarii* β *Leonis*	9.44	—4 44.27	—0.0107	10 01 47.20	—0.46	—4 43.97	9 57 03.23	14 00 00.00	4 02 56.77
	ε *Virginis*, δ *Pavonis* y δ *Aquilae*	10.45	—4 43.51							
Junio 8.......	ε *Sagittarii*	9.07	—4 29.60	—0.0128	10 01 32.20	+0.35	—4 28.89	9 57 03.31	14 00 00.00	4 02 56.69
	β *Leonis*	9.35	—4 29.24							
Junio 8.......	ε *Sagittarii* β *Leonis*	9.21	—4 29.42	—0.0033	10 01 32.20	—0.18	—4 29.28	9 57 02.92	14 00 00.00	4 02 57.08
	η *Boötis*, δ *Aquilae* y δ *Centauri*	10.57	—4 29.10							

RECEPCIÓN DE LAS SEÑALES HORARIAS EMITIDAS POR LA ESTACIÓN DE LA DÁRSENA NORTE, BUENOS AIRES

Señales	T_m de Greenwich	Mayo 30	Junio 1°	Junio 2	Junio 6	Junio 7	Junio 8
1ª....	13h56m00s00	No se oyó	No se oyó	9h57m32s60 L.	9h57m59s50 L.	9h57m47s40 L.	No se oyó
2ª....	13 57 00.00	9h59m09s40 L.	9h58m48s60 L.	9 58 32.60 L.	9 58 59.50 L.	9 58 47.40 L.	9h58m32s20 A.
3ª....	13 58 00.00	10 00 09.40 L.	9 59 48.60 L.	9 59 32.60 L.	9 59 59.50 A.	9 59 47.20 L.	9 59 32.20 A.
4ª....	13 59 00.00	10 01 09.20 A.	10 00 48.80 A.	10 00 33.00 A.	10 00 59.40 A.	10 00 47.00 A.	10 00 32.20 A.
5ª....	14 00 00.00	10 02 09.20 A.	10 01 48.80 A.	10 01 33.00 A.	10 01 59.20 A.	10 01 47.20 A.	10 01 32.20 A.
		Adoptado : 9s20	Adoptado : 48s70	Adoptado : 33s00	Adoptado : 59s30	Adoptado : 47s20	Adoptado : 32s20

NOTA. — L significa Lascano y A Aramburo.

Julio 8 de 1923, a la altura de Calancate, en el Kilómetro 194 de la línea en construcción. — *José Aramburo.*

Cuadro XXVII. — Longitud geográfica de Avía Teray, según las observaciones de Aramburo

Fecha 1923	Estrella	Época de la corrección cronométrica	Corrección cronométrica	Marcha por minuto	Época cronométrica del top radiotelefónico	Corrección por la marcha	Corrección cronométrica total al instante del top radiotelefónico	Top radiotelefónico En T_m local	Top radiotelefónico En T_m de Greenwich	Longitud del lugar
Mayo 30	ε *Sagittarii*	9h11	−5m05s89	−0s0042	10h02m09s20	+0s09	−5m05s80	9h57m03s40	14h00m00s00	4h02m56s60
	β *Leonis*	10.29	−5 05.64							
Junio 1º	ε *Sagittarii*	9.17	−4 45.84	−0.0106	10 01 48.70	+0.48	−4 45.36	9 57 03.34	14 00 00.00	4 02 56.66
	β *Leonis*	10.23	−4 45.14							
Junio 2	ε *Sagittarii*	9.36	−4 30.27	−0.0123	10 01 33.00	+0.32	−4 29.95	9 57 03.05	14 00 00.00	4 02 56.95
	β *Leonis*	10.23	−4 29.69							
Junio 2	ε *Sagittarii* β *Leonis*	9.59	−4 29.98	−0.0031	10 01 33.00	−0.23	−4 29.97	9 57 03.03	14 00 00.00	4 02 56.97
	η *Boötis*, δ *Aquilae* y δ *Centauri*	11.16	−4 29.74							
Junio 2	ε *Sagittarii* β *Leonis*	9.59	−4 29.98	−0.0012	10 01 33.00	−0.08	−4 29.98	9 57 03.02	14 00 00.00	4 02 56.98
	ε *Virginis*, δ *Pavonis* y δ *Aquilae*	11.04	−4 29.90							
Junio 6	ε *Sagittarii*	8.58	−4 56.93	−0.0141	10 01 59.20	+0.90	−4 56.03	9 57 03.17	14 00 00.00	4 02 56.83
	α *Virginis*	12.02	−4 54.34							
Junio 7	ε *Sagittarii*	9.06	−4 45.02	−0.0193	10 01 47.20	−0.41	−4 43.94	9 57 03.26	14 00 00.00	4 02 56.74
	β *Leonis*	10.23	−4 43.58							
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Junio 7	ε *Sagittarii* β *Leonis*	9.44	−4 44.27	−0.0100	10 01 47.20	−0.55	−4 44.09	9 57 03.11	14 00 00 00	4 02 56.89
	η *Boötis*, δ *Aquilae* y δ *Centauri*	10.57	−4 43.51							
Junio 7	ε *Sagittarii* β *Leonis*	9.44	−4 44.27	−0.0107	10 01 47.20	−0.46	−4 43.97	9 57 03.23	14 00 00.00	4 02 56.77
	ε *Virginis*, δ *Pavonis* y δ *Aquilae*	10.45	−4 43.51							
Junio 8	ε *Sagittarii*	9.07	−4 29.60	−0.0128	10 01 32.20	+0.35	−4 28.89	9 57 03.31	14 00 00.00	4 02 56.69
	β *Leonis*	9.35	−4 29.24							
Junio 8	ε *Sagittarii* β *Leonis*	9.21	−4 29.42	−0.0033	10 01 32.20	−0.18	−4 29.28	9 57 02.92	14 00 00.00	4 02 57.08
	η *Boötis*, δ *Aquilae* y δ *Centauri*	10.57	−4 29.10							

RECEPCIÓN DE LAS SEÑALES HORARIAS EMITIDAS POR LA ESTACIÓN DE LA DÁRSENA NORTE, BUENOS AIRES

Señales	T_m de Greenwich	Mayo 30	Junio 1º	Junio 2	Junio 6	Junio 7	Junio 8
1ª	13h56 00s00	No se oyó	No se oyó	9h57m32s60 L.	9h57m59s50 L.	9h57m47s40 L.	No se oyó
2ª	13 57 00.00	9h59m09s40 L.	9h58m48s60 L.	9 58 32.60 L.	9 58 59.50 L.	9 58 47.40 L.	9h58m32s20 A.
3ª	13 58 00.00	10 00 09.40 L.	9 59 48.60 L.	9 59 32.60 L.	9 59 59.50 A.	9 59 47.20 L.	9 59 32.20 A.
4ª	13 59 00.00	10 01 09.20 A.	10 00 48.80 A.	10 00 33.00 A.	10 00 59.40 A.	10 00 47.00 A.	10 00 32.20 A.
5ª	14 00 00.00	10 02 09.20 A.	10 01 48.80 A.	10 01 33.00 A.	10 01 59.20 A.	10 01 47.20 A.	10 01 32.20 A.
		Adoptado : 9s20	Adoptado : 48s70	Adoptado : 33s00	Adoptado : 59s30	Adoptado : 47s20	Adoptado : 32s20

NOTA. — L significa Lascano y A Aramburo.

Julio 8 de 1923, a la altura de Calancate, en el Kilómetro 194 de la línea en construcción. — *José Aramburo.*

Cuadro XXVIII. — Determinación del tiempo medio local y latitud en Avía Teray, el 8 de junio de 1923

Temperatura..	$+10^\circ\!.5$	h.....	35°	*Observador :*	Aramburo
Barómetro....	757 mm	θ_0.....	$5^h03^m22^s\!.94$	*Cronometrista :*	Lascano

Corrección cronométrica horaria : $+0^s\!.768$

		(2,8) η *Boötis*		(3,4) δ *Aquilae*		(2,9) δ *Centauri*
Tops, T_m..		$10^h57^m19^s\!.60$		$11^h08^m07^s\!.80$		$11^h28^m51^s\!.80$
α........	$\alpha =$	13 51 02.80	$\alpha' =$	19 21 39.16	$\alpha'' =$	12 04 23.86
δ........	$\delta =$	$+18^\circ47'00''\!.88$	$\delta' =$	$+\ 2^\circ57'45''\!.50$	$\delta'' =$	$-50^\circ18'00''\!.67$

Intervalos en T_m — *Tabl. VI. — Intervalos en* T_s

$T' - T = 10\ 48^s\!.20 + 0^s\!.14 = 10^m48^s\!.34;\quad + 1^s\!.78 = 10\ 50^s\!.12$

$T'' - T = 31\ 32.20 + 0.40 = 31\ 32.60;\quad + 5.18 = 31\ 37.78$

$\lambda = T' - T - (\alpha' - \alpha) = -5^h19^m46^s\!.24 = -79^\circ56'33''\!.60$

$\lambda' = T'' - T - (\alpha'' - \alpha) = +2\ 18\ 16.72 = +34\ 34\ 10.80$

$\frac{1}{2}\lambda$...........	$-39^\circ58'16''\!.80$	$\frac{1}{2}\lambda'$.............	$17^\circ17'05''\!.40$
$\frac{1}{2}(\delta' - \delta)$......	$-$ 7 54 37.69	$\frac{1}{2}(\delta'' - \delta)$.........	$-$ 34 32 30.77
$\frac{1}{2}(\delta' + \delta)$......	10 52 23.19	$\frac{1}{2}(\delta'' + \frac{1}{2})$.........	$-$ 15 45 29.89
Log ctg $\frac{1}{2}(\delta' - \delta)$.	0.8571486^n	Log ctg $\frac{1}{2}(\delta'' - \delta)$..	0.1621858^n
Log sen $\frac{1}{2}\lambda$.....	9.8078084^n	Log sen $\frac{1}{2}\lambda'$.......	9.4729350
Log m sen M...	0.6649570	Log m' sen M'.....	9.6351208^n
Log tg $\frac{1}{2}(\delta' + \delta)$.	9.2834888	Log tg $\frac{1}{2}(\delta'' + \delta)$...	9.4505349^n
Log cos $\frac{1}{2}\lambda$.....	9.8844362	Log cos $\frac{1}{2}\delta'$.......	9.9799304
Log m cos M...	9.1679250	Log m' cos M'.....	9.4304653^n
Log tg M......	9.4970320 [1°]	Log tg M'.........	0.2046555 [3°]
Log cos M.....	8.5027482	Log sen M'.......	9.9285453^n
Log m.........	0.6651768	Log m'..........	9.7065755
M...........	$88^\circ10'34''\!.82$	M'..............	$238^\circ01'34''\!.90$
$\frac{1}{2}\lambda - M = N$...	-128 08 51.62	$\frac{1}{2}\lambda' - M' = N'$....	-220 44 29.50
ψ...........	83 43 21.41	Log $\frac{m}{m'}$ = log tg ψ..	0.9586013
$45^\circ - \psi$.......	$-$ 38 43 21.41	Log tg $(45^\circ - \psi)$...	9.9040657^n
$\frac{1}{2}(N' - N)$.....	$-$ 46 17 48.94	Log ctg $\frac{1}{2}(N' - N)$.	9.9803322^n
$t + \frac{1}{2}(N' - N)$..	37 27 46.40	Log tg $[t + \frac{1}{2}(N' + N)]$	9.8843979
$\frac{1}{2}(N' + N)$.....	-174 26 40.56		
t.............	$+211$ 54 26.96	t...............	$2^h07^m37^s\!.80$
o.............	31 54 26.96	α...............	13 51 02.80
		θ...............	15 58 40.60
		$-\theta_0$.............	$-$ 5 03 22.94
		....	10 55 17.66
		ω...............	4 02 56.80
		....	14 58 14.46
		Corrección tabla V.	$-$ 2 27.16
		T_m local.........	10 52 50.50
		Top.............	10 57 19.60
		Corr. cronométrica.	$-$ **4 29^s.10**
$t + N$.........	$-96^\circ14'24''\!.66$	$t + N'$..........	$-188^\circ50'02''\!.54$
Log cos $(t + N)$.	9.0362158^n	Log cos $(t + N')$...	9.9948173^n
Log m.........	0.6651768	Log m'..........	9.7065755
Log tg φ.......	9.7013926^n	Log tg φ..........	9.7013928^n

$\varphi = -26^\circ41'35''\!.21$

Cuadro XXIX. — Determinación de la longitud geográfica, en Avía Teray

(Combinación de los valores individuales)

Observador	Valores individuales	v	vv
Lascano 1	$4^h 02^m 57^s.00$	0.16	0.0256
— 2	4 02 57.03	0.19	0.0361
— 3	4 02 56.62	0.22	0.0484
— 4	4 02 56.75	0.09	0.0081
— 5	4 02 56.87	0.03	0.0009
Aramburo 6	[4 02 56.60]	0.24	—
— 7	4 02 56.66	0.18	0.0324
— 8	4 02 56.95	0.11	0.0121
— 9	4 02 56.97	0.13	0.0169
— 10	4 02 56.98	0.14	0.0196
— 11	4 02 56.83	0.01	0.0000
— 12	4 02 56.74	0.10	0.0100
— 13	4 02 56.89	0.05	0.0025
— 14	4 02 56.89	0.05	0.0025
— 15	4 02 56.77	0.07	0.0049
— 16	4 02 56.69	0.15	0.0225
— 17	[4 02 57.08]	0.24	—
Promedio	**$4^h 02^m 56^s.84$**	$\Sigma (vv) = 0.2426$	

$m = 17$

$\mu = 1$

$$\varepsilon = 0,6745 \sqrt{\frac{\Sigma (vv)}{m - \mu}} = 0,6745 \sqrt{\frac{0,2426}{16}} ;$$

luego

$$\varepsilon = \pm 0^s.083.$$

Longitud de Avía Teray : $4^h 02^m 56^s.84 \pm 0^s.08$.

Julio 16 de 1923.

ENSAYO DE UNA COSMOGENIA

BASADA EN LAS LEYES MÁS RECIENTES DE LA FÍSICA

Por el ing° ANTONIO PAULY

INTRODUCCIÓN

Todas las cosmogenias y cualquier intento de explicar el origen del universo tienen un inconveniente : una teoría cosmogénica sólo puede aprovechar los conocimientos de la época en que se la enuncia y, por tanto, no es más que un resumen de los conocimientos de determinada época y cualquier descubrimiento posterior la vuelve anticuada, no satisfactoria y exige ciertas enmiendas de la misma.

Después de haber pasado cierto tiempo, durante el cual adquirimos nuevos conocimientos, la cosmogenia tendrá que reemplazarse por otra, más moderna, que tenga en cuenta para sus explicaciones los nuevos descubrimientos y las nuevas leyes de la naturaleza, deducidas de mayores conocimientos y observaciones, realizadas con instrumentos más exactos.

El ingenioso edificio, construído por Ptolomeo, quien hizo intervenir un complicado engranaje de epiciclos y deferentes para mover sus planetas alrededor de la tierra, se desmoronó cuando Copernicus anunció que la tierra giraba alrededor del sol y cuando Kepler y Newton anunciaron sus leyes mecánicas y cósmicas. Kant y Laplace, en conocimiento de estas leyes, estaban en condiciones de elaborar su cosmogenia, que, hasta hace poco, tuvo un valor indiscutible. Ésta figura en casi todos los libros de texto.

Pero en aquellos tiempos las teorías y los medios de observación eran aún muy rústicos, no se conocía la teoría de los electrones, los rayos X, los rayos catódicos, la radioactividad, la teoría de la relati-

vidad no estaba descubierta y la teoría de la luz, de la electricidad, etc., esperaban aún al hombre que las descubriera.

La teoría atómica estaba aún en sus principios, se imaginaba a los átomos como bolas rígidas con caracteres tan difíciles de comprender como los tiene actualmente el éter.

En los últimos tiempos, en que casi siempre predomina la cantidad sobre la calidad, especialmente en las artes y las ciencias, surgieron un sinnúmero de teorías cosmogénicas, que, en parte, no fueron más que ingeniosas modificaciones de la teoría de Laplace, o construcciones fantásticas que no pueden resistir a una crítica científica.

La nueva teoría electrónica modificó hondamente la concepción de la materia. Los átomos son concebidos actualmente como pequeños sistemas planetarios con sus electrones que describen círculos o elipses alrededor de un núcleo. Se imaginó que la fuerza que los une es la electricidad negativa y positiva, la carga eléctrica de los electrones, sin pensar que ella sea la gravedad, como es más natural.

La electricidad positiva no existe sino como una falta, del mismo modo que el vacío, por ejemplo, no es una energía sino la falta de presión.

La luz y la electricidad se mueven en el éter, cuyos caracteres físicos son imposibles; hoy el mundo se ríe del supuesto éter de los antiguos astrónomos, que lo imaginaron para dejar flotar en él sus planetas «para que no cayesen a la profundidad del universo», pero creemos con toda seriedad en el éter moderno conductor de la luz y de la electricidad.

Al hombre le es difícil acostumbrarse a cosas nuevas y la sola palabra «nuevo» infunde a muchos sabios temores, como a muchos gramáticos académicos y no académicos el empleo de una palabra nueva, aunque los progresos de la técnica y ciencia lo exijan. El diccionario de la Academia siempre queda medio siglo detrás de las exigencias de la vida. Algunos lo llaman purificación del lenguaje, pero otros, y yo también, lo llaman ultraconservatismo, para no emplear alguna palabra aun menos académica. ¿Qué se diría de un hombre que pretende andar en las calles de Madrid o Buenos Aires con capa y espada, por la única razón de que así es el traje español? Lo mismo rige para el lenguaje.

De las nuevas cosmogenias merecen mencionarse las siguientes:

Las cosmogenias clásicas de Kant y Laplace descritas en: *Allgemeine Naturgeschichte und Teorie des Himmels,* 1799; *Exposition du systéme du monde,* 1796, y Faye, *Sur l'origine du monde,* 1885.

Las cosmogenias recientes son la del jesuíta Braun, quien deriva la rotación de los astros de choques entre los mismos o con meteoros (*Ueber Kosmogenie,* Muenster, 1895).

El astrofísico inglés Norman Lockyer fundó otra teoría sobre las colisiones de los cuerpos celestes y deriva su teoría de que diariamente caen más o menos 20.000.000 de meteoros sobre la tierra (*The Meteoric Hypothesis,* Londres, 1890).

Otra teoría semejante fué elaborada por Zehnder (*Die Mechanik des Weltalls,* Freiburg, 1897).

El inglés Moulton explica la rotación de los planetas de un modo parecido en su libro *Evolution of the Solar System,* Londres.

El físico sueco S. Arrhenius explica una teoría semejante en su libro *Das Werden der Welten,* Leipzig, 1913, y Noelke, *Das problem der Entwicklung unseres Planetsystems,* 1919.

Finalmente mencionaremas la teoría «glacial» de Voigt, *Eis, ein Weltbaustoff,* Berlín, 1920; Faught, *Hoerbingers Glacial-Kosmogenie. Kaiserlautern,* 1913, y Fischer, *Rythmus des Kosmischen,* Leipzig, 1925; Hoerbinger y Valier, *Der Mars ein Eismeer.*

Contra las teorías que se basan en las colisiones de los cuerpos celestes, puede decirse que tales choques deben ser muy raros, dada la escasa materia en el cosmo. Los choques de los meteoros con planetas no alterarán en nada la velocidad de los mismos, y en el caso de que dos planetas o cuerpos celestes se aproximen tanto que su atracción predomine, lo más probable es que formaran una estrella doble y empezaran a girar, una alrededor de la otra, en lugar de chocar como dos bolas de billar. En el caso de que el movimiento fuera en la dirección de los centros el choque se produciría, pero no la rotación, pues no habría par de fuerzas y momento tangencial.

En cuanto a la teoría glacial, podemos limitarnos a decir que se necesita una gran dosis de ingenuidad para suponer que Saturno o Júpiter son bolas de nieve en el firmamento, únicamente porque su densidad es algo semejante a la de la nieve.

La temperatura de —273°C que reina en el cosmos no produciría nieve como en un frigorífico; a esta temperatura cesa toda reacción química y no se produciría nieve o hielo, sino algún gas sencillo, como el hidrógeno, el helio o el nitrógeno.

Además, la poca densidad de los planetas exteriores se puede explicar mejor y más naturalmente por medio de un núcleo denso como la tierra, rodeado de una extensa atmósfera, como lo veremos en el capítulo relativo a los planetas.

I

EL MAGNETISMO DEL SOL Y DE LOS PLANETAS

Las investigaciones recientes de los sabios noruegos, Birkeland y Störmer, sobre la aurora polar, comprobaron que el sol y los planetas están rodeados de un anillo de corrientes electromagnéticas, cuyo plano coincide aproximadamente con el plano ecuatorial: Birkeland, *The Aurora Polaris Expedition en 1902-1903,* Londres, 1910; y Störmer, *Aus den Tiefen der Welten bis ins Innere der Atome,* Leipzig, 1925 (traducción alemana).

Las manchas solares son haces de rayos catódicos que salen del Sol y, al llegar cerca de un planeta, son desviados por el mismo y lo rodean según trayectorias complicadas.

Los anillos de corrientes eléctricas, condensan la materia del universo y forman un gran anillo que rodea al Sol, o a los planetas, semejante como lo hace el anillo de Saturno. De ellos se formaron los planetas y de los anillos que rodean a éstos se formaron los satélites.

Hale encontró, en 1908, el magnetismo del Sol y comprobó que nuestra antigua creencia de que los cuerpos incandescentes no pueden tener magnetismo era errónea.

Hale calculó, por medio de la desviación y del fenómeno de Zeeman en las líneas espectroscópicas, la fuerza magnética del Sol y encontró que el campo magnético de las manchas solares es de 50.000 Gauss, mientras que el campo magnético total del Sol no es más que 25 Gauss.

El momento magnético del Sol es 43×10^{32} Gauss centímetros cúbicos y el de la Tierra es únicamente la diez millonésima parte, o sea 8×10^{25} Gauss. El campo magnético total de la Tierra es de 0,69 a 0,29 Gauss.

Broun y Kreil descubrieron la influencia que ejerce la Luna sobre el magnetismo terrestre, cuyo período es de $24^h30'22''2$. Los hermanos Chambers y Leist lograron comprobar también un magnetismo de los planetas, cuya influencia sobre la Tierra es la siguiente:

Mercurio	11 %
Venus	10
Marte	4
Júpiter	19
Saturno	2

Los por cientos se refieren a las variaciones diurnas del magnetismo terrestre.

El período de las variaciones magnéticas, debido a la influencia del Sol, coincide con los períodos de las manchas solares, es decir 11,8 años y Sellmeyer demostró que las manchas solares son más frecuentes, cuando los planetas Venus, Júpiter y Tierra se encuentran en una línea recta con respecto al Sol, lo que sucede cada 11,8 años.

Los eclipses del Sol ejercen también una influencia sobre el magnetismo terrestre.

Si se elimina de la curva diurna del magnetismo terrestre la influencia del Sol, de la Luna y de los planetas, se obtiene una curva bastante irregular, cuyas componentes, el vector de Brown, dan por resultado un anillo de corrientes eléctricas que rodea la tierra en el plano del ecuador.

No nos es posible, para no extendernos demasiado, ocuparnos más detalladamente de los experimentos realizados por Ebert, Birkeland y Störmer; sólo nos limitaremos a mencionar los resultados más importantes.

Birkeland empleó un núcleo de hierro, envuelto en un devanado esférico y cubierto por bario-cianuro de platino. Esta bola fué introducida en un recipiente de vidrio, cuyo aire fué evacuado parcialmente.

Al exponer esta bola a un haz de rayos catódicos, la cubierta de platino-cianuro de bario, expide una luz, pero cuando una corriente atraviesa el devanado, los puntos luminosos se concentran hacia los polos, es decir en el eje perpendicular a la dirección de la corriente. Además se forma un anillo de materia luminosa alrededor del ecuador, que se puede observar por medio de una pantalla, cubierta con platino-cianuro de bario.

Tenemos, ante nosotros, un modelo en miniatura de la Tierra, con las auroras polares.

Entre las diferentes clases de rayos que emite el Sol, nos ocuparemos únicamente de los rayos catódicos, cuyas trayectorias fueron calculadas por Störmer (véase el libro mencionado).

Los rayos catódicos emitidos por el Sol, pasarán en parte a tanta distancia de la Tierra, que su dirección será desviada algo, pero seguirán por el universo en línea recta. Otra parte de dichos rayos llegará sobre la Tierra misma, entrará en ella o será reflejada.

Una tercera parte pasará a tal distancia de la Tierra que será atraída y rodeará la Tierra en forma de un círculo o una espiral (fig. 1).

Como los rayos no llegan a la Tierra perpendicularmente al eje magnético, los rayos sufrirán también cierta desviación lateral y el anillo oscilará hacia los polos.

Los rayos catódicos que penetran en la atmósfera, la disociarán en parte y producirán el fenómeno conocido bajo el nombre de aurora boreal. La altura de la aurora boreal es de 200 hasta 700 kilómetros sobre la superficie de la Tierra.

Birkeland no se contentó con dichos experimentos, el sabio dispuso la bola de tal manera, que ella misma emitía rayos catódicos, es decir, se volvió cátoda.

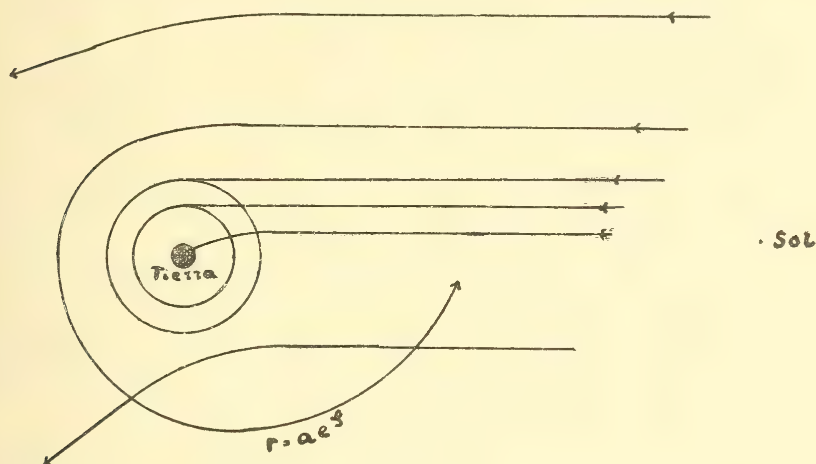


Fig. 1

Entonces la superficie de la bola emitió pequeños haces de luz, distribuídos al acaso; pero en el momento en que una corriente eléctrica atravesó el devanado, estos puntos luminosos se dispusieron en dos zonas situadas en ambos lados del ecuador de la bola y la distancia de las zonas dependía de la magnitud de la corriente.

Las manchas luminosas en la bola son tan parecidas a la forma en que se disponen las manchas solares, que no hay duda de que ambas son resultados del mismo fenómeno.

Además, la bola tiene un anillo luminoso en el plano ecuatorial del mismo modo como lo debe tener el sol. El diámetro de este anillo depende de la intensidad de la corriente que corre por el devanado, y, por lo tanto, de la intensidad del campo magnético de la bola.

II

EL SOL Y LOS PLANETAS

Supondremos que el Sol ya existe y que los haces de rayos catódicos salgan de su superficie para rodearla en forma de un anillo.

Los rayos eléctricos tienen el poder de concentrar la materia diseminada que encuentran en su camino. De este hecho se hace uso en la minería para condensar el polvo de los altos hornos y en la meteorología se sabe que los rayos eléctricos condensan los vapores de agua de las nubes, en forma de lluvia.

No solamente las partículas de materia que los rayos encuentran a su paso por el universo se concentrarán en el anillo, sino también los rayos catódicos arrancan partículas de materia del cuerpo del cual emanan y concentran estas partículas en el anillo. De esta propiedad se hace uso al cubrir los espejos con la película metálica por medio de rayos catódicos que salen de un cátodo de metal, y en farmacia se emplea el mismo fenómeno para la preparación de los metales coloidales.

Los rayos catódicos no son los únicos rayos que salen del Sol. Hay rayos luminosos, de calor radiante, rayos alfa, etc., y aun rayos cuyas propiedades son poco conocidas.

Si conocemos la cantidad de energía irradiada del Sol y el campo magnético del mismo, podemos calcular el radio de los anillos que formarán los rayos catódicos. La energía irradiada del Sol es de 5×10^{33} Erg y el campo magnético es de 25 Gauss.

Según las conocidas leyes de Kepler, la segunda potencia del tiempo de revolución es igual a la tercera potencia de la distancia del planeta al Sol. Si reducimos dicha ecuación, podemos decir que la velocidad es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la distancia entre el planeta y el sol.

Entonces el producto $v \cdot \sqrt{r} = b$, si v es la velocidad del planeta en kilómetros por segundo y r la distancia del planeta del Sol expresada en distancias de la Tierra al Sol como unidad, y b es una constante que debe ser igual para todos los cuerpos celestes que giran al rededor del mismo cuerpo central.

Si tomamos la fórmula de Kepler : $\frac{r^3}{u^2} = a$, la constante a es aproximadamente igual a 7502×10^{-9} para el sistema planetario.

La constante *a* es para los diferentes planetas :

Mercurio, Venus, Tierra, Marte, Pallas y Eros 7496×10^{-9}; Júpiter 7502×10^{-9}; Saturno 7498×10^{-9} y para Urano y Neptuno 7506×10^{-9}.

Si consideramos la otra nueva fórmula, veremos que la constante *b* para los planetas mayores es también igual para todos los planetas.

Planetas	Distancia del Sol en kilómetros	Distancia entre Tierra y Sol	Velocidad km/seg	$v\sqrt{r}$
Mercurio.....	58.000.000	0.38	49.1	30.5
Venus.......	108.000.000	0.72	35.9	30.5
Tierra.......	149.500.000	1.00	30.6	30.5
Marte........	228.000.000	1.52	24.8	30.7
Júpiter......	778.000.000	5.20	13.3	30.5
Saturno......	1.428.000.000	9.54	9.94	30.5
Urano.......	2.873.000.000	19.19	7.0	30.7
Neptuno.....	4.501.000.000	30.07	5.6	30.7

De dichas relaciones se puede calcular fácilmente la distancia de un cuerpo celeste, si se conoce su velocidad y viceversa.

Si consideramos ahora el anillo de corriente electromagnética se verá fácilmente que la parte interior del anillo tendrá una velocidad mayor que la parte exterior, y por lo tanto este anillo de materia se dividirá en fajas concéntricas, cuya relación de ancho será como 1 : 2 : 3 : 4, según la teoría de los quanta. Con el aumento de las masas estas fajas se dividirán otra vez en la misma proporción y tendremos en el interior fajas de un ancho de 1 : 2 : 3 : 4, después una interrupción y luego fajas de 16 : 32 : 45 : 60, lo que corresponde aproximadamente a la ley de Bode y la distancia actual de ios planetas.

Probablemente los diámetros de los anillos eran originariamente más pequeños, pero los planetas se alejaron con el tiempo del Sol por la influencia de la presión de los rayos solares.

Al aumentar la materia en los anillos, ésta debe llegar a un límite. Cuando las diferentes partículas se encuentran tan cerca que su atracción mutua supera a la atracción del Sol, el anillo se rompe para contraerse en una esfera.

Los anillos de Saturno, por ejemplo, parecen aún satélites por nacer, y la densidad de la materia en dichos anillos se calcula en 0.0004, si la del agua es igual a 1.

La primera aglomeración de materia será un gas tenuo y sencillo, como el hidrógeno, helio o nebulio.

Las esferas de materia tenua que corresponden al estado primitivo

de los planetas, habrán recibido por la rotura de los anillos un movimiento rotatorio, como resultado de las velocidades de las partes interior y exterior del anillo.

El movimiento rotatorio genera por su parte un campo de gravitación y una consiguiente contracción de los átomos, cuya composición se complicará y resultarán con el tiempo elementos más pesados, con un peso atómico mayor : oxígeno, nitrógeno, carbón, calcio, silicio, y, finalmente, los metales pesados, como el hierro, etc.

Estos gases se ubicarán, según la ley cinética de los gases, de tal modo que los más livianos ocuparán la parte exterior de la esfera mientras que los más pesados se encontrarán con preferencia en el centro.

El nitrógeno, por ejemplo, pierde en la atmósfera terrestre la mitad de su peso en una altura de 5000 metros, mientras que lo mismo sucede al oxígeno ya en una altura de 4000 metros y para el helio solamente a 40 kilómetros de altura, mientras que el hidrógeno necesita unos 80 metros de altura para sufrir la reducción a la mitad de su densidad.

Hasta una altura de 10 kilómetros los vientos mezclan la atmósfera de tal modo que no se nota ninguna alteración en su composición. En mayores alturas se ha podido comprobar una variación en la composición de la atmósfera, bastante semejante a la que da el cálculo. Predomina en ciertas alturas el nitrógeno y en mayores alturas el hidrógeno.

El físico Stark opinó que la línea verde de 5577,35 AE, que es la línea característica de la aurora polar, se debe al nitrógeno, pero esta suposición es errónea. Vegaard supuso también que esta línea espectroscópica pertenecía al nitrógeno e imaginó una teoría según la cual la atmósfera habría sido rodeada de nitrógeno congelado. Según las últimas noticias (marzo 10 de 1925) el sabio norteamericano Mr. Mac Lennan y el doctor Schrum, en Torento, pudieron producir la línea mencionada al exponer una mezcla de helium y poco oxígeno a los rayos catódicos a baja temperatura y una presión de 5 milímetros de mercurio, que corresponde a una altura de 35 kilómetros.

El cuadro siguiente muestra la composición de la atmósfera si se toma en cuenta, además de la densidad de los gases, también la temperatura en las diferentes alturas :

Altura	Nitrógeno	Oxígeno	Hidrógeno	Helio
10 kilómetros	78.0 %	21.0 %	0.2 %	0.10 %
20 —	79.0	12.0	7.0	0.11
50 —	80.0	7.0	13.6	0.13
100 —	0.1	0.0	99.5	0.45

Las alturas en que los gases pierden la mitad de su densidad son inversamente proporcionales a su peso molecular, y, por lo tanto, el vapor de calcio, por ejemplo, cuyo peso molecular es de 80, perderá la mitad de su densidad en 2 kilómetros de altura, mientras que el hidrógeno (con un peso molecular igual a 2) la pierde en 80 kilómetros. El vapor del hierro, cuyo peso molecular es de 112, no necesita más que 1600 metros, y Uranio, cuyo peso molecular es 477, la altura no será mayor de 340 metros. La consecuencia de esta ley será que los elementos se habrán condensado sobre el planeta en zonas concéntricas, es decir, los más pesados quedarán limitados al núcleo interior, mientras que los más livianos y sencillos, como el hidrógeno y el helio, formarán la capa superior.

Para el centro de la tierra se calcula una presión de 1.695.000 atmósferas y para un punto intermedio a mitad de la distancia entre el centro y la superficie la presión será de 1.200.000 atmósferas.

Al penetrar en la profundidad de la tierra se nota que el calor aumenta y por cada 35 metros de profundidad la temperatura aumenta 1°C. Esto daría para el centro de la tierra una temperatura de 100.000°C, cosa evidentemente imposible. Bischoff y Fourier han demostrado que la temperatura no aumenta en proporción con la profundidad y calcularon para el centro de la tierra una temperatura de 20.000 a 25.000°C. Probablemente la temperatura en el interior de la tierra será aún más baja y la energía y las calorías se encontrarán en estado latente y se habrán empleado en la formación de átomos complicados que se desagregan si la presión baja, es decir, si existen tensiones en la corteza que permiten a los átomos desagregarse y libertar una enorme cantidad de calor, que fundirá las rocas de la corteza y produciría así las erupciones volcánicas. Las lavas no serían entonces más que rocas de la corteza, fundidas por el calor proveniente de la desintegración atómica.

Se ha observado que la desintegración del radio no sufre ninguna alteración si se aumenta o disminuye la temperatura o la presión, pero esto rige únicamente para las temperaturas y presiones que podemos producir en los laboratorios y no para las enormes presiones que existen en el interior de la tierra y de las estrellas.

También es probable que la desintegración de los átomos de los elementos complejos del interior produce, como resto, los metales nativos, como el oro, hierro, plata, etc., como el resto de la desintegración del uranio es el plomo. Entonces los yacimientos metalíferos se habrían formado por estos residuos de la desintegración de elementos complejos y las reacciones químicas con las aguas subterráneas, que contenían sulfuros y otros compuestos no metálicos.

Esta sería una explicación completamente nueva de los yacimientos y que podría prestar soluciones a muchos hechos incomprensibles.

III

LOS PLANETAS EXTERIORES

Hemos visto en el capítulo anterior, cómo los anillos, compuestos de una materia muy tenue, se han roto, para contraerse en esferas, que, a su vez, se condensaron paulatinamente, formando en su centro átomos siempre más complicados y más densos, reuniendo más y más electrones.

Como lo expondremos más tarde, la esfera aumenta su temperatura por la energía liberada por la desintegración de los átomos y pasa por estados muy calientes, parecidos a las estrellas blancas, rojas y finalmente obscuras. Como la masa de los planetas es relativamente pequeña, esta evolución tuvo lugar en un tiempo comparativamente muy corto.

Si suponemos que el planeta Júpiter está compuesto por un núcleo denso como la Tierra, y una envoltura gaseosa de gran extensión, podemos considerar que la masa de los planetas exteriores, que es relativamente más grande que la de los planetas interiores, retardó algo el enfriamiento y, por lo tanto, los gases pesados, los vapores de metales, etcétera, no se solidificaron. Así, la densidad del planeta Júpiter, que es de 1,3 aproximadamente, puede explicarse por un núcleo denso de una masa 78 veces la masa terrestre y una atmósfera cuya altura — si la consideramos uniforme — es de 56.000 kilómetros, mientras que el semidiámetro del núcleo denso sería de 16.000 kilómetros.

La tabla siguiente demuestra las relaciones entre la densidad, el volumen y el tamaño relativo del núcleo denso y la temperatura.

Para simplificar el cálculo, suponemos que la densidad del núcleo y de la atmósfera sean uniformes e iguales a las de la Tierra.

Núcleo denso	Densidad	Atmósfera	Densidad	Volumen total	Densidad del planeta
50 %	5.5	50 %	0.001	2	2.75
33	—	67	—	3	1.83
25	—	75	—	4	1.37
20	—	80	—	5	1.10
17	—	83	—	6	0.92
12	—	88	—	7	0.69

Estos datos no son más que aproximados, porque la densidad del núcleo interior no es uniforme sino aumenta hacia el interior, y la atmósfera es menos densa en las capas superiores que en las próximas a la superficie del planeta, como lo vemos también en la Tierra.

La suposición de una atmósfera sumamente extensa sería también comprobada por el gran albedo del planeta, que es de 0,72 y que en los demás planetas exteriores se calcula entre 0,7 y 0,5, mientras que los cuerpos celestes, cuya atmósfera es muy escasa, como en la Luna por ejemplo, tienen un albedo de 0,1 a 0,2. La atmósfera y las nubes en ella, reflejan la luz solar mucho mejor que las superficies rocosas, con sus asperezas.

Es de advertir que el disco luminoso que vemos en los planetas que tienen gran atmósfera, proviene de la refracción de la luz en dichas capas de gas. Si la atmósfera es muy extensa y por lo tanto pesada, la refracción hará desviar los rayos luminosos de modo que en cierta altura de la atmósfera saldrán en dirección tangencial y esta es la capa que forma la circunferencia del disco luminoso.

Es fácil calcular que el diámetro de Júpiter es mucho más grande de lo que lo vemos.

IV

LOS PLANETAS INTERIORES

Parecidas a las expuestas son las condiciones en los planetas interiores: Marte, Tierra, Venus y Mercurio. Sus masas son mucho más pequeñas, porque los anillos, de los cuales se formaron, fueron también mucho más reducidos. Su contracción y su enfriamiento terminaron más pronto.

Sus densidades son mucho más grandes que las de los planetas exteriores, lo que demuestra que ellos son relativamente más viejos, es decir, que su evolución se efectuó más rápidamente y llegó ya a un estado más avanzado.

La pérdida de energía de un planeta es proporcional a su superficie, mientras que la producción de energía por la concentración y complicación de sus moléculas y átomos es proporcional al volumen, respectivamente a su masa.

Si hacemos este cálculo para el planeta Júpiter, cuya masa es 314 veces la de la Tierra, pero cuyo diámetro lo es solamente 11,15 veces, obtenemos :

$$\frac{314}{11,14 \times 11,14} = 3,$$

es decir, su evolución será tres veces más lenta que la de la Tierra y, por lo tanto, lo vemos aún con algo de luz propia, poca densidad y gran atmósfera.

Para Venus, cuya masa es 0,82 de la Tierra y su diámetro 0,9 de nuestro planeta, el mismo cálculo da

$$\frac{0,82}{0,9 \times 0,9} = 1,01,$$

y para Marte el resultado sería :

$$\frac{0,11}{0,53 \times 0,53} = 0,48.$$

Esto indica que Venus es aún un poco más joven que la Tierra, mientras que Marte tiene ya el doble de la edad de nuestro planeta.

La evolución de Marte se efectuó en la mitad del tiempo que necesitaba la Tierra, y vemos en él un planeta anciano, desprovisto casi de calor y atmósfera — que se ha perdido en el cosmo — sobre el cual la vida ya no es posible. Venus, al contrario, no ha alcanzado aún la evolución de la Tierra, y sobre él, quizá, viven actualmente los saurios o grandes marsupiales del período terciario o diluviano. Esto le indica también el gran albedo que es de 0,5 y la espesa atmósfera que lo rodea, como sucedía sobre la Tierra en los períodos mencionados.

Hay que advertir que es muy ingenua la idea de comunicarse con Marte; ésto exigiría que la evolución del planeta estuviera exactamente en el mismo período del nuestro, pues una diferencia de mil

años — que en la evolución del mundo no es nada, — impediría que los seres se encuentren en el mismo estado de cultura que nosotros.

El deseo de comunicarnos con otro planeta, como con Marte, es tan ingenuo como si enviáramos un telegrama Morse a un negro salvaje del centro de África y pretendiéramos que lo descifre y nos conteste en el mismo idioma.

V

LOS PLANETOIDES

En el límite exterior de la zona interior y en la circunferencia interior de la zona exterior de los anillos no se habrá podido formar ningún planeta, porque las perturbaciones con que se influenciaron ambos anillos eran tan grandes, que se podían producir, únicamente, cuerpos pequeños que llenaban esta zona en forma de anillos incongruentes, que impidieron la formación de esferas grandes. También en esta zona debían alcanzar las perturbaciones del planeta su valor máximo.

La velocidad de todos estos cuerpos tuvo que asumir los valores más variados y algunos habrán salido de su zona porque la velocidad les imprimió una órbita en forma de parábola, mientras que otros formaron elipses alargadas y otros se movían con una velocidad casi uniforme en círculos.

Como hemos dicho, la energía y la velocidad de la evolución de un planeta depende de su masa y diámetro; por lo tanto los planetoides con sus pequeñas masas evolucionaron muy rápidamente y perdieron sus energías en relativamente poco tiempo. Por esta razón los vemos hoy áridos, sin atmósfera, parecidos a la Luna. También deben haber perdido su rotación al rededor de su eje y muestran siempre al Sol su misma faz.

Algunos se habrán solidificado en forma de cuerpos alargados como lo son también algunos meteoritos.

La órbita excéntrica de algunos planetoides los lleva muy cerca de los planetas. Así, por ejemplo, el planetoide Eros se acerca todos los 27 años a 22.000.000 de kilómetros de la Tierra y se cree que algún tiempo la influencia de la atracción terrestre logrará capturarlo para formar de satélite. Sin embargo, esto es algo dudoso, pues la velocidad propia del planetoide trataría de alejarlo hasta la distancia

propicia y esto lo alejaría tanto, que llegaría a caer bajo la influencia de Marte, etcétera.

La velocidad de la Luna al rededor de la Tierra es de 1023 metros por segundo y la de Eros es de 25.500 metros, y por lo tanto su distancia de la Tierra tendría que ser 625 veces menor que la de la Luna a la Tierra, y como la velocidad parabólica de la Tierra es de 11,2 kilómetros por segundo, Eros tendría que salir otra vez de la influencia de la Tierra y disparar en una órbita parabólica de la misma, es decir, volver a su órbita primitiva.

Se ha tratado de explicar el movimiento retrógrado del último satélite de Júpiter con la captura de uno de los planetoides, pero nos referiremos a lo dicho con ocasión de Eros a la Tierra. El movimiento retrógrado puede explicarse mucho más fácilmente, como lo veremos en el capítulo que trata sobre los satélites.

Algunos astrónomos observaron una periodicidad de la luz sobre varios planetoides y la explicaron por una rotación de los mismos. Así se encontró que Eros debía efectuar una rotación en 2,5 horas, mientras que otros la observaron en 5 horas, y finalmente, se opina que esta periodicidad se debe a reflejos, sin que exista rotación.

VI

COMETAS Y METEOROS

Sabemos que a cada distancia del Sol corresponde cierta velocidad de los planetas cuya proporción sigue la ley de Kepler.

La velocidad media de la Tierra es de 29.77 kilómetros por segundo (según otros, 30.57 km) y cada cuerpo que se mueve con esta velocidad describirá al rededor del Sol una órbita similar a la de la Tierra. Si la velocidad disminuye el cuerpo se alejará del Sol y si ella aumenta el cuerpo se aproximará al astro central.

Si la velocidad es constante la órbita será un círculo, pero si ella es variable la órbita será una elipse más alargada a medida que crece la diferencia entre la velocidad máxima y mínima.

Si la velocidad llega al límite de $29.77\sqrt{2}$, la órbita se volverá una parábola y el cuerpo se alejará definitivamente del Sol. Esto no es alcanzado por los cometas, cuya velocidad se aproxima solamente al valor de 42,1 kllómetros por segundo, a medida que crece el período.

En una distancia, cuatro veces la distancia de la Tierra al Sol, la velocidad parabólica será de $42.1\sqrt{4} = 21.05$ kilómetros, y a la distancia 9 el límite será de $42.1\sqrt{9} = 14.03$ kilómetros por segundo.

Si la velocidad aumenta aún más, la parábola se vuelve hipérbola, y la órbita es imaginaria, si por las perturbaciones de un planeta la velocidad disminuye el cometa volverá, más luego su período será menor.

Respecto a los cometas sus cabezas parecen ser constituídas por una aglomeración de meteoritas, cuya radioactividad, es decir, la desintegración de sus átomos, es aún bastante activa y los gases desprendidos por el calor desarrollado forman la cola que por su poca densidad ofrece una gran superficie a la presión de los rayos solares, como se explicará en el capítulo relativo a la luz. Existen colas formadas de hidrógeno, otras de hidrocarburos y finalmente otras de pequeños meteoros.

Merece llamarse la atención sobre el hecho que los meteoros dan también líneas espectrales pertenecientes a compuestos de carbono, y algunas estrellas (las del tipo N) dan espectros similares.

Los cometas, según su espectro, estarían constituídos de meteoros. Por ésto las colas de los cometas muestran las líneas del carbono en el espectroscopio, como lo hacen también los meteoros.

Como sus masas son muy pequeñas la desintegración se efectuaría muy rápidamente y por lo tanto los meteoros, que no son más que el producto final de los cometas, después de haber perdido toda su energía, no contienen ningún vestigio de radium.

Las cabezas de los cometas estarían formadas por grupos de meteoros cuya desintegración atómica produce el calor para la evaporación de los compuestos de carbono con hidrógeno, oxígeno o nitrógeno. Una vez terminada la desintegración de los elementos radioactivos, termina la emisión del gas y por lo tanto la cola del cometa. Luego la cabeza se esparce sobre toda la órbita del cometa, que siempre es una elipse muy alargada y forma las zonas de meteoros que cruza la Tierra en su camino alrededor del Sol. Estos meteoros son generalmente muy pequeños, de unos pocos gramos cada uno.

Parece que la aparición del carbono en los cuerpos celestes corresponde a una época avanzada de su evolución. Así la vemos en las estrellas rojas del tipo N, y también sobre la Tierra se encuentran ya grandes depósitos de carbono (hulla) e hidrocarburos (petróleo). ¿Formarán ellos los restos de la vida desaparecida en los cuerpos celestes muertos? ¿Habrá carbono en la Luna y los diferentes saté-

lites? Sabemos también que el ácido carbónico es el producto de emanaciones volcánicas. De modo que el carbono debe existir como elemento en el interior de la Tierra.

Según las observaciones más recientes existe un meteoro en cada millón de kilómetros cúbicos.

VII

EL MOVIMIENTO DE LOS PLANETAS

Como ya lo hemos dicho, a cada distancia del Sol corresponde cierta velocidad. Cada anillo que formó un planeta tuvo ya su velocidad determinada y al romperse para contraerse en esfera, resultó un «par de fuerzas» que produjo el movimiento de rotación al rededor de su eje.

La atracción del Sol produjo una ola de marea en el planeta y la fricción de las partículas de la materia retardó en algo la rotación, aumentando el tiempo necesario para efectuar una vuelta completa.

Mientras que la mayor parte del planeta se encontraba en estado geseoso, la fricción fué débil y la ola de marea marchó con la misma velocidad con que se movía el planeta al rededor de su eje, pero cuando la densidad aumentó, la ola se retardó y atrasó la rotación del planeta hasta anularla totalmente, en determinados casos. Por esto la velocidad de rotación de los planetas aun poco densos como, por ejemplo, Júpiter y Saturno, coincide aproximadamente con la rotación teórica calculada por el par de fuerzas; pero en los planetas más densos, Marte, Tierra y Venus, la rotación es mucho más lenta que la calculada y en Mercurio, que se encuentra muy cerca del Sol y donde la marea debía ser mucho más fuerte, no se observa ninguna rotación; el planeta muestra siempre la misma faz hacia el Sol, su rotación coincide con su revolución al rededor del astro central, como lo hace también la Luna con respecto a la Tierra, y los satélites con respecto a sus planetas.

Cuanto más pequeña es la masa de un cuerpo, más pronto pierde su energía y más pronto termina su rotación; por ésto los planetoides no tienen rotación, como lo decimos en el capítulo relativo a ellos.

Esta teoría fué comprobada matemáticamente por Darwin, Pickering y Poincaré con respecto a la Luna, aunque basándose en consideraciones algo diferentes.

Vemos que el eje de rotación de los planetas no es perpendicular al plano de la órbita, como lo debía ser según los cálculos matemáticos. Este hecho se explica si suponemos que el anillo, al romperse, tuvo otra inclinación.

Así, por ejemplo, el eje de rotación de la Tierra tiene una inclinación de 23,5 grados sobre la perpendicular al plano de la eclíptica.

Si suponemos que el plano del anillo tuvo originalmente una inclinación de 23.5 grados sobre la eclíptiea acual, el eje de rotación de la Tierra será perpendicular a este plano.

La atracción mutua de los planetas trató de inclinar el plano de la

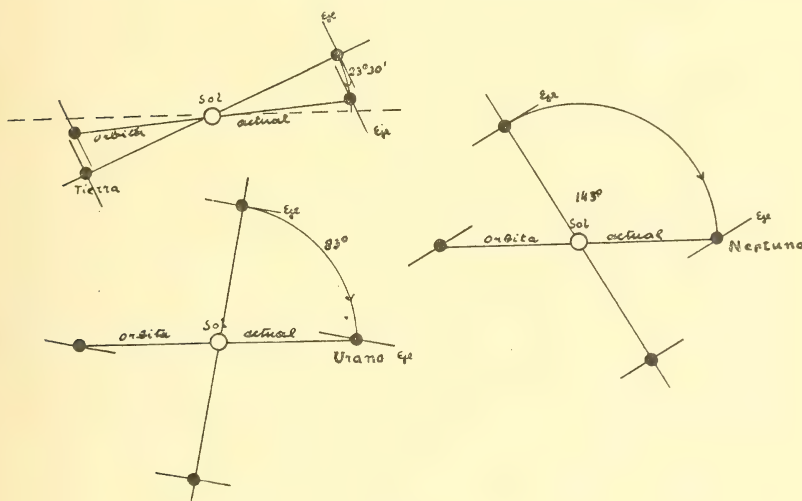


Fig. 2

órbita hasta llegar cerca del plano común y así el eje de rotación de la Tierra, que conserva siempre su dirección primitiva, según las leyes físicas que rigen para los giroscopos, se encuentra actualmente inclinado y cediendo a la atracción del Sol describe los movimientos llamados precesión y nutación.

Es notable que el eje de Júpiter, el planeta más grande, está situado casi perpendicular al plano de su órbita, y ésto se debe a que este planeta sufrió en menor grado la influencia de la atracción de los demás planetas por ser el más grande, y, por tanto, los demás planetas alteraban la inclinación de sus órbitas hasta aproximarse a la de Júpiter (fig. 2).

Esta mi teoría permite también explicar los fenómenos de los movimientos retrógrados.

La órbita de Urano era antes casi perpendicular a la actual y por lo tanto el eje de rotación de este planeta, que conservó siempre su dirección, se encuentra actualmente en el mismo plano de la órbita, es decir, rueda sobre ella.

Urano sufrió una alteración de su plano de revolución aun más grande y fué volcado en un ángulo de 143 grados; por esto su rotación es contraria al sentido de rotación de los demás planetas y sus satélites tienen, todos, un movimiento retrógrado.

VIII

LOS SATÉLITES

Las mismas leyes que rigen para los planetas, rigen también para sus satélites con relación a sus planetas.

La revolución de los mismos al rededor de sus planetas, se expresa por la fórmula $v\sqrt{r} = a$.

La constante a se mantiene constante para el mismo planeta en sus diferentes satélites; pero varía de un planeta a otro por la diferente atracción que ejerce, debido a la diferencia de sus masas.

Así, por ejemplo, para los satélites de Júpiter tenemos :

Satélites	Distancia del satélite al planeta	Distancia Tierra-Sol igual 1	Velocidad kilómetros	$v\sqrt{r}$
I	421.000 km	1/353	17.3	0.93
III........	1.070.000	1/124	10.1	0.93
VI........	11.452.000	1/13	3.3	0.92
IX........	24.916.000	1/5.9	2.25	0.92

También los planetas están rodeados de corrientes electromagnéticas, como el Sol, y en ellos se concentró la materia con la que se formaron sus satélites. Saturno está rodeado de un sistema de anillos, que es el resto de un sistema mucho más extenso y ha quedado por el gran equilibrio en que se encuentra.

Como lo hemos visto, a propósito de los planetas, el cuerpo más pequeño sufre la influencia del más grande, y si el uno es mucho más pequeño que el otro, la rotación del pequeño se retarda hasta cesar completamente, como sucedió con la Luna. Este estado fué alcanzado

por todos los satélites porque sus masas en relación a la de los planetas son muy pequeñas.

También el movimiento retrógrado de los últimos satelites de Júpiter y Saturno puede explicarse por la inclinación de su órbita, como lo hemos dicho a propósito de los planetas. Raro es que solamente los satélites exteriores de estos planetas tienen un movimiento retrógrado, como lo tienen también los planetas exteriores, Urano y Neptuno.

La atracción del Sol en los planetas y del planeta en los satélites en tales distancias es ya muy débil y lo mismo sucede con la velocidad de revolución de los planetas. Por lo tanto, la fuerza viva de los mismos es pequeña, de modo que no ofrecen mucha resistencia a un cambio en la inclinación de su órbita. La velocidad de rotación al rededor de su eje es al contrario, muy grande, y, por lo tanto, mantiene la dirección del mismo, aunque la inclinación de la órbita haya variado.

Ahora nos ocuparemos más detalladamente de la Luna, como ejemplo de un satélite, ya que conocemos muy poco sobre los satélites de los demás planetas.

La masa de la Luna es pequeña y también su atracción. Una velocidad de 2370 metros sobre su superficie es suficiente para que un cuerpo se aleje definitivamente de ella y salga describiendo una órbita parabólica al espacio, donde sufrirá la atracción de la Tierra. Esta velocidad parabólica depende de la masa del planeta o cuerpo celeste y se calcula para la Tierra en 11.180 metros por segundo y para Júpiter, por ejemplo, en 60.490 metros, mientras que para el Sol sería de 613.000 metros por segundo.

La teoría cinética de los gases nos enseña que las moléculas del hidrógeno para una temperatura de 0° C y una presión de 760 milímetros de mercurio, alcanzan una velocidad media de 1800 metros por segundo y el nitrógeno y el oxígeno tienen 461 y 493 metros por segundo, respectivamente. La temperatura sobre el lado expuesto a los rayos solares es de 100° C, aproximadamente, y como la velocidad de las moléculas aumenta proporcionalmente a la segunda potencia de la temperatura absoluta, la velocidad en esta parte de la Luna será de $1800 \times \frac{373 \times 373}{273 \times 273} = 3200$ metros por segundo, es decir, sobrepasaría la velocidad parabólica y el gas se alejaría definitivamente de la Luna. Por esta razón la Luna no tiene atmósfera, pues ella se habrá alejado hace mucho tiempo.

Sobre la Tierra, según mis observaciones en los Andes, la temperatura de la atmósfera expuesta a los rayos del Sol tropical no excede de 50°C y la velocidad de las moléculas del hidrógeno es de 2600 metros por segundo, es decir, muy por debajo de la velocidad parabólica (Scheiner da en su *Astrophysik* una explicación algo diferente, pero llega a la misma conclusión.) No solamente la atmósfera, sino también partes de la materia de la corteza del planeta escapan al universo, tanto por la desintegración radioactiva de la materia como por la emisión de rayos catódicos, cosa que hemos explicado al principio. La energía liberada por esta desintegración de la materia se convierte en calor y en energía de rotación y traslación; una parte se convierte en aquellas energías y fuerzas aún desconocidas que producen los fenómenos electromagnéticos y la vida.

Las capas exteriores de la atmósfera están formadas por el hidrógeno y el helio, ambos gases muy sencillos, de los cuales el helio es comprobadamente el producto final de la desintegración radioactiva, mientras que el hidrógeno es, probablemente, un producto semejante, aunque hasta la fecha no se haya podido comprobar. El hidrógeno es, quizá, el producto final de la descomposición del helio. Estas altas capas protegen a las capas inferiores de las atmósferas formadas por el oxígeno y nitrógeno tan necesarios para la vida.

Un cuerpo celeste perderá tanto más fácilmente su atmósfera, cuanto más pequeña sea su masa. Como la energía, también la atmósfera se pierde más fácilmente si el diámetro o la masa de un cuerpo es pequeña en relación a su superficie.

A muchas teorías han dado lugar los llamados cráteres de la Luna. Cierto que algunos de ellos pueden ser verdaderos cráteres, causados por erupciones volcánicas o mejor por una desgasificación, como sucede en las escorias, cuya materia fué proyectada con mucha violencia. Como una velocidad de 2370 metros por segundo hace salir el cuerpo proyectado al universo, es muy probable que algunos meteoritos tengan su origen en erupciones volcánicas de la Luna o de otros satélites. (Como se sabe los productos de erupción volcánica, por ejemplo del Krakatao tuvieron velocidades superiores a 2370 metros por segundo).

Varios de los llamados cráteres de la Luna pueden explicarse por la teoría de Wegener, según la cual meteoros habrían caído sobre la Luna, produciendo al hacer blanco estos cráteres. Verdad que en la Tierra se ha podido comprobar un fenómeno semejante en un solo lugar, el cráter en el cañon Diabla en Arizona, cuya profundidad es de

190 metros y su diámetro de 3400 metros. En su fondo se encontraron fragmentos de un meteoro de hierro.

Para explicar los grandes cráteres que tienen a veces diámetros de algunos cientos de kilómetros, es necesario recurrir a otra teoría, enunciada por Zehnder y Ebert y que los explica como originados por una marea del interior que abultó primeramente la delgada corteza, hasta que la rompió en una parte y las rocas en fusión se esparcieron sobre la superficie, para cuando terminó la marea, retirarse por la abertura, dejando únicamente en su periferia una parte de su masa solidificada. Esto explicaría también las grandes grietas que se observan sobre la superficie de la Luna y que se extienden radialmente de los cráteres.

Existen sobre la Luna también fallas, pliegues y otras manifestaciones de la dinámica terrestre, como también pequeñas manifestaciones volcánicas que han sido observados por varios astrónomos; pero ellos son los últimos restos de las energías gastadas y se puede considerar la Luna como un cuerpo muy próximo a la muerte, como lo serán probablemente todos los satélites de los planetas.

Respecto a las alteraciones que algunos observadores notaron en ciertas montañas de la Luna, es de advertir que ellos son debidos al cambio de temperatura entre la noche y el día, que debe ser aproximadamente unos 300° C, diferencia de temperatura que fácilmente destruye las rocas por la contracción y dilatación continua.

IX

LUZ Y GRAVITACIÓN

Sabemos que los rayos luminosos se propagan con una velocidad de 300.000 kilómetros por segundo, que es la velocidad más grande que conocemos.

Respecto a la teoría de la luz podemos decir que existen tres teorías diferentes.

La teoría de Newton es considerada como la más antigua, pero parece ser la más probable, y si no tuvo exito, es porque Newton ignoraba la existencia de los electrones.

La teoría de Huyghens está llena de contradicciones y la teoría electromagnética de Maxwell no nos satisface y necesita para su ex-

plicación del éter hipotético cuyas propiedades contradicen a las leyes físicas.

Einstein rechazó el éter; prescindiremos de él como de una cosa anticuada que obsesionó durante demasiado tiempo los espíritus de los sabios.

Los rayos de luz tienen muy probablemente su origen en ondulaciones de los electrones que se mueven en trayectorias helicoidales.

Sabemos que los rayos catódicos son ondulaciones de los electrones negativos y que ellos se propagan con una velocidad que alcanza hasta el 95 por ciento de la velocidad de la luz.

Si los rayos luminosos son ocasionados por las ondulaciones de los electrones, y su trayectoria es helicoidal, entonces la longitud de cada paso de la helicoide es una longitud de onda, mientras que el diámetro de la helicoide debe tener cierta relación con la longitud de onda, y, según mi cálculo debe tener un valor igual a la sexta parte de la longitud de la onda.

Esta teoría explicaría también el fenómeno de la polarización parcial por reflexión y la polarización total, como la polarización rotativa. El movimiento helicoidal de los electrones al ser reflejado disminuye el diámetro paralelo al plano de llegada, mientras que el diámetro paralelo a la superficie reflectora mantiene su valor en el rayo ordinario; en el rayo extraordinario es el diámetro paralelo a la superficie reflectora que se acorta de modo que la sección a través de la helicoide no es un círculo sino una elipse más o menos alargada según sea la polarización perfecta o parcial. Si la polarización es total, las ondas se moverán en un plano y la elipse se habrá transformado en una línea, su pequeño diámetro se habrá reducido a cero.

Los rayos de luz ejercen cierta presión sobre los cuerpos expuestos a ellos. Dicha presión fué calculada por Maxwell, Arrhenius, Bartoli, Lebedeff y otros y también comprobada por medio de experimentos. La atracción de un cuerpo obscuro es más grande que la de un cuerpo luminoso, pues en él interviene la presión de la luz y de los rayos invisibles que emanan del mismo.

El valor de la presión de la luz sobre la tierra es aproximadamente la tres milésima parte de la atracción. Tanto la atracción como la luz disminuyen proporcionalmente a la segunda potencia de la distancia, pero como para la atracción debe calcularse la distancia desde el centro del Sol y para la luz desde la superficie del Sol, resulta que cerca la superficie del Sol la presión de la luz es, según los cálculos de Lebedeff, 1700 veces más grande que la atracción.

Sería interesante calcular la influencia de esta presión de la luz, sobre el cambio del perihelio de Mercurio en relación a la teoría de Einstein.

Al contemplar la presión de la luz, llegamos a otro resultado interesante. La presión de la luz es proporcional a la superficie que ofrece un cuerpo a los rayos mientras que la atracción es proporcional a la masa de este cuerpo. Si consideramos como cuerpo una esfera de densidad 1, vemos que la presión de la luz es proporcional a la segunda potencia del diámetro, mientras que la atracción es proporcional a su tercera potencia.

Si observamos esferas cuyos diámetros son 10,1, 0,1, comprobamos que la presión de la luz se comporta como 100, 1 y 0,01.

La atracción, por su parte, adquiere los valores 1000, 1, 0,001. Vemos, entonces, que la atracción disminuye mucho más rápidamente con el diámetro que la presión de la luz y llegaremos a algún diámetro en que la presión de la luz será igual a la atracción y aun superará a la misma. En la distancia de la Tierra al Sol la presión de la luz es de 0.4 miligramos por metro cuadrado, siendo la superficie negra, y el doble si es un espejo.

En el caso de que el diámetro de nuestra esfera llegue a 0.0015 milímetros la presión llega a su máximo si el diámetro de la esfera alcanza a una tercera parte de la longitud de onda del rayo luminoso. Este máximo es igual a 18 veces la atracción.

Pero ésta no es la única deducción: la atracción es proporcional a la masa, como hemos dicho, y la presión de la luz es proporcional a la superficie de un cuerpo. Entonces la presión de la luz será más grande sobre un cuerpo de menor densidad, que ofrece una gran superficie y llegaremos a un límite en que la densidad de un cuerpo es tan pequeña que la presión de la luz será igual a la atracción y aún disminuyendo la densidad la presión de la luz superará a la atracción. Este es el caso de las colas de los cometas, cuya densidad es tan pequeña que la presión de la luz es más grande que la atracción y por esto son rechazados del Sol, mientras que la cabeza del cometa, cuya densidad es mucho más grande, es atraída por el Sol.

Esto explica también los tres tipos de colas de cometas.

Llegamos a la comprobación de que la masa del Sol ha sido calculada demasiado pequeña si no se ha tomado en cuenta la diminución de la gravitación por la presión de la luz.

Consideremos por un momento la densidad de la materia en el cosmos. Sabemos que un centímetro cúbico de gas contiene aproximadamente $2{,}8 \times 10^{19}$ moléculas a una temperatura de 0°C y una presión

de 760 milímetros de mercurio. Si la presión baja a la mitad, el número de moléculas en el centímetro cúbico de gas es la mitad.

El vacío más bajo que podemos producir hoy día es de 0,000.000.1 milímetros de mercurio y cada centímetro cúbico de gas contiene aún 3.500.000.000 moléculas. El peso específico de hidrógeno en estas condiciones es de 0,000.000.000.000.14 si el del agua es igual a 1.

Pero ésta no es la densidad del universo, ella es mucho más baja, y por nuestra parte podemos admitir que no habrá más de una molécula por centímetro cúbico, lo que correspondería a una densidad de 0,000.000.000.000.000.000.04.

Si repartimos toda la materia que forma el Sol, los planetas, sus trabantes y los meteoritos y cometas en una esfera cuyo diámetro alcance a la mitad de la distancia a la estrella más próxima, o sea 4,3 años de luz, llegamos a una densidad de 0,000.000.000.000.000.000.000.04 lo que sería el mínimum de la densidad en el sistema de la vía láctea, aunque puede haber partes en que la densidad sea aún menor.

Un vacío absoluto no existe en el universo.

¿Qué es la gravitación?

No podemos concebirla como una fuerza siempre presente y que ejerce su influencia inmediatamente. Tenemos que admitir que ella se propaga con la velocidad de la luz. No nos es posible realizar algún experimento para determinar su velocidad, pues no conocemos ningún cuerpo que impida su paso como sucede con los rayos de luz.

La única explicación de la gravedad es la que se refiere a los choques de los electrones, que se mueven en el universo en trayectorias helicoidales, en todas direcciones.

Si un cuerpo celeste se encontrara solo en el universo los choques de los electrones lo mantendrían en equilibrio y únicamente tendrían a aumentar su densidad.

En el momento en que tengamos otro cuerpo más, éste servirá al primero como una pantalla que lo protege en cierta dirección de los choques de aquellos electrones que se mueven en dirección del primero hacia el segundo y viceversa.

Una parte de los alectrones atraviesa al cuerpo y este número de electrones es inversamente proporcional a la masa del cuerpo.

Entre los dos cuerpos se producirá una falta, una deficiencia de choques de electrones y ambos cuerpos serán empujados uno hacia el otro en la misma proporción de sus masas y en proporción inversa a la segunda potencia de su distancia.

De estos hechos podemos deducir perfectamente las leyes de Newton; únicamente que calcularíamos las masas de los cuerpos luminosos demasiado pequeñas, en relación a los cuerpos obscuros. En un cuerpo luminoso la atración sufriría una diminución igual a la presión de la luz o de los rayos emitidos por este cuerpo.

Sabemos también que cada cuerpo emite rayos debido a la desintegración de sus átomos, por ésto cada cuerpo producirá cierta presión por sus rayos, pero esta presión será muy pequeña en comparación a la presión de los cuerpos luminosos.

La luz es únicamente un caso especial de la energía radiante y demuestra que este cuerpo luminoso produce mucha más energía que otro cuerpo obscuro.

Por esto producen aquellos cuerpos celestes que se encuentran en un período de gran radioactividad, como las estrellas al formarse de las nebulosas, mucha luz: las vemos blancas. Entre los rayos de energía radiante emitidos por los astros se encuentran también los rayos Ultra X descubiertos en los últimos años por Kolhërster Milligan y comprobados por Myssowsky y Tuwim, de los cuales hablaremos al tratar de las nebulosas.

Si calculamos la energía total emitida por los rayos solares, llegamos a 5×10^{33} Erg.

De esta energía recibe solamente la Tierra la dos mil millonésima parte o sea $2,5 \times 10^{24}$ Erg.

La energía total y calor desarrollado por la Tierra en su rotación es de 26×10^{36} Erg, y de esto se recibe del Sol únicamente una infinita parte.

El resto, lo produce la Tierra misma por su desintegración radioactiva. Cada gramo de radio produce al desintegrarse $3,7 \times 10^{9}$ calorías-gramos o 16×10^{16} Erg, es decir cada gramo de radio produce por segundo 5×10^{5} Erg.

Struth publicó sus resultados en la *Proc. Royal Society,* serie A, tomo LXXVII, 1906, sobre el cálculo del calor necesario para reemplazar las pérdidas de calor sufridas por la Tierra, y llega a la conclusión de que $6,175 \times 10^{-6}$ gramos de radio por metro cúbico sería suficiente para producir el calor necesario para contrarrestar las pérdidas. Las rocas contienen mucho más radio, cuya energía se consume en la producción de las perturbaciones magnéticas, etc., rotación y traslación de la Tierra.

Como las pérdidas de velocidad de translación por la órbita son insignificantes, ésta no se modificará sensiblemente. Más influencia sufre la rotación por las mareas producidas y por esta este razón movimiento es el primero en cesar.

X

LA MATERIA PRIMITIVA DEL UNIVERSO

Como decimos en el capítulo anterior, el universo debe estar lleno de materia, que consiste de las partículas más pequeñas que puedan existir. Hasta la fecha conocemos como partículas más pequeñas a los electrones, que son también los vehículos de la luz, de la gravitación, etc.

La temperatura que rige en el universo es de —273°C y en ella no pueden verificarse reacciones químicas. Por lo tanto, las únicas agrupaciones que pueden formarse son, al principio, los átomos sencillos, como los de hidrógeno y helio.

Los electrones se mueven, como hemos dicho, en trayectorias rectas en todas direcciones y por tanto, dos electrones podrán acercarse tanto que la atracción se haga lo suficientemente fuerte para que ellos giren uno en torno del otro. Se habrá formado el primer átomo.

El movimiento de los electrones en el átomo, describiendo sus órbitas, producirá un campo gravitatorio y atraerá más electrones que formarán más átomos. Como hemos dicho, un par de fuerzas produce un movimiento rotatorio y así se producirá un torbellino de electronos y átomos, que se extenderá paulatinamente y formará una nebulosa.

Con el tiempo esta nebulosa asumirá la forma de una nebulosa espiral, porque, debido a las leyes de Kepler, los átomos más cercanos al centro se moverán con mayores velocidades que los más lejanos. Pero los átomos se desintegran y volverá siempre nueva materia al universo.

Con la formación de planetas y otros cuerpos celestes habrán llegado al universo muchos cuerpos consistentes, desprendidos de planetas trabantes, o cometas y éstos se moverán, también, en órbitas elípticas hasta que sufren la atracción de algún cuerpo celeste y caerán sobre él.

Igualmente hemos visto que los cuerpos celestes pierden con el tiempo sus atmósferas, que también van a parar al universo.

XI

EVOLUCIÓN DEL UNIVERSO

Las nebulosas

En el capítulo anterior hemos considerado la materia que existe en el universo y que puede haber existido cuando empezaron a formarse los astros.

En el capítulo presente haremos algunas consideraciones sobre la evolución de los astros hasta llegar a su estado actual.

A la tarea se oponen grandes dificultades, porque las observaciones dieron muchas veces resultados contradictorios y deficientes, y porque con el empleo de instrumentos más perfectos se alteran a menudo las deducciones.

Al hablar de nebulosas, reunimos bajo un mismo nombre cinco cosas diferentes:

1ª Las nebulosas irregulares, como por ejemplo la nebulosa del Orión, que se encuentran dentro de la vía láctea y forman restos de la nebulosa primitiva de la que se formaron las estrellas comprendidas al sistema de la vía láctea. Estas nebulosas son compuestas de gases;

2ª Las nebulosas llamadas planetarias; son pequeñas esferas vistas como discos redondos que tienen en el centro una especie de núcleo o no, según su estado de evolución. Estos núcleos son estrellas en su primera etapa de evolución de la nebulosa;

3ª Las nebulosas en forma de anillos, que a veces se denominan también nebulosas planetarias, que son soles que están recién formando sus planetas;

4ª Las nebulosas espirales, que se encuentran fuera de la vía láctea y son otras tantas vías lácteas, compuestas de un sinnúmero de estrellas;

5ª Las aglomeraciones de estrellas, que con un poderoso telescopio se disuelven en estrellas amontonadas y no son otra cosa que núcleos en las espirales de las vías lácteas.

Las nebulosas irregulares parecen ser, como lo hemos dicho, restos de la nebulosa primitiva que formó la gran nebulosa espiral que lla-

mamos vía láctea. Ellas son íntimamente conectadas con las estrellas que rodean y parecen ser restos nebulosos que aún no se han condensado en estrellas. Las líneas espectroscópicas demuestran que son gases muy diluídos, especialmente hidrógeno y helio y otro gas desconocido que se ha llamado nebulio y cuyas características son tres líneas verdes de 5092 AE, 5007 AE y 4959 AE. 4363 AE, 3729 AE y 3726 AE (1 AE es igual a 0,000.001 milímetros).

Actualmente el autor está empeñado en hacer algunas investigaciones que podrían conducir a establecer el carácter químico del gas nebulio, que parece ser una mezcla de dos gases cuyos pesos atómicos son 2 y 3, que se clasifican entre el hidrógeno (1) y el helio (4).

Parece que el nebulium es muy parecido al coronium, otro gas hipotético cuya característica es una línea verde de 5303 AE.

Otra cuestión muy interesante es la de la temperatura de las nebulosas. Hasta la fecha se ha opinado debido a que la temperatura del universo es de —273° C, que también las nebulosas tendrían una temperatura parecida.

Según las leyes de la física, el movimiento de las moléculas debía cesar a esta temperatura, y por lo tanto el gas cesaría como tal.

Se han observado grandes velocidades en las nebulosas, lo que permite suponer que su temperatura debe ser bastante alta.

Si calculamos la temperatura de un gas cuya velocidad es de 1500 kilómetros por segundo, llegamos, según la fórmula

$$v = \sqrt{\frac{273 + t}{273s}} \qquad 273sv^2 = 273 + t,$$

a una temperatura de 15.000° C.

Si calculamos la temperatura según la ley de Plank y Wien sobre el máximo de energía de los rayos luminosos, llegamos a una temperatura aún más elevada.

$$t = 2900 : \lambda_r.$$

Podemos hacer otra deducción interesante: Según la fórmula de Plank sobre la emisión de energía radiante, la longitud de ondas de los rayos emitidos se relaciona con la temperatura del cuerpo emitente según la fórmula antes mencionada: $t = 2900 : \lambda$ (máximo).

Entonces podemos calcular la tabla siguiente:

Longitud de onda	Temperatura	
5800	— 500° C	Ultra rojo.
2900	1.000	
970	3.000	Visible.
580	5.000	
290	10.000	Ultra violeta.
145	20.000	
72	40.000	
36	80.000	
4	800.000	

A los rayos X cuya longitud de ondas es 0,3 μ correspondería una temperatura de 8.000.000° C y a los rayos super-X descubiertos últimamente, la temperatura correspondiente sería de 80.000.000 a 800.000.000°C lo que ya no podemos llamar más temperatura sino super-temperatura. Probablemente, dichas temperaturas que ya no podemos imaginar, se traducirán en una gran actividad de desintegración atómica y aplicando el mismo cálculo a las nebulosas de las cuales provienen seguramente los rayos super-X que nos llegan del universo, tendríamos que admitir, que ellas son los cuerpos celestes más calientes en los que la desintegración atómica como la formación de átomos alcanza su máximo.

Esto parece también confirmarse con la teoría anunciada, de que las nebulosas son la primera etapa de evolución de las estrellas, y que su temperatura y energía es sumamente grande, lo que explicaría también las grandes velocidades observadas en ellas.

También vemos que a medida que aumenta la temperatura, un cuerpo pasa de obscuro a rojo y de rojo a amarillo, luego a blanco y azul para después de cierto límite parecernos otra vez obscuro, porque nuestro ojo ya no es sensible y no percibe los rayos emitidos por él, pues la longitud de ondas emitidas está debajo un límite de visibilidad.

Pero existe también otra relación y habrá que modificar la ecuación de Plank, pues parece que la relación entre la temperatura y la longitud de onda de los rayos emitidos no es una función aritmética sino una progresión geométrica y que la longitud de ondas es invariablemente proporcional al cuadrado de la temperatura. La ley de Plank, rige solamente para una pequeña parte de la curva.

Fabry y Buisson calcularon la temperatura de las nebulosas en 15.000° C, según sus observaciones.

Entonces la temperatura de las nebulosas sería muy aproximada a

la de las estrellas del tipo Wolff-Rayet y su evolución de las nebulosas no ofrecería las dificultades que vieron los observadores adictos a la opinión de que las nebulosas eran frías.

En estas nebulosas podemos ver la materia de la cual evolucionan las estrellas, por intermedio de las nebulosas planetarias.

Entre las nebulosas planetarias, podemos distinguir aquellas que aún no tienen núcleo, sino que se ofrecen al anteojo en forma de un pequeño disco luminoso, y su temperatura, aunque no se ha efectuado ninguna observación al respecto, puede suponerse como de la misma magnitud que de las nebulosas irregulares (20.000° C).

Estas nebulosas planetarias ofrecen todas las etapas hasta las estrellas del tipo Wolff-Rayet, y obsérvanse algunas que tienen ya una especie de débil núcleo, otras que lo tienen ya más marcado y nebulosas planetarias que ya tienen una estrella en su centro.

Finalmente llegamos a las estrellas del tipo Wolff-Rayet, donde la estrella en el centro es más pronunciada y la masa nebulosa que la rodea se ha resumido algo.

También ellas muestran en las líneas espectrales de los gases hidrógeno, helio y a veces nebulio, pero también otra substancia más densa.

Esta condensación de las nebulosas se efectúa de tal modo, que el centro se condensa, es decir, se forman átomos más complicados que se desintegran en parte y producen, por las energías liberadas, el calor que les hace irradiar la luz blanca característica.

El tipo Wolff-Rayet de estrellas que están aún en el principio de su evolución es el más caliente, después, a medida que se forman elementos más constantes.

En el ciclo se encontraron también una cantidad de nebulosas obscuras, que aún no habían llegado al estado de luminosidad; probablemente su temperatura es muy baja. Tal nebulosa es, por ejemplo, la nebulosa obscura del Orión. Pero el asunto aún no está suficientemente estudiado para poder emitir un juicio.

Las estrellas

Como lo hemos dicho, existe una completa serie de transiciones entre las nebulosas planetarias y las estrellas del tipo Wolff-Rayet, que pertenecen a la clase espectral de Pickering, denominada O.

Las estrellas del tipo Wolff-Rayet tienen luz blanca y su espectro

muestra las líneas del hidrógeno y helio; ellas constituyen una transición al tipo B de Pickering, o al tipo I de Vogel.

Las estrellas mencionadas tienen, aproximadamente, 40 hasta 50 veces el volumen del Sol, su espectro es un espectro de líneas y contiene, aparte de las líneas del hidrógeno y helio, dos rayas anchas y claras, una de 4686 AE en el azul y la otra de 5813 AE en el amarillo, cuya procedencia aún no se conoce. Hasta la fecha se conocen aproximadamente unas 100 estrellas de este tipo, y están todas situadas en la vía láctea y solamente una, Argus, puede ser vista sin anteojo. Su temperatura se estima entre 20.000 y 25.000° C.

Por medio de un tipo que se denomina tipo Oc5B, estas estrellas se convierten en las estrellas del tipo B, de Pickering, que representa una evolución más adelantada.

Tipo B. — Las estrellas de este tipo tienen una luz blanca o azulclara, su temperatura se estima en 10.000° C., y sus espectros muestran las líneas del hidrógeno y helio, pero existen aún líneas de otros elementos de poco peso atómico, como calcio, magnesio, oxígeno silicio y nitrógeno.

Estas estrellas se confunden con las del próximo tipo. (Ejemplo Pléyades.)

Tipo A. — Estas estrellas muestran aún fuertes líneas del hidrógeno, pero casi ninguna del helio. Aparte de ellas se ven líneas de otros elementos y más que las estrellas se aproximan al tipo F, más abundan las líneas de sodio, silicio, magnesio, hierro, titano, vanadio, cromo y escandio. Las líneas del hidrógeno son aún las más fuertes.

Por varios tipos que se denominan con B1, B2, B3, etc., hasta B9, estas estrellas se convierten en el tipo F de Pickering. (Ejemplo Sirio, Vega.)

Tipo F. — Las líneas del hidrógeno son menos fuertes, y las líneas del calcio preponderan más, sobre todo las de 3934 AE y 3970 AE. Su temperatura se estima en 7000° C. Esta clase de estrellas se reparte en una angosta zona al rededor de la vía láctea, mientras que las estrellas de las clases anteriores se encuentran en la vía láctea misma. (Ejemplo α Argus.)

Tipo G. — Este tipo de estrellas entra ya en la clase II de Vogel y son de una luz amarilla como el Sol, que es uno de sus representantes. Las líneas del hidrógeno son menos pronunciadas, para ceder a las líneas del calcio especialmente de 3970, 3934, 4310 AE. Su temperatura se calcula en 6000° C. Su densidad es ya más grande entre 1 y 1,5 (el agua tomada como unidad). (Ejemplo Sol, Capella.)

En esta clase espectral se ve una diferenciación en gigantes y normales. Los gigantes son 100 hasta 1000 veces más grandes que el sol y se explica esto con que ellos tienen una densidad mucho menor y una envolvente de gas mucho más poderosa. Así, por ejemplo, se calcula la densidad de W Crucis en 0,005, siendo la del agua igual a 1.

El espectro de estas estrellas es parecido o igual al del Sol. Vemos una evolución ininterrumpida que nos lleva a las estrellas del tipo próximo.

Tipo K. — A este tipo pertenece, por ejemplo, Arcturus. Se encuentran líneas espectrales de combinaciones químicas, como el óxido de titanio, que se encuentra también en las manchas solares, cuyo espectro tiene mucha semejanza con el de la clase K. Esto comprobaría la evolución ininterrumpida de estos tipos de estrellas, pues las manchas del Sol son también productos más fríos. Su temperatura se calcula en 4000° C.

Una conexión sin interrupción nos conduce a la clase M.

Tipo M. — Este tipo pertenece ya a la clase III de Vogel. Su espectro muestra líneas y fajas de combinaciones químicas, como óxido de titanio e hidrocarburos. Su temperatura es aproximadamente 3000°C.

La luz emitida es roja. Estas estrellas son las más evolucionadas, que han perdido más energía y están próximas a su fin. Luego se moverán en el firmamento como estrellas obscuras e invisibles. (Ejemplo Betelzence, Antares.)

Desde la clase G y aun desde la clase F la evolución de las estrellas recorre tres caminos diferentes, que se pueden exponer esquemáticamente como sigue :

nebulosa → nebulosa planetaria → O → B → A → F
- → R → N — especial
- → K → M — normal
- → K → M — gigantes

El astrónomo Russel opina que la evolución se efectúa del modo siguiente, y cree que las estrellas gigantescas son los antecesores de la clase B :

M — K — G — F — A — B — A — F — G — K — M
(gigantes) (normales)
B | O Wolft-Rayet.
G \ — R — N

Contra esta teoría se puede oponer que las estrellas de los tipos K y M tienen átomos demasiado complicados para colocarlas al principio. La primera agrupación de electrones en gases sencillos como hi-

drógeno y helio, parecido a las nebulosas tiene que corresponder al principio de la evolución de las estrellas. Estas estrellas tienen que tener espectros de gases como las tienen las estrellas del tipo O es decir Wolff-Rayet y a través de los otros tipos, como lo hemos visto enfriándose siempre más por la paulatina pérdida de energía.

Las estrellas de los diferentes tipos se reparten del modo siguiente :

Al tipo O pertenecen aproximadamente unas 100 estrellas y ellas se encuentran casi exclusivamente en la región de la vía láctea y a gran distancia de nosotros.

A las clases B, A y F pertenece el 62 por ciento de las estrellas conocidas. Las clases B y A demuestran indudable preferencia para la vía láctea y se encuentran en una zona cerca de ella. Ellas están más cerca de nosotros. A los tipos G y K pertenecen el 37 por ciento de las estrellas. Al tipo M pertenece únicamente un medio por ciento y a los tipos R y N únicamente un cuarto por ciento. Las estrellas de los tipos F, G, K y M se encuentran diseminadas sobre todo el cielo.

A las estrellas del tipo N pertenecen unas 270 estrellas, su gran luz es casi exclusivamente inferior al tamaño 5, sus espectros se caracterizan por anchas fajas que pertenecen a hidrocarburos y otros elementos pesados, además se conoce una cantidad de líneas cuyo origen es aún desconocido : se cree que provienen de gases incandescentes que ocupan gran parte de la espesa atmósfera.

El tipo R constituye la transición entre el K y el tipo N; de este tipo se conocen unas 70 estrellas.

Las estrellas del tipo Wolff-Rayet se componen casi exclusivamente de gases con un núcleo muy pequeño. Sus atmósferas, en las cuales el hidrógeno y el helio forman la parte principal, se rigen por las leyes expuestas en el capítulo que trata de los planetas.

En las estrellas gigantescas tenemos que suponer que en el centro se forman elementos más pesados, pero que ellos no llegan a condensarse, sino perduran en la atmósfera, lo que hace que estas estrellas estén completamente formadas de gases sin tener un núcleo muy denso como lo tienen las estrellas normales y el Sol. El núcleo interior tiene quizá aún una temperatura elevada, pero la atmósfera se ha enfriado de tal modo que en ella pueden subsistir combinaciones químicas como el óxido de titanio y los hidrocarburos.

Por lo tanto, la densidad de estas estrellas debe ser muy pequeña, como se ha comprobado también con motivo de estrellas dobles de este tipo, cuyas masas se ha podido calcular. Una estrella cuya masa fuera 1000 veces más grande que la del Sol, tendría que producir

tan grandes perturbaciones que la estabilidad del universo sería un peligro. Así, por ejemplo, se ha podido observar la estrella W crucis, cuya densidad media es menor que la de la atmósfera, es decir, 0,0012, lo que hace muy probable la hipótesis de que se componen casi completamente de gases.

Si ampliamos la tabla dada al tratar de los planetas y suponemos un núcleo interior de una densidad de 5,5 y una atmósfera de una densidad media de 0,0001 obtenemos densidades y volúmenes de estrellas como sigue :

Núcleo denso por ciento de volumen	Atmósfera por ciento de volumen	Volumen total de la estrella si el núcleo tiene el volumen 1	Densidad media
10.0	90.0	10	0.55
5.0	95.0	20	0.275
1.0	99.0	100	0.055
0.5	99.5	200	0.0275
0.1	99.9	1.000	0.0055
0.05	99.95	1.000	0.00275
0.01	99.99	10.000	0.00055

Antes de terminar este capítulo nos ocuparemos de las estrellas variables, de las que conocemos diferentes clases.

1ª Las estrellas variables, en que se puede explicar las variaciones de su luz admitiendo manchas parecidas a las manchas solares, pero de mayor extensión, que cubren gran parte de la superficie luminosa de las estrellas. El espectro de dichas estrellas es parecido al espectro del tipo K y M. Ellas representan un estado más de una evolución más adelantada que la del Sol; cuyo lugar sería entre el tipo M y las estrellas completamente obscuras. Un ejemplo es la estrella;

2ª Las estrellas del tipo Antalgol, cuya periodicidad está casi usada por la revolución de dos estrellas al rededor del centro de gravedad del sistema, que a veces está formado de más de dos estrellas, de tres hasta siete;

3ª Las estrellas del tipo Algol, donde la periodicidad de la luz tiene su causa en la revolución de una estrella obscura al rededor de otra luminosa;

4ª Existen además otras estrellas periódicas y variables, cuya periodicidad no está sujeta a ninguna ley, y que aún no tiene ninguna explicación.

Las estrellas del tipo Algol se encuentran casi exclusivamente en la región de la vía láctea. A veces la distancia de las dos estrellas es

muy pequeña y no alcanza más que a dos veces el semidiámetro de la estrella grande. Entonces la rotación es muy rápida, según las leyes de Kepler. La estrella más pequeña es también más obscura, generalmente roja, mientras que la más grande es blanca; esto comprobaría también la ley que enunciamos sobre la pérdida más rápida de la energía en estrellas de pequeñas masas.

De las 80 estrellas dobles que pertenecen a este tipo y fueron estudiadas detenidamente, pertenecen 62 al tipo B y A, 10 al tipo F y 8 a los tipos G y K.

Vemos que la formación de los sistemas planetarios empieza ya cuando las estrellas se encuentran en su evolución en el tipo B, pues las estrellas dobles no son más que un caso especial de los sistemas planetarios que no vemos en el cielo porque los planetas estando delante de las estrellas, no producirían ninguna alteración en la luz de las mismas.

Las densidades calculadas de las estrellas dobles demuestran que el 75 por ciento de todas estas estrellas tiene una densidad entre 0.3 ó 0.03 (agua igual a 1). Muy pequeña es la densidad en las estrellas cuyos períodos son muy largos, es decir, cuya distancia de las estrellas principales son muy grandes, como en RZ Ophiuchos y C Aurigae. Existen también grupos con 3, 4, hasta 7 estrellas que forman la transición natural hacia los sistemas planetarios.

Finalmente mencionaremos también las «Novas», las llamadas estrellas nuevas, cuya luz repentina se debe a diferentes causas, generalmente a grandes erupciones, donde se rompe la delgada corteza que causó la obscuridad. Por esto etos fenómenos no son más que fenómenos locales, y por lo tanto de corta duración. No tienen ninguna importancia en la evolución de las estrellas. A lo más estos fenómenos nos muestran un abreviado resumen de la historia de la evolución.

Algunos astrónomos, como Seeliger, explican la aparición de las estrellas nuevas admitiendo que una estrella obscura entró en una nebulosa obscura, y en muchos casos esta explicación está muy próxima a la verdad. Así, por lo menos, lo hace suponer la velocidad con que se ilumina la nebulosa obscura que es la velocidad de la luz.

XII

MOVIMIENTO DE LAS ESTRELLAS Y VÍA LÁCTEA

Las observaciones espectroscópicas y las mediciones directas han permitido comprobar que existen estrellas que se mueven en la misma dirección que el Sol y otras que se mueven en sentido contrario. Algunas se mueven con grandes velocidades y otras con pequeñas. Las velocidades absolutas de las estrellas varían entre 12 y 1000 kilómetros por segundo.

Las estrellas forman grupos y cada grupo tiene su movimiento de revolución y rotación. Estos movimientos se efectúan según las leyes de Kepler. El Sol tiene una distancia media del centro de rotación y el diámetro de un grupo de estrellas es aproximadamente 100 años luz.

Una estrella que se mueve con más velocidad que el Sol, es decir, que se encuentra más cerca de centro del grupo, se acercará al Sol si él se encuentra detrás del mismo y se alejará del Sol si se encuentra delante de nosotros.

Una estrella que se mueve con menor velocidad que el Sol se alejará de nosotros si ella se encuentra detrás de la Tierra y se acercará si ella está delante del Sol.

Estas velocidades aparentes serán siempre pequeñas, es decir, probablemente no pasarán a 40 kilómetros por segundo.

Las estrellas que se acercan o alejan de nosotros con grandes velocidades son aquellas que se encuentran sobre el otro lado de sus órbitas y que están delante o detrás de nosotros.

Finalmente existen estrellas cuya velocidad radial es pequeña, pero cuya velocidad esférica es grande; son las estrellas que se encuentran frente a nosotros.

Las órbitas del Sol y de las demás estrellas al rededor del centro de gravedad del grupo de estrellas se aproximarán a elipses, pero sufren muchas perturbaciones.

Existe, además, otro movimiento que es la rotación de toda la vía láctea al rededor de su centro de gravedad; esta rotación se efectúa según observaciones en otras nebulosas espirales, en 100.00 años aproximadamente. El centro de gravedad está, más o menos, en el Cisne y el Sol tiene una distancia de aproximadamente 1000 años luz de él.

Aún nos faltan las observaciones para discutir estos movimientos y deducir qué parte de los movimientos observados corresponde a cada movimiento particular, pero a grandes rasgos podemos trazar el cuadro anterior.

XIII

LAS NEBULOSAS ESPIRALES

Aparte de las nebulosas irregulares y planetarias se encuentran sobre el cielo también las nebulosas espirales, de forma lenticular con dos espiras más o menos pronunciadas generalmente.

Vistos perpendicularmente al plano de las espiras, que no es exactamente un plano, porque dichas espiras forman curvas de tres dimensiones, se ve un núcleo más luminoso en el centro y las espiras están llenas de núcleos más luminosos que el resto.

Esta construcción corresponde a la de la vía láctea; al núcleo central corresponde en la vía láctea el grupo del Cisne; y a los núcleos de las espiras corresponden los grupos de estrellas dotados de revolución al rededor de su centro de gravedad respectivo.

Según las leyes de Kepler, la parte interior debe tener una rotación más rápida que la parte exterior y esto fué observado en realidad. Es también la causa de la forma espiral de la materia de las nebulosas.

También en la vía láctea las estrellas blancas, más lejanas del Sol, que forman la parte exterior de la vía láctea, tienen menor velocidad que las estrellas amarillas, como el Sol, que forman la parte media, y éstas tienen menor velocidad que las estrellas rojas que se encuentran en el centro.

De este modo se podría calcular la distancia del centro de la vía láctea, conociendo la velocidad de la estrella, pero actualmente observamos una velocidad relativa a la de nosotros y compuesta por dos movimientos; aún no es posible este cálculo.

Finalmente, existe un movimiento muy lento que se verifica desde la periferia de la nebulosa hacia el centro de la misma. Las líneas espectrales que muestran estas nebulosas son muy semejantes a aquellas de las estrellas y contienen solamente pocas y muy débiles líneas pertenecientes a nebulosas gaseosas. Esto comprobaría su composición por estrellas, como el sistema de la vía láctea.

Las nebulosas espirales se encuentran, como hemos dicho, fuera del sistema de la vía láctea, y si admitimos que el diámetro más largo de la vía láctea es 50.000 años luz, la distancia de las nebulosas espirales más próximas sería, suponiendo que su diámetro es semejante al de la vía láctea :

$$\text{Distancia en años luz} = \frac{180.000.000}{\delta}$$

δ = diámetro aparente de la nebulosa en minutos de arco.

La nebulosa de Andrómeda tiene un diámetro aparente de 180′, lo que da una distancia de 20 diámetros de la vía láctea ó 1.000.000 de años luz. Z. Wolff calculó la distancia en 33.000 años luz y Scheiner obtuvo 500.000 años luz para la misma.

Si suponemos que las estrellas están a distancias, una de otra, de 4 años luz aproximadamente y consideramos que con los anteojos más poderosos no se ha llegado a desplegar esta nebulosa en sus estrellas y que el límite de visualidad es aproximadamente 0.1 milímetros, es decir, que dos puntos deben tener una distancia mínima de 0.2 milímetros para que a la distancia de 25 centímetros del ojo podamos ver dos puntos y ellos no se confundan en uno, la distancia de la más próxima nebulosa espiral debe ser de 5.000.000 años luz, si el poder de aumento de los anteojos se calcula en 1000 diámetros. Esta distancia se reduciría para la nebulosa de Andrómeda, porque ya podemos distinguir en algunas partes las diferentes estrellas.

La otra nebulosa más próxima a nosotros sería la de los Lebreles y su diámetro aparente es de 10′, lo que significa 360 diámetros de la vía láctea de distancia o sea 18.000.000 de años luz.

Probablemente los diámetros de todas las nebulosas no son iguales sino que varían en la proporción de 1 a 10, por cuya razón dichos cálculos son sólo aproximados, pero nos dan siempre una idea de la constitución del universo.

Finalmente, expondemos un interesante cálculo sobre las dimensiones del universo.

Un cálculo del diámetro de los anillos de corrientes eléctricas que rodean el Sol da como resultado un diámetro exterior de 27.000.000.000 de kilómetros, y como Neptuno está a una distancia de 4.000.000.000 de kilómetros del Sol, deberían existir fuera de este planeta otros dos cuyas órbitas tendrían semidiámetros medios de 7.500.000.000 y 13.000.000.000 de kilómetros.

La estrella más próxima al Sol es próxima Centauris con una dis-

tancia de 4.1 años luz y α Centauris con 4.3 años luz o sea 4000 semidiámetros del sistema planetario.

Entonces llegamos a la tabla siguiente :

Semidiámetro del sistema planetario : 13×10^{14} centímetros;

Distancia de la estrella más próxima : $4,3 \times 10^{18}$ centímetros;

Semidiámetro de la vía láctea : 5×10^{22} centímetros;

Distancia de la próxima nebulosa espiral : 1×10^{24} centímetros;

Finalmente, daremos el semidiámetro del universo, según Einstein:

$$\frac{-1.08 \times 10^{26}}{d} \text{ centímetros;}$$

en la que d es la densidad de la materia en el universo.

Antes de terminar este capítulo haremos mención de los grupos de estrellas, cuyas observaciones espectroscópicas y heliográficas dieron por resultado distancias que hacen suponer que dichos grupos se encuentran fuera de la vía láctea. Puede ser que sea así o, más probable, que las suposiciones sobre la luz de las estrellas variables que contienen sean equivocadas y los cálculos de las distancias basados en ellas, también, erróneos.

XIV

EVOLUCIÓN DE LA TIERRA

Aunque la evolución de la Tierra pertenece ya a la geología, deseo decir algunas palabras sobre la misma, porque muchas de las cuestiones geológicas se relacionan íntimamente con las astronómicas.

Hemos dejado a la Tierra en el momento en que ella se movía en su órbita, como planeta, y se había creado su satélite, la Luna.

La condensación en el interior de la Tierra continuaba no tan activa y violenta como al principio cuando estaba en su juventud.

El escape de energía superaba a la producción y enfriábase el planeta paulatinamente, hasta cubrirse con una escoria. Esta escoria fué rota varias veces por las erupciones del interior. No debemos figurarnos el interior como una masa en fusión ó en estado gaseoso. En el centro se han formado átomos mucho más complicados que en la superficie y que solamente son constantes bajo la enorme presión que rige en el centro de la Tierra.

Las ciencias geológicas y sísmicas nos enseñan que la Tierra se compone de varias zonas concéntricas como sigue:

1ª El centro, muy denso (densidad 6 a 12), compuesto de metales, hierro, cromo, níquel, llamado por Suess zona de Nife. El semidiámetro de esta zona es de 3650 kilómetros;

2ª La capa mediana, compuesta de combinaciones químicas de cromo, hierro y niquel con silice y la zoña de Nife-Sima de Wegener, densidad 4 a 6, espesor 1400 kilómetros;

3ª La zona compuesta de silicatos de magnesia, la zona de Sima de Suess, densidad 3,8, espesor aproximadamente 1200 kilómetros;

4ª La zona exterior formada por las rocas que conocemos en la superficie y que fué llamada por Suess la zona Sal. Su densidad es de 2,8 y su espesor 120 kilómetros;

5ª La capa de agua de densidad 1 concentrada en las hondonadas;

6ª La atmósfera de oxígeno (21 °/₀) y Nitrogeno (79 °/₀) de una densidad de 0,001 cuya altura es de 10 a 50 kilómetros;

7ª La atmósfera compuesta principalmente de hidrógeno o quizá coronio, cuya densidad es menor de 0,00001 y cuya altura es de 700 a 900 kilómetros;

8ª Finalmente la capa de Geocoronio, inventada por Wegener, pero cuya existencia es muy poco probable.

Dichas zonas fueron establecidas por primera vez por Suess en su obra *Das Antlitz der Erde,* Viena 19, y aumentadas por Wegener, profesor de la Universidad de Viena, en *Permanenz der Oceane und Kontinente.*

Según mi teoría debiera modificarse el núcleo central de tal modo que no se componga de hierro, etc., sino de elementos con átomos muy complicados y por lo tanto muy pesados, más aún que el Uranio, que son estables únicamente bajo las enormes presiones, cuya desintegración libera enormes cantidades de energías y calor como lo hace el radio.

Parece algo ingenuo, suponer que el interior de la Tierra está formado por hierro, porque ella es magnética y porque el hierro se encuentra en los meteoros, que, como hemos dicho, son restos de cuerpos celestes de nuestro sistema planetario.

Más natural es que la densidad del núcleo de la Tierra aumente hasta aproximarse en el centro mismo a infinito. El término medio de la densidad de todo este núcleo es sensiblemente igual a 6, pero ésto no impide que vaya aumentando de 3 a un valor máximo, que en cada cuerpo celeste, llega a un valor tendiente a infinito, como

también la densidad total de un astro o planeta no impide que tenga una atmósfera cuya densidad es mucho menor que la total y un núcleo más denso cuya densidad es muy superior a la total. Únicamente la extensión, la cantidad de atmósfera en relación al núcleo denso varia de tal modo que el resultado de la densidad total.

Existe una discontinuidad de la masa de la Tierra, a 100 ó 120 kilómetros de profundidad comprobada por medio de las ondas que marcan los sismógrafos al registrar los terremotos, y que indica el límite inferior de las rocas como las vemos en la superficie de la Tierra. Probablemente el estado de la materia en las profundidades es diferente al de la superficie y de la zona de 120 kilómetros de profundided.

Merece mencionarse que actualmente se comprueba también cualquier discontinuidad en los estratos, yacimientos mineros, etc., por medio de ondas producidas por explosiones y registradas por sismógrafos.

Entonces si la presión disminuye debido a una tensión o falla en la superficie, cierta parte de los átomos complicados se desintegran y el calor producido con sus emanaciones sube por las grietas y funde las rocas inmediatamente bajo la superficie y éstas suben en forma de lava, se produce una erupción volcánica. Los átomos pesados producen probablemente gases como el hidrógeno, y el calor libera gases como el ácido carbónico de las rocas que lo contienen. Además tenemos que suponer que el carbono forma gran parte de la masa terrestre, como lo comprueban también las líneas espectrales de las estrellas rojas del tipo M y N y de los cometas. Se puede oponer a esta teoría la uniformidad de composición de las rocas volcánicas, pero ésta es más aparente que verdadera.

Contra la hipótesis de que una diminución de la presión aumenta la desintegración de los átomos, se puede argumentar que ningún cambio de temperatura o presión pudo hacer variar la velocidad de desintegración del radium, pero las presiones producidas en los laboratorios son insignificantes en comparación a las enormes presiones que existen en el interior de la Tierra las que alcanzan en el centro a 1.695.000 atmósferas y a una profundidad media entre la superficie y el centro a 1.200.000 atmósferas.

Por esto deben también descartarse, como hemos dicho, todos los cálculos que atribuyen al interior de la tierra una alta temperatura.

Finalmente diremos algunas palabras sobre la teoría de Wegener, es decir sobre el movimiento de los continentes.

Esta teoría se basa principalmente sobre el fenómeno de la isostasis, el equilibrio perfecto de la corteza terrestre en todas partes. La isostasis puede explicarse más fácil y más naturalmente con la antigua teoría de los plegamientos, sin recurrir al fantástico movimiento de los continentes.

Según Wegener, los continentes formados de la zona Sal flotan sobre o en la zona Sima, pero debido a la diferencia de densidad entre las zonas Sal y Sima que es de 2,8 y 3,8 respeetivamente, la diferencia entre los fondos de los mares, formados por la Sima y las superficie de los continentes, no debía ser de 10 kilómetros sino de unos 40.000 metros, según las leyes físicas sobre la flotación de las masas en los líquidos.

Un témpano de hielo emerge del agua por una décima parte de su altura total, las otras nueve décimas partes están submergidas porque la diferencia entre el peso específico del agua y del hielo es de 1 : 1,1.

Otro argumento contra la teoría de Wegener es la llamada isostasis, que puede explicarse por la antigua teoría de los plegamientos del modo siguiente : un plegamiento aumenta la materia en la parte plegada, se forman montañas cuyo peso ejerce una presión sobre las zonas inferiores y éstas se hunden, mientras que una falta de materia, un mar, disminuye la presión sobre las zonas inferiores y el núcleo pesado se hincha bajo este punto. Como el núcleo interior es mucho más denso que el exterior, sus abultamientos y hundimientos son mucho menos pronunciados que en la superficie. Así, por ejemplo, a un oceano cuya profundidad es de 5000 metros, correspondería, tomando en cuenta el peso del agua que lo forma, un abultamiento de 1500 metros que no es más que la dos milésimas partes del radio del núcleo. Un hundimiento en una parte del globo corresponde un levantamiento en otra parte del mismo y a la formación de los Andes y de los Alpes, por ejemplo, corresponden el hundimiento de grandes partes del océano Atlántico.

Esta teoría permite también explicar las grandes regiones de perturbaciones sísmicas que se encuentran en toda la costa pacífica de América y del Japón, debido a que los hundimientos de las partes costaneras del Pacífico con sus enormes profundidades produjo un desequilibrio y la costa tiende a levantarse, lo que produce los terremotos. También el levantamiento de la costa y del interior de la península escandinavia se puede explicar fácilmente por los ventisqueros que cubrían la península y aumentaron la masa de la misma, lo

que produjo un hundimiento en el núcleo interior. Ahora que la mayor parte de los ventisqueros ha desaparecido, la masa es menor y el hundimiento en el núcleo tiende a desaparecer, levantándose también la corteza (fig. 3).

Otro argumento contra la teoría de Wegener es la explicación de la época glacial. La unión de los continentes en el sur, es decir de Sud América, África y las regiones polares durante el Diluvio es muy ingeniosa, pero es muy improbable que esas grandes masas continentales hayan podido realizar tan grandes movimientos en un espacio de tiempo tan corto como lo son los 50.000 años que pasaron desde la época glacial principal. Además, me ha sido posible comprobar una época glacial también para la zona tropical de Bolivia, el Perú y

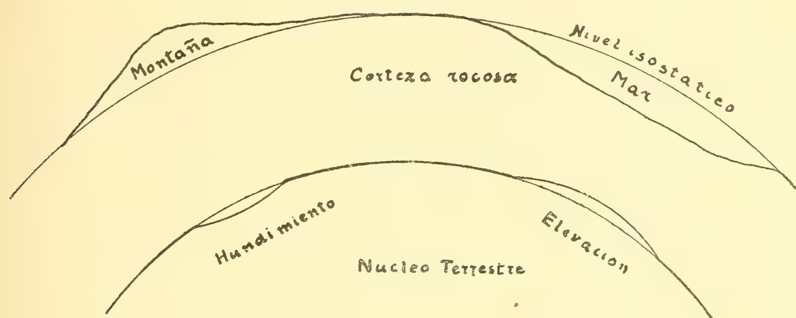


Fig. 3

Ecuador, donde los ventisqueros y sus morenas bajaban hasta 3500 metros, es decir 2000 metros más bajos que actualmente. También el período pluvial debe haber sido enorme, como lo comprueban las terrazas de cascajo, que he podido encontrar hasta en las cimas de cerros de 700 metros de altura, donde el nivel de los ríos es actualmente a 150 metros sobre la superficie del mar. Parece que la época pluvial se extendió en el sur del continente americano hasta épocas muy recientes, como lo comprueban los bosques pluviales antárticos en el sur de Chile.

Mucho más fácil y natural es la explicación del período glacial por medio de la teoría de Arrhenius, modificada por French.

Las grandes manifestaciones volcánicas en las épocas inmediatamente anteriores a las grandes épocas glaciales, como en el Devoniano y Carbonífero, el Jurásico, el Cretáceo inferior y el Terciario, para no mencionar el Prealkongiano, produjeron cierto exceso de calor

y saturaban la atmósfera con ácido carbónico y vapor de agua, que tienen la virtud de distribuir mejor el calor sobre toda la superficie terrestre, de modo que desaparecieron las zonas climáticas y reinaba en los polos casi el mismo clima como en las regiones templadas.

Estas circunstancias dieron lugar a un extraordinario desarrollo de la vida vegetal que consumió gran parte del ácido carbónico y la elevación de altas cordilleras produjo una extraordinaria descomposición de las rocas, lo que aumenta el consumo de grandes cantidades de ácido carbónico para formar rocas calizas.

La atmósfera se enfriaba, condensando el agua en la misma, en forma de espesas nubes, que cubrieron el cielo e impidieron ver el Sol y los astros, como aun sucede en los días de lluvias. El agua suspendida en la atmósfera cayó en forma de lluvia y nieve, lo que produjo los ventisqueros, debido al descenso de la temperatura.

A esta época pluvial se refieren aún las leyendas antiguas como la Biblia, la Veda, etc., al contarnos que al final de la creación Dios formó sobre el cielo los astros al referirse al Diluvio.

XV

LA EDAD DE LA TIERRA

Los minerales radioactivos y, especialmente, los minerales de Uranio, pueden servir para determinar la edad o, mejor dicho, el tiempo que transcurrió desde su formación, por medio del plomo y del helio contenido en ellos. Si se conoce el uranio contenido en un mineral y la cantidad de plomo formado por la desintegración del mismo, se puede calcular la edad, desde su formación, debido a que un gramo de uranio necesita 79.000.000.000 años para transformarse completamente en plomo.

La cantidad de años pasados desde su formación puede calcularse con arreglo a la fórmula siguiente :

$$\frac{\text{cantidad de plomo}}{\text{cantidad de uranio}} \times 79.000.000.000 \text{ años.}$$

Lo mismo sucede con el helio. Cada gramo de uranio contenido en un mineral, produce en 10.000.000 de años un centímetro cúbico de helio.

Como ejemplo daremos los datos siguientes, según Holmes, Lawson, Struth y Boltwood :

Mineral	Formación	Contenido de plomo en por ciento de uranio	Edad en años
Uranita	Carbonífero	4.1	320.000.000
Uranita........	Siluriano inferior	5.1	400.000.000
Broeggerita	Precambriano	13.0	1.000.000.000
Zircono........	Granitos arcaicos	21.0	1.500.000.000

Mineral	Formación	Contenido de helio en centímetros cúbicos	Edad en años
Zircono........	Mioceno	0.57	6.100.000
Limonita.......	Carbonífero	12.8	137.000.000
Torianita	Siluriano	22.6	242.000.000
Zircono........	Precambriano	56 0	600.000.000

Como se ve, el helio da resultados mucho más reducidos que el plomo; esto se debe a que una parte del helio se ha perdido a través de las grietas de los cristales.

Existe aún otro método, basado en el ancho de la zona pleocroítica que rodea ciertas inclusiones en los micas de los granitos, método estudiado por Jolly, Muegge y Barrel. Estas zonas pleocroíticas se han formado por el bombardeo constante de los átomos de helio; su ancho es proporcional al tiempo.

Barrel ha hecho un estudio crítico de todas estas observaciones y llegó al resultado siguiente, sobre la edad de las diferentes formaciones :

Formación	Tiempo transcurrido desde que empezó dicha formación	
	Mínimo	Máximo
Hombre	100.000 años	100.000 años
Diluvio...............	1.000.000	1.500.000
Terciario..............	55.000.000	65.000.000
Cretáceo	120.000.000	150.000.000
Jurásico	155.000.000	195.000.000
Triásico	190.000.000	240.000.000
Permiano	215.000.000	280.000.000
Carbonífero	300.000.000	370.000.000
Devoniano	350.000.000	420.000.000
Siluriano superior	390.000.000	460.000.000
Siluriano inferior......	480.000.000	590.000.000
Cambriano............	550.000.000	700.000.000
Orecambriano, arcaico..	1.200.000.000	1.700.000.000

Si extendemos, ahora, estos resultados al Sol, tenemos que suponer que el clima de la Tierra en la época en que empezó la vida, no debe haber sido mucho más diferente del actual, y esto podría confirmarse por la observación de una época glacial al principio de la formación precambriana. Entonces podemos suponer que, hace 1200 millones de años, el calor de la Tierra no habría sufrido alteración perceptible, entonces tampoco el Sol habrá sufrido modificación alguna.

Según las observaciones espectroscópicas, se sabe que el tiempo que permanecen las estrellas en las diferentes clases espectroscópicas, es el siguiente :

Clase B, A y F : F y K : M = 8 : 4 : 1.

Como hemos visto en el capítulo que trata de los planetas, el Sol evoluciona 30 veces más lentamente que la Tierra.

Si la Tierra permaneció 1200 millones de años en el mismo estado, el Sol debe haber permanecido en él durante 36.000 millones de años sin alteración apreciable, pero como el Sol pertenece a la clase G, permanecerá 4 veces más tiempo en este estado que en el de M, que ya es más próximo a la Tierra; entonces el Sol habrá permanecido en el estado de un disco que envíe luz amarilla durante por lo menos 150.000 millones de años. Como estrella blanca habrá permanecido el doble de tiempo, o sea 300.000 millones de años, de modo que desde que el Sol se había formado de una nebulosa y transcurrido el camino a través de una nebulosa planetaria, una estrella del tipo Wolff-Rayet, para establecerse como estrella blanca, como Sirio, pasaron más de 450.000 millones de años.

Nerst calculó la edad del Sol en 3000 millones de años lo que, como se ve, es demasiado poco.

Según el mismo cálculo, podemos estimar que en 10.000 millones de años el Sol será una estrella roja, pero entonces la Tierra tendrá desde hace mucho tiempo el mismo aspecto que la Luna, sin atmósfera y sin vida, será un astro muerto, no girará al rededor de su eje, sino que mostrará al Sol siempre la misma cara, y la Luna, desprovista ya de toda energía, habrá caído sobre la Tierra, produciendo, por unos pocos instantes, una pequeñísima Nova.

XVI

EL ORIGEN DE LA VIDA Y SU EVOLUCIÓN

Dejaremos aparte todas las teorías fantásticas que fueron enunciadas para explicar el origen de la vida y que nos describen Flammarion y Arrhenius en su libro : *Das Werden der Welten*, Leipzig, 1904.

Además, citaremos, de los libros que tratan de esta materia, los siguientes :

Arrhenius, *Der Lebenslauf der Planeten,* Leipzig, 1921;

Franz, *Astronomiche Zeitschrift,* 1919, number 10;

Pohle, *Die Sternenwelten und ihre Bewohner,* Koeln, 1922;

Pauly, *Darwinismus und Lamarkismus,* 1908;

Haeckel, *Naturliche Schoepfungs Geschichte*, 1924;

Lodge, *Life and Materia,* Londres, 1908; y

Varias obras de Darwin.

Estas forman únicamente una pequeña colección de las varias obras publicadas sobre este asunto.

Dejando aparte las teorías mencionadas, que a la luz de las leyes físicas y biológicas no pueden resistir a una rigurosa crítica, mencionaré solamente que sobre las estrellas luminosas no podemos suponer ninguna vida, como tampoco la podemos suponer sobre el Sol con su calor. Igualmente, no es posible creer que la vida exista sobre los satélites y planetas muertos, que ya no tienen atmósfera y donde la época de la vida ha pasado.

La aparición de la vida sobre los planetas del Sol o de cualquiera estrella, es íntimamente vinculada a la evolución de los mismos y representa una determinada época de la evolución de cada planeta, sujeta a determinadas condiciones. Es decir, un equilibrio de energía y temperatura que dura bastante tiempo para que la evolución pueda desarrollarse. Una materia bastante grande para que la atmósfera, el agua, la energía y el calor, puedan persistir bastante tiempo para que la evolución llegue a cierta altura, pues si el tiempo es demasiado corto, como sucede en los satélites y planetoides, la evolución quedaría terminada al haber llegado a las clases más primitivas del reino animal y vegetal.

¿El hombre forma el producto más culminante de la evolución?

Tenemos que negarlo y, ciertamente, si la evolución persiste habrá seres aun más evolucionados que el hombre.

La vida es el mismo producto de la energía que forma la nebulosa y la estrella.

Las pequeñas alteraciones de las especies que nos enseña la paleontología, no son más que adaptaciones de los seres a los diferentes medios de vida, un progreso en la especialización. Estas son las llamadas series afines. Las diferentes clases de animales y de plantas, aunque tengan especies que forman cierta conexión entre ellas, son el resultado de una evolución explosiva; parece que la energía de la vida se encuentra en estado latente en las especies hasta que por algún motivo exterior, cambio geográfico o de clima, esta energía se liberta y da lugar al nacimiento de especies distintas que, en ciertas épocas de la evolución, se manifiesta con una fecundidad asombrosa, mientras que en otras, esta evolución se encuentra casi paralizada.

Vemos, también, que cuanto más especializada es una especie más pronto muere. Parece que gasta las energías vitales en adornos, etc., y degenera luego, mientras que las especies sencillas, que más fácilmente pueden adaptarse a condiciones diferentes del ambiente, son las que más persisten. Así los animales de organización primitiva persisten desde las épocas más remotas hasta hoy día, el nautilo se encuentra desde el siluriano hasta hoy, mientras que los amonitas que multiplicaron sus formas y las complicaron asombrosamente en el Triásico y Jurásico, desaparecieron en el Cretáceo.

También parece que existe un tamaño más apropiado para las especies y que en el caso de que se lo exceda la especie desaparece; así fué con los amonitos, los saurios, los grandes edentados y actualmente presenciamos la desaparición de los grandes mamíferos, mientras que los pequeños se multiplican.

PROCEDENCIA

DEL SUELO ARGENTINO DE POSADAS

(MISIONES)

Por el capitán ALFREDO GELODI

En los *Anales* de julio-septiembre de 1925, encontramos un trabajo sobre la formación entrerriana por Moisés Kantor, el cual, después de haber citado los juicios geológicos de algunos sabios, como D'Orbigny, Darwin, Bravard Burmeister, Stelzner, Doering, Roth, Frenguelli, etc., el autor prosigue con sus observaciones hechas en las barrancas entre La Paz y Diamante para concluir, entre otras, que « Las relaciones estratigráficas, donde las hemos estudiado, están esencialmente como las indicó Darwin y que, si los posteriores estudios han contribuído a aumentar la lista de los fósiles invertebrados, esto no ha podido modificar el perfil geológico exactamente trazado por Darwin... »

Si la relación estratigráfica del señor Moisés Kantor está conforme a la de Darwin, esto no significa seguramente que los perfiles geológicos trazados en otros lugares por otros valientes sabios no estén conformes a la realidad para ponerlos en olvido. Aquí no se trata de donar sanciones, ni tampoco modificar o disminuir en su valor el perfil estudiado por éste o aquel autor; trátase, en cambio, de persuadirse y comprobar que las estratificaciones de las varias lomas entrerrianas no reposan efectivamente con la misma uniformidad para poderlas comparar con las de las pampas, no habiendo sido efectuadas simultáneamente, y en el mismo modo, como pasó en el mar pampeano de zócalo arcaico perfectamente horizontal.

Para comprender cómo la formación de las sedimentaciones de todo Entre Ríos se ha efectuado, necesitaba por lo menos avanzar y profundizar las investigaciones más abajo, hasta su escudo basáltico,

lo que no ha sido hecho por ninguno, es decir, descubrir y estudiar los basaltos en sus varias formas, direcciones y potencia, por lo que influyeron en *levantar* y *dar forma* a toda la región, juntamente con los estratos aluvionales superiores. Estas emersiones basálticas submarinas, bien visibles en Concordia, en los saltos del río Uruguay, en el Alto Paraná y en muchas otras partes, tomaron forma ramificada y de diques transversales sucesivos, alcanzando a veces más de 100 metros de espesor sobre el zócalo arcaico fundamental, los que debían notablemente influir a modificar el sistema normal de deposición marina, creando la constitución morfológica tan característica de todo Entre Ríos.

Pero de todo esto se habla más extensamente en lo que sigue.

Es todavía objeto de actualidad la formación y origen del gran tablado argentino, el cual, por su variada constitución, no habiéndose formado en un mismo tiempo y tampoco con material sedimentario de una misma procedencia, no podía ofrecer en sus estratificaciones caracteres uniformes; por consiguiente no podían tampoco resultar relieves geológicos concordantes entre los varios sabios, que en lugares diversos acabaron sus más diligentes estudios.

Todo esto nos parece consecuencia de un sistema investigador demasiado localizado: se estudió el suelo de la Argentina sólo en el lugar, así como se presenta más fácil actualmente, sin examinar la procedencia del material de sedimentación que lo constituyó, es decir, el conocimiento de sus rocas originarias; lo que habría dirigido y adelantado el interesante estudio en un conjunto más seguro, establecido sobre bases decisivas.

Es indudable que las pampas, como todo el suelo que se extiende bajo la directa dependencia de los Andes, fueron sedimentados por el material que los ríos andinos llevaron al mar pliocénico y cuaternario, que todavía cubría todo el suelo de la actual Argentina, mientras la sedimentación de toda la cuenca longitudinal entrerriana fué obra de los ríos Paraná y Uruguay, que recibieron y reciben sus aluviones principalmente de las mesetas y sierras del Brasil.

La colosal emersión de los Andes, seguramente anterior a la de todo el Brasil, levantó, en su capa, sedimentaciones marinas y lacustres ricas de fósiles de lejana edad, como se comprueba por las reliquias de los colosales reptiles encontrados en las pampas. Pero, si los Andes emergieron sólo durante el Mióceno, sus rocas fosilíferas pertenecen a sedimentaciones anteriores de otros mares y de otros continentes desaparecidos. También por esta razón los restos fósiles

que actualmente se encuentrann en las Pampas (las cuales pertenecen como ya se sabe a la más reciente formación y emersión geológica) han debido a veces pasar por muchos y sucesivos transportes y deposiciones, lo que se opone seriamente a la investigación del geólogo, equivocándolo, cuando quiere establecer el lugar donde vivieron los mismos animales y vegetales. Por consiguiente, también los animales que dejaron sus restos en *estado fósil* en todo el suelo argentino, no vivieron tampoco en el lugar, pues está comprobado por conchas cuaternarias marinas que estaba todavía bajo del mar como todas las llanuras actuales del mundo.

Si los huesos de los grandes reptiles están muy desparramados y no se han encontrado hasta ahora jamás reunidos en forma de un esqueleto completo, sino huesos o pedazos aislados, la razón proviene de la misma causa de su antigua edad, es decir, de sus múltiples sedimentaciones, transportes aluvionales y marítimos sufridos. Entonces los fósiles, de edades muy varias y muy entreverados de las llanuras en general, no establecen en su conjunto la edad geológica de los estratos, y sólo las reliquias de edad más joven pueden enderezar y completar el criterio del sabio.

Observaciones muy recientes del que escribe han constatado que toda la región volcánica de Misiones, continuación de la más alta vertiente brasileña, está todavía cubierta de una misma capa colorada procedente de la disgregación de la traquita pliocénica que las lluvias desgastan y lavan, creando los aluviones colorados de la misma naturaleza mineral de las antiguas arenarias pliocénicas, que el río Uruguay todavía recibe y transporta, enrojeciendo sus aguas (en su aluvional período de creciente) hasta su desembocadura, para depositar en el río de la Plata las mismas arenarias con los mismos fósiles que encuéntrase intercalados también en los estratos continentales de Entre Ríos. Nótase que la alta vertiente brasileña y misionera fué a su vez también cubierta y elaborada por el mar, y por esta razón contiene también ahora fósiles marinos perfectamente cristalizados, idénticos a los de las sedimentaciones que reposan en las llanuras subyacentes. Fueron recogidos por el autor entre los numerosos pedregullos que todavía transporta el río Uruguay, tanto en las costas de Concordia como en las de Misiones, los equinoideos del Cretáceo que siguen:

1. *Pigurus Montmolini* del Neocomiano (por d'Orbigny).
2. *Discoidea Cylindrica* del Senoniano (por Desor).
3. *Stomechinus Denudatus* del Neocomiano (por Catteau),

4. *Heterodiadema Burgueti* del Neocomiano (por Catteau).
5. *Pseudodiademor Burgueti* del Neocomiano (por Catteau).
6. *Toxaster Complanatus* del Neocomiano.
7. *Ananchytes Ovatus* del Cretáceo Sup.
8. *Micraster Coranguinum* del Cretáceo Sup.
9. *Inoceramus Concentricus* del Cretáceo Sup.
10. *Ciclolites* del Cretáceo Sup.

Figuran también entre los encontrados algunos Sifonostomos del Terciario: la *Cyprarea Conus* (por Hornos), la *Voluta,* la *Nassa* la *Pleurotoma* la *Fusus* y otras.

Cuando nuestros sabios del futuro estudien los varios estratos de las islas que están por emerger en el río de la Plata, no clasificarán, por cierto, la edad de estas nuevas formaciones, deduciéndolas de las conchas que hemos enumerado y que continúan depositándose. Esto que actualmente pasa bajo nuestra observación directa, aunque sea en este caso en muy pequeña escala reproducido por la naturaleza, constituye en su sencilla realidad el mejor tratado de Geología, pues revela y demuestra el presente, haciendo intuir el pasado y delineando también el futuro de esta formación entrerriana, destinada a colmar el río de la Plata y a extenderse enormemente más allá en el Océano.

Pero al levantamiento y formación de toda la gran cuenca de Entre Ríos no contribuyeron solamente los aluviones: las continuadas presiones continentales procedentes de dos opuestas direcciones, de occidente y de oriente, encorvaron y quebraron el tablado arcaico del fondo del mar entrerriano, produciéndole profundas hendeduras y vorágines plutónicas, que se irradiaron en varias direcciones, de donde subieron lavas basálticas, que se extendieron y estratificaron, levantando el fondo del mismo mar notablemente. Los diques basálticos de estas erupciones submarinas, que todavía obstaculizan la navegación, atravesando el fondo del río Uruguay y del Alto Paraná, son evidentes atestaciones de este particular paroxismo, el cual se derramó con potencialidad mayor al norte y nordeste, levantando y haciendo emerger toda Misiones con sus volcanes pliocénicos y extendiéndose más allá, para confundirse con el complicado sistema volcánico del Brasil. En la loma de Posadas el dique basáltico se eleva hasta los 60 metros sobre el nivel del río, extendiéndose por debajo de éste hasta una gran profundidad.

Todo el territorio de Misiones, encerrado y limitado entre los dos mayores ríos, es recorrido en toda su longitud por una sierra cen-

tral, que nos representa la prolongación de la gran hendedura plutónica de Entre Ríos, la cual aquí levantó a altitudes superiores también rocas cristalinas en medio de potentes erupciones basálticas, que después se transformaron en traquíticas, levantando muchos conos volcánicos, que en su forma primitiva están todavía bien conservados.

Sin el levantamiento del fondo del antiguo mar entrerriano, efectuádose como se ha dicho por las poderosas emersiones plutónicas, todo el Entre Ríos y más allá todas las regiones centrales del Alto Paraná estarían probablemente también al presente cubiertas por un brazo longitudinal de un extenso mar interno, pues los aluviones no habrían sido hasta ahora suficientes para colmar la profunda encorvación continental ocurrida; lo que está, en efecto, demostrado por el espesor o la potencia muy limitada de la sedimentación, efectuándose en toda la cuenca y que reposa directamente sobre el escudo basáltico, y no sobre el arcaico como al sur y oeste.

En efecto, mientras se ha encontrado en Buenos Aires, en una perforación hecha cerca de la iglesia de La Piedad, una potencia sedimentaria igual a 300 metros, que reposa sobre el escudo fundamental cristalino arcaico, al contrario en todo Entre Ríos se nota una rápida disminución progresiva a medida que se procede hacia el norte, hasta que ya a la altura de Concordia el espesor aluvional no es superior a 60 metros, disminuyendo después siempre más, llegando en Posadas, tanto que se ven aquí los basaltos sobresalir en muchos lugares del suelo. También el vasto brazo marino del río de la Plata, debe tener un poderoso fondo basáltico, y no arcaico, y, a pesar eso, no está todavía colmado.

Levantado y encurvado en esta forma el bajo fondo del mar entrerriano, también las sucesivas sedimentaciones marinas se efectuaron en modo diverso al que pasó en el tablado horizontal de las pampas, tomando disposiciones encurvadas, es decir, que contra los sucesivos diques basálticos de su fondo, el mar en retirada, arrojaba sus olas y sus mareas depositándole los aluviones y formando de esta manera litorales sucesivos o largas dunas, o lomas, que dan una característica especial, a veces, de bajas colinas al hermoso suelo entrerriano.

Este especial procedimiento de sedimentación, efectuándose con largas pausas y a largos montones sucesivos, ha producido también la más grande desformidad estratigráfica, bastante como para hacer exclamar a muchos sabios que: « También a pequeñas distancias los estratos entrerrianos variaban en su posición, espesor y dirección,

hasta el punto de no poder establecer una sucesión estratigráfica normal y típica para toda la región y tampoco poder comparar la edad de algún estrato con otros aparentemente semejantes en la formación pampeana.»

Con caracteres muy parecidos preséntanse en todo el suelo argentino las intercalaciones a bancos lenticulares de arenaria compacta que reciben el nombre de tosca: en un conglomerado laterítico a base de calcio a veces muy rico de protóxido de hierro, procedente de la disgregación de las rocas traquíticas labradoríticas del Plioceno. No se puede producir, ni por consiguiente encontrar a gran profundidad del suelo, porque necesita del auxilio del agua de infiltración que le llega a través de los delgados estratos superiores, cargada de ácido carbónico y de aire, y también de cal que transforma el calcio en carbonato de cal, cementando muy pronto esta clase de arenaria. Toda la capa superficial de Misiones, procedente de la disgregación de la traquita, capa laterítica muy colorada por la presencia del protóxido, preséntase con suelo muy endurecido y algo cementado, transformándose en muchos lugares en verdadera tosca. También el suelo profundamente removido y cultivado, bajo la acción de la lluvia se endurece pronto, tomando la consistencia casi de una tosca. Éstas y no otras son las causas originarias de la formación del conglomerado tan debatido.

Misiones, 9 de junio de 1926.

SOCIOS ACTIVOS *(Continuación)*

Huergo, José M.
[illegible] Álvarez, Ángel.
[illegible] Pedro [illegible]
[illegible] Ludovico.
[illegible]
[illegible], Salvador T.
Jacobacci, [illegible]
Kirchhoff, Federico.
Laclau, Narciso C.
Lacoste, Julio.
Labarthe, Julio.
Lamenza, Francisco.
Lanfranco, Silvio.
[illegible] Esteban.
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
Lea, [illegible]
Leguizamon [illegible]
Lenhardtson, Em[illegible]
Logarzo, Miguel.
Loyarte, Ramón.
Lizer y Trelles, Carlos A.
Lombardi, Alberto,
López Pereyra, Benjamín.
Lorenzetti, Miguel V.
Lozano, Nicolás.
Lugones, Arturo M.
Luro, Rufino.
Madrid, Enrique de.
Mainini, Carlos.
Magnin, Jorge.
Magnin, Félix J.
Mallol, Emilio.
Mamberto, Benito.
Marín, Plácido.
Marcó del Pont, Enrique.
Maradona, Santiago.
Marotta, Pedro.
Martínez, Benjamín D. (h.)
[illegible], Carlos.
[illegible] Jorge.
[illegible]
[illegible] José [illegible]
[illegible]
[illegible], Julio.
Meoli, Gabriel.
Mercante, Víctor,
Mercau, Agustín.
Mermoz, Fco. Alberto.
Mey, Carlos V.
Mignaqui, Luis P.
Molfino, José F.
Molina Civit, Juan.
[illegible]no Torres, Alejandro.
[illegible]ales, Carlos María.
[illegible]reno, Evaristo V.
Moreno, Jorge.
Moreno, José M.
Möhring, Walther.
Mosca, Juan José C.
Mulhall, Jaime.
Nally, Rosa A.
Narbondo, Juan L.
Nágera, Juan José.
Natale, Alfredo.
Negrete, Lucía.
Negri, Mario L.
Nielsen, Juan.
[illegible] Domingo.
[illegible] B.
[illegible]
[illegible]
Odorisio, José A.
Olmos, Miguel.
Olivieri, Alfredo.
Ortiz de Rosas, Jorge.
Orús, Antonio (hijo).
Otamendi, Rómulo.
Otamendi, Gustavo.
Otamendi, Belisario.
Outes, Félix F.
Paez, José Ma.
Poiré, Arturo A.
Paitoví Oliveras, Antonio.
Palacio, Emilio.
Palma, Luis.
Palma, José M.
Paoli, Humberto J.
Parodi, Edmundo.
Parodi, Lorenzo R.
Parodi, Silvio E.
Pasman, Raúl G.
Pastore, Franco.
Pacnet, Carlos.
Paulsen, Emilio F.
Paz Anchorena, José M.
Péndola, Agustín.
Pérez Hernández, Ángel.
Pestalardo, Agustín.
Petre, Martín.
Piana, Juan S.
Pico, Jorge A.
Piñero, Rodolfo.
Quesada Pacheco, Rodolfo.
Quartino, José N.
Raimondi, Alejandro.
Raffo, Bartolomé.
Ranvich, Manuel P.
Rebuelto, Emilio.
Rebuelto, Antonio.
Renacco, Ricardo.
Ricaldoni, Horacio B.
Roballos, Antonio L.
Rodríguez Aravena, Santos.
Roffo, Juan.
Roldán, Raimundo.
Rokotnitz, Otto.
Romero, Julián.
Romero, Antonio.
Rospide, Juan.
Rossell Soler, Pedro A.
Rubinstein, David.
Sabaría, Enrique.
Sabatini, Ángel.
Salomone, Gabriel A.
Sáenz Valiente, Eduardo.
[illegible]chez Díaz, Abel.
[illegible]
[illegible]
[illegible]
San [illegible]
Santángelo, [illegible]
Saporiti, Héctor J.
Saralegui, Luis.
Sarhy, Juan F.
Sarmiento Laspiur, Eduardo.
Scala, Augusto.
Schaefer, Guillermo F.
Schnack Benno, J.
Schmiedel, Ottomar.
Schneidewind, Alberto.
Schoo Lastra, Oscar.
Selva, Domingo.
Senet, Rodolfo.
Sheehan, Juan F.
Spota, Víctor J.
Solari, Miguel A.
Solari, Emilio F.
Soler, Frank L.
Sobral, Arturo.
Soldano, Ferruccio A.
Sorojovich, Gustavo.
Spinetto, David J.
Storni, Segundo R.

SOCIOS ACTIVOS *(Conclusión)*

Taiana, Alberto.
Tedeschi, Virgilio.
Tello, Eugenio.
Torre Bertucci, Pedro.
Torello, Pablo.
Trelles, Rogelio A.
Trovati, Francisco.
Uriarte Castro, Alfredo.
Uribe, Pedro.
Urondo, Franscisco E.
Vallebella, Colón B.
Valentini, Argentino.
Valençon, Luis A.
Valerga, Oronte A.
Valiente Noailles, Luis.
Valle, Juan A.
Vanossi, Reinaldo.
Varela, Rufino (hijo).
Varela Gil, José.
Vidal, Antonio.
Viviani, Luis.
Volpatti, Eduardo.
Wauters, Carlos.
Williams, Adolfo T.
White, Guillermo J.
Zuloaga, Ángel M.
Zeman, Víctor.

SOCIOS ADHERENTES

Álvarez, Jerónimo.
Álvarez, Domingo.
Andisco, Juan F.
Balbiani, Atilio.
Basterreix, Francisco.
Canaveris, Rogelio G.
Dorado, Luis.
Gandolfo José S.
Goñi, José.
Lambertini, Miguel.
Maldonado, Bruzzone R.
Massone, Atilio.
Nicola, Carlos de.
Pascual, Oliveras Antonio.
Peirano, Santiago F.
Pelosi, Elías.
Pini, Aldo S.
Real, Enrique B.
Repetto, Cayetano.
Soler, Antonio L.
Saez, Francisco A.
Sáenz Valiente, Castro.
Vernengo, Roberto E.
Vidal, Eduardo.
Vignaux, Juan C.
Weinstock, Zelman.
Zanalda, David M.
Zanetta, Alberto J.
Zanetta, Atilio.

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACIÓN DIDÁCTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E.
Besio Moreno, Nicolás.
Tornquist, Ernesto y Comp. (Lim.).



50618

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA

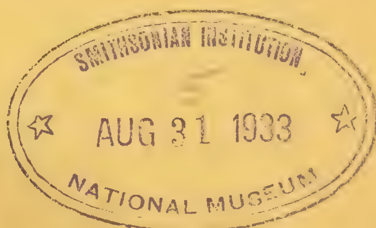
DIRECTOR : INGENIERO JULIO R. CASTIÑEIRAS

ABRIL-JUNIO 1926. — ENTREGAS IV-VI. TOMO CI

ÍNDICE

BUENOS AIRES
IMPRENTA Y CASA EDITORA « CONI »
684 — CALLE PERÚ — 684

1926



JUNTA DIRECTIVA

(1925-1926)

Presidente	Ingeniero **Eduardo Huergo.**
Vicepresidente 1º	Doctor **Nicolás Lozano.**
Vicepresidente 2º	Doctor **Emilio C. Díaz.**
Secretario de actas	Ingeniero **Juan José C. Mosca**
Secretario de correspondencia	Ingeniero **Anecto J. Bosisio.**
Tesorero	Ingeniero **Enrique Butty.**
Protesorero	Ingeniero **Emilio Mallol.**
Bibliotecario	Doctor **Reinaldo Vanossi.**
Vocales	Ingeniero **Enrique Sabaría.** Ingeniero **Pedro Aguirre.** Ingeniero **Nicolás Besio Moreno.** Ingeniero **Juan A. Briano.** Doctor **Abel Sánchez Díaz.** Ingeniero **Sebastián Ghigliazza.** Profesor **Félix F. Outes.** Ingeniero **Oscar Schoo Lastra.**

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los *Anales (personalmente responsables de la tesis que sustentan en sus escritos)* que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarlo por escrito. Tienen, además, derecho a la corrección de dos pruebas. Los manuscritos, correspondencia, etc., se enviarán a la Dirección, **Cevallos, 269.** — LA DIRECCIÓN.

ESTUDIO ESPECTROFOTOMÉTRICO DE LA ADRENALINA

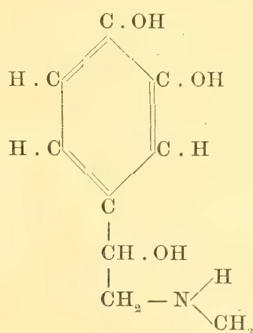
POR EL DOCTOR JUAN M. LÓPEZ (H.)

I. Introducción. — II. Plan y resultados experimentales. — III. Determinación cuantitativa de la adrenalina por el método espectrofotométrico. — IV. Conclusiones.

I

INTRODUCCIÓN

La adrenalina es un derivado de la pirocatequina, sobre cuyo núcleo se inserta una cadena lateral que posee una función alcohólica secundaria y un agrupamiento metil-aminado :



Es, pues, 1 : 2 dioxifenil — 4 — hidroxietil metilamina.

El átomo de carbono que lleva el oxhidrilo alcohólico es asimétrico, asimetría que hace que la molécula de adrenalina ejerza acción sobre la luz polarizada.

La adrenalina natural es levógira, siendo $\left[\alpha\right]_D^{20^\circ} = -50^\circ 72$.

La adrenalina obtenida por vía sintética es racémica : la forma dextrógira $\left(\left[\alpha\right]_{D}^{20°} = +50°49\right)$ es, aproximadamente, 15 veces menos activa sobre la presión arterial que su antípoda óptica $\left(\left[\alpha\right]_{D}^{20°} = -50°40\right)$ (1). Flächer (2) aisló del producto sintético la adrenalina levógira, que tiene propiedades idénticas a la hormona natural.

Según su método se salifica la base mediante el ácido tártrico dextrógiro. Sometiendo a la acción del alcohol metílico la mezcla de los tartratos de adrenalina, se disuelve totalmente el *d*-tartrato de *d*-adrenalina, quedando como residuo el *d*-tartrato de la adrenalina levógira, que es menos soluble.

Transformando este último en clorhidrato, se obtiene la adrenalina al estado en que de ordinario se la encuentra en el comercio.

Para aprovechar la *d*-adrenalina, se la calienta con HCl y de este modo la base vuelve a hacerse racémica. Sólo resta aplicar el tratamiento ya descrito, para conseguir nuevamente la separación de los dos isómeros ópticos.

La operación se repite hasta que todo el producto sintético esté bajo forma de adrenalina izquierda, que es la que realmente tiene valor terapéutico.

Lo referente al poder rotatorio así como a otros caracteres físicos, fué objeto de una comunicación a la Société Chimique por parte de Gabriel Bertrand (3).

Posteriormente Charles Dhéré (4), utilizando adrenalina separada por Bertrand siguiendo su propio procedimiento, consideró otra propiedad física : la absorción de los rayos ultravioletas, tópico que nos hemos propuesto examinarlo más ampliamente que lo que antes lo fuera, habiéndonos inducido a ello el propósito de dejar establecido si como acontece con la luz polarizada también podía señalarse alguna diferencia entre el medicamento extraído de las glándulas suprarrenales y el obtenido sintéticamente. A lo cual agregamos otros puntos de investigación enunciados en el plan que subsigue.

(1) Los valores relativos al poder rotatorio son de Abderhalden y Guggenheim, mencionados por Flächer.

(2) FLÄCHER, *Ueber die Spaltung des synthetischen d.-l. Suprarrenins in seine optisch Aktiven Komponenten*, in *Hoppe-Seyler's Zeit Physiolog. Chem.*, tomo LVIII, página 192, 1908.

(3) *Bulletin de la Société Chimique*, 3ª serie, tomo XXXI, página 1289, 1904.

(4) *Bulletin de la Société Chimique*, 4ª serie, tomo I, página 834, 1907.

II

PLAN Y RESULTADOS EXPERIMENTALES

El plan experimental comprende :

a) Estudio del espectro de absorción ultravioleta de la adrenalina natural y sintética al estado de clorhidrato. Influencia de la concentración del HCl en la estructura del espectro;

b) Carácter del espectro de absorción de la adrenalina (clorhidrato). Su comparación con el del bencene, el fenol y la pirocatequina;

c) Influencia que sobre la estructura del espectro de absorción de la adrenalina ejerce el Na(OH) cuando se lo emplea como agente solubilizante.

La técnica operatoria seguida en este trabajo es la descrita por los doctores Damianovich y Williams (1).

a) Estudio del espectro de absorción ultravioleta de la adrenalina natural y sintética al estado de clorhidrato. Influencia de la concentración del HCl *en la estructura del espectro.*

La primera cuestión que nos planteamos fué la relativa a la manera de comportarse la adrenalina extraída de las glándulas y la preparada sintéticamente.

Como producto natural empleamos la de Parke Davis, y como sintético, la elaborada por Poulenc Frères.

En ambos casos llevamos la substancia en examen al estado de clorhidrato, recurriendo, al efecto, a soluciones clorhídricas de distinta concentración.

En primer término operamos con :

1ª 0,005 gramos por ciento de adrenalina sintética en HCl N/10;

2ª 0,005 gramos por ciento de adrenalina natural en HCl N/10.

El espectro de la primera solución, registrado fotográficamente, es la figura 1; el espectro de la segunda solución lo reproduce la figura 2. Las longitudes de onda pertenecientes a los puntos de igual intensidad, marcados en ambos casos, las indican los cuadros de la página 138.

(1) *Anales de la Sociedad Científica Argentina,* tomo XCVIII, página 245, 1924.

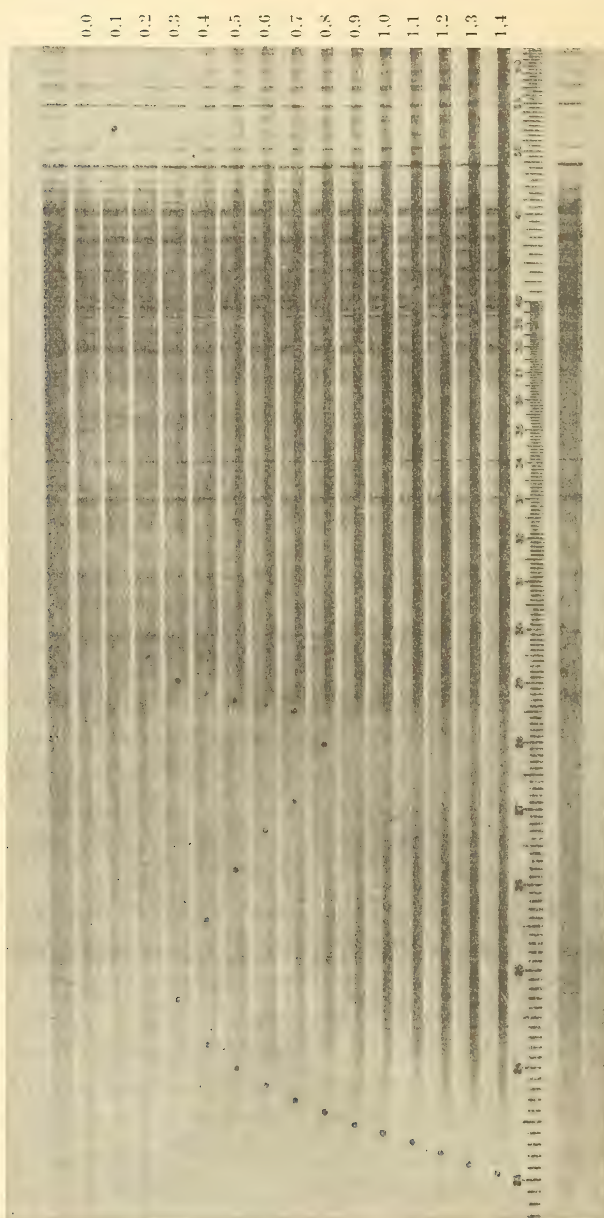


Fig. 1. — Espectros de la solución de adrenalina sintética 0,005 gr % en HCl N/10. (Cuba de 10 mm.)

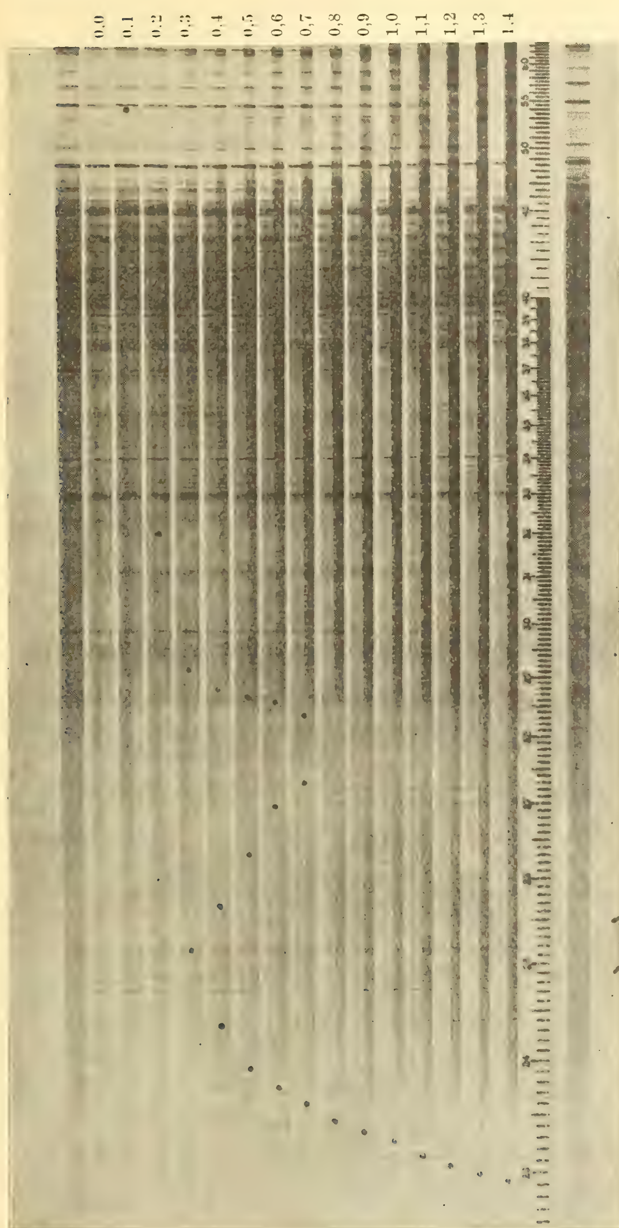


Fig. 2. — Espectros de la solución de adrenalina natural 0,005 gr % en HCl N/10. (Cuba de 10 mm.)

Adrenalina sintética a 0,005 gramo por ciento en HCl N/10

$\log \frac{I}{I_1}$	Longitud de onda para los puntos de igual ennegrecimiento		
1.4	2305		
1.3	2315		
1.2	2325		
1.1	2335		
1.0	2345		
0.9	2350		
0.8	2360	2795	
0.7	2372	2710	2855
0.6	2385	2670	2860
0.5	2400	2620	2870
0.4	2425	2555	2880
0.3	2468		2900
0.2			2945
0.1			5250

Adrenalina natural a 0,005 gramo por ciento en HCl N/10

$\log \frac{I}{I_1}$	Longitud de onda para los puntos de igual ennegrecimiento		
1.4	2295		
1.3	2300		
1.2	2310		
1.1	2315		
1.0	2330		
0.9	2335		
0.8	2345		
0.7	2360	2730	2840
0.6	2375	2700	2860
0.5	2395	2630	2870
0.4	2435	2570	2880
0.3	2520		2920
0.2			3200
0.1			5450

La representación gráfica es la que muestra la figura 3. En ella hemos agrupado las curvas que corresponden a las dos placas.

Realizamos una segunda experiencia colocándonos en iguales condiciones, y obtuvimos resultados coincidentes con los que quedan consignados.

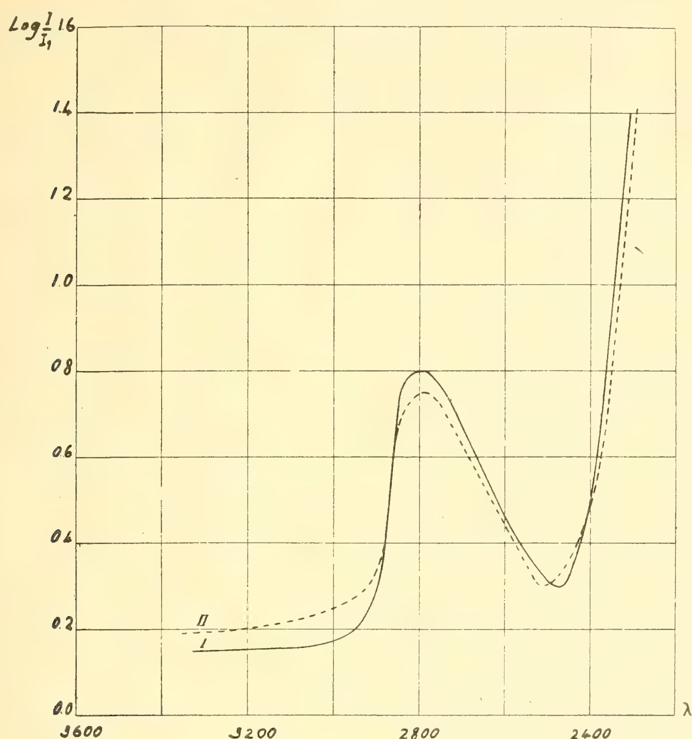


Fig. 3. — I, adrenalina sintética a 0,005 gr °/₀ en HCl N/10; II, adrenalina natural a 0,005 gr °/₀ en HCl N/10

Hecho esto, procedimos a analizar dos soluciones preparadas así:

1ª Adrenalina sintética 0,005 gramos por ciento en HCl N/50;

2ª Adrenalina natural 0,005 gramos por ciento en HCl N/50.

Los cuadros de valores van a continuación, y las gráficas respectivas se hallan reunidas en la figura 4.

Adrenalina sintética a 0,005 gramo por ciento en HCl N/50

$\text{Log}\ \frac{I}{I_1}$	Longitud de onda para los puntos de igual ennegrecimiento		
1.4	2330		
1.3	2338		
1.2	2345		
1.1	2352	2780	
1.0	2360	2730	2855
0.9	2368	2705	2860
0.8	2375	2680	2870
0.7	2383	2660	2880
0.6	2393	2640	2890
0.5	2405	2610	2895
0.4	2430	2570	2905
0.3	2500		2935
0.2			3790

Adrenalina natural a 0,005 gramo por ciento en HCl N/50

$\text{Log}\ \frac{I}{I_1}$	Longitud de onda para los puntos de igual ennegrecimiento		
1.4	2325		
1.3	2332		
1.2	2340		
1.1	2345		
1.0	2350	2775	
0.9	2360	2725	2845
0.8	2368	2700	2855
0.7	2380	2680	2865
0.6	2385	2655	2870
0.5	2405	2620	2890
0.4	2435	2570	2930
0.3	2500		2990
0.2			3720

Del examen de la figura 3 resulta que las dos curvas — una correspondiente a la adrenalina sintética y la otra a la adrenalina natural (en HCl N/10) — concuerdan casi estrictamente. Lo mismo habría que decir con respecto a la figura 4 (adrenalinas en HCl N/50).

En consecuencia, diremos que comparando entre sí los espectros provenientes de la adrenalina natural y la sintética no se señalan diferencias en la absorcion de las radiaciones ultravioletas y que,

dada la exactitud que el método permite, no se puede dudar de que se trata de una misma substancia.

De la observación simultánea de las figuras 3 y 4 surge este hecho llamativo : que si bien no hay desplazamiento de la banda, hay una modificación apreciable en los máximos, pues en tanto en un caso está en $\log \frac{I}{I_1} = 0{,}8$, en otro se halla en $\log \frac{I}{I_1} = 1{,}1$. Por lo que se refiere a los mínimos, en ambos casos se encuentra en $\log \frac{I}{I_1} = 0{,}3$.

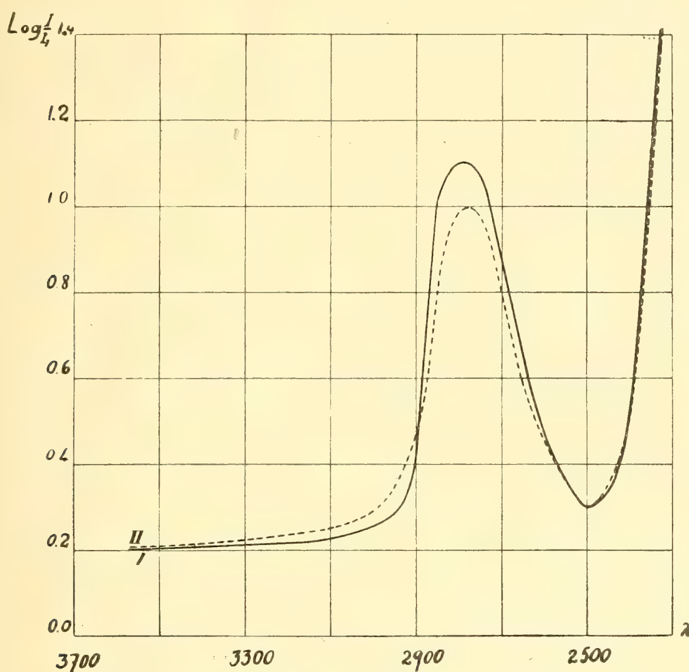


Fig. 4. — I, adrenalina natural a 0,005 gr °/o en HCl N/50 ; II, adrenalina sintética a 0,005 gr °/o en HCl N/50

De esto se infiere que la concentración del ácido ejerce influencia en el espectro, lo que podría interpretarse como que la adrenalina experimenta algún cambio en su estructura.

Quisimos establecer qué relación hubiese entre esa variante notada en los espectros y la concentración del ácido, pero como constatáramos algunos resultados contradictorios, hemos dejado en suspenso la dilucidación del punto : es que, probablemente, un factor de acción decisiva es el tiempo.

Nos proponemos en un trabajo futuro elucidar con amplitud el fenómeno.

b) Carácter del espectro de absorción de la adrenalina (clorhidrato). Su comparación con el del bencene, el fenol y la pirocatequina

Puesto que la adrenalina es un derivado de la pirocatequina, y ésta como el fenol ordinario lo son del bencene, procedimos a investigar cómo varía la absorción ultravioleta al utilizar como medios absorbentes las cuatro substancias mencionadas y apreciar, a la vez, la relación que existe entre el fenómeno en estudio y la complejidad de la molécula actuante.

Debemos advertir que las observaciones de Dhéré — aludidas al principio de este trabajo, — concernientes a la absorción de los rayos ultravioletas, fueron realizadas sobre la adrenalina sin oxidar y la adrenalina oxidada utilizando el método de los espesores variables, que no permite determinar los máximos de las bandas ni precisarlas con exactitud.

Operaba con soluciones acuosas y fotografiaba los espectros producidos por la absorción de doce espesores distintos; el tiempo de exposición era uniformemente de 30 segundos.

En la adrenalina sin oxidar, señala una banda entre λ 2948 y 2881. Bajo la influencia de la oxidación, aquélla se ensancha y desplaza hacia el espectro visible : λ 3138 y 2927 (1).

Nuestras observaciones han sido efectuadas con el clorhidrato de adrenalina, hallando un máximo para $\lambda = 2780$, lo que indica un corrimiento hacia el ultravioleta.

Comenzamos por hallar las cantidades equivalentes de las cuatro substancias :

Mol de C_6H_6	78 gramos
Mol de $C_6H_5(OH)$	94
Mol de $C_6H_4(OH)_2$	110
Mol de $C_6H_3(OH)_2$ | $CHOH - CH_2NHCH_3$....	183

0.01 gramos de adrenalina equivale a { 0.0042 gramos de benzol; 0.0051 gramos de fenol; 0.0060 gramos de pirocatequina.

(1) Los datos transcritos no concuerdan con los que aparecieron en el *Bulletin de la Société Chimique,* por cuanto han sido tomados de la publicación que el mismo Dhéré hizo con posterioridad, en 1909 : *Recherches spectrographiques sur l'absorption des rayons ultra violets par les albuminoïdes, les protéides et leurs dérivés,* página 85.

Benzol : Empleamos una solución al 0,1 centímetro cúbico por ciento en alcohol etílico absoluto (1).

Fenol : 0,0051 gramos por ciento en agua.

Pirocatequina : 0,006 gramos por ciento en agua.

Adrenalina : En forma de clorhidrato 0,01 gramos por ciento.

Los cuadros que siguen contienen los valores correspondientes a los puntos marcados en las placas.

Benzol

Log $\frac{I}{I_1}$	Longitud de onda para los puntos de igual ennegrecimiento									
1.4 . .	2375		2425	2435	2475	2500	2533	2560	2599	2615
1.3 . .				2440						
1.2 . .				2242			2528			
1.1 . .					2473				2590	
1.0 . .	2370	2380		2445		2505	2525			2620
0.9 . .		2385	2420		2470	2515				
0.8 . .	2369	2390	2418	2460				2570		
0.7 . .	2363	2410						2580		2632
0.6 . .	2340									2645
0.5 . .	2285									2665
0.4 . .										2672

Fenol

Log $\frac{I}{I_1}$	Longitud de onda para los puntos de igual ennegrecimiento		
1.0	2245		
0.9	2250	2698	
0.8	2258	2625	2765
0.7	2265	2600	2772
0.6	2270	2565	2780
0.5	2273	2530	2790
0.4	2288	2510	2798
0.3	2305	2450	2805
0.2	2375		2830
0.1			2965

(1) La proporción porcentual de benzol es, aproximadamente, veinte veces mayor que la calculada, pues ésta resulta insuficiente para estudiar el fenómeno, como pudimos comprobarlo.

Pirocatequina

$\text{Log}\ \frac{I}{I_1}$	Longitud de onda para los puntos de igual ennegrecimiento		
1.4	2288		
1.3	2295		
1.2	2300	2760	
1.1	2305	2700	2810
1.0	2310	2679	2820
0.9	2315	2665	2830
0.8	2335	2650	2835
0.7	2348	2630	2840
0.6	2370	2605	2850
0.5	2395	2565	2855
0.4	2472		2860
0.3			2875
0.2			2900
0.1			2965

Adrenalina

$\text{Log}\ \frac{I}{I_1}$	Longitud de onda para los puntos de igual ennegrecimiento		
1.4	2315		
1.3	2330		
1.2	2338		
1.1	2350		
1.0	2355	2780	
0.9	2363	2735	2820
0.8	2368	2705	2850
0.7	2375	2695	2860
0.6	2385	2670	2870
0.5	2400	2630	2875
0.4	2440	2580	2928
0.3	2470	2515	2980
0.2			3050
0.1			3330

La traducción gráfica de todos los valores precedentes es la que muestra la siguiente figura 5 :

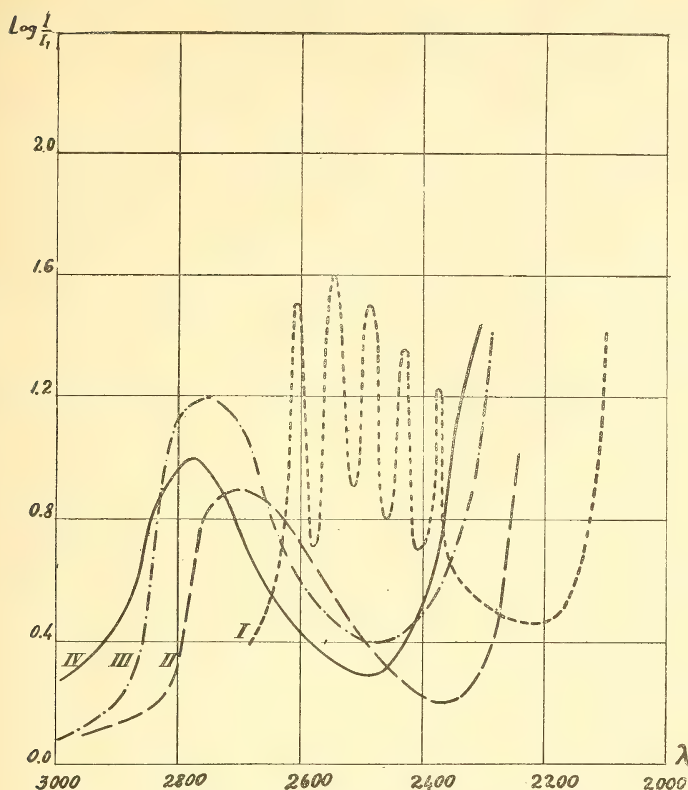


Fig. 5. — I, bencene; II, fenol; III, pirocatequina; IV, adrenalina

El bencene dió en las condiciones de la experiencia cinco bandas de absorción cuyos máximos están indicados en el cuadro que sigue :

	Según V. Henri (1)	Nuestra determinación	Diferencia
Banda A......	2684.0		
— B......	2605.5	2605.0	0.5
— C......	2544.5	2550.0	5.5
— D......	2485.0	2485.0	0.0
— E......	2433.5	2430.0	3.5
— F......	2377.0	2375.0	2.0

La banda A de Víctor Henri no apareció en nuestros espectrogramas.

(1) V. Henri, *Le Journal de Physique et le Radium*, serie 6ª, tomo III, página 205, 1922.

El fenol dió una banda en $\lambda = 2698$.

La pirocatequina presenta una banda en la posición $\lambda = 2760$.

La adrenalina (clorhidrato) en la concentración que indicamos está caracterizada por un espectro ultravioleta con una banda, como la pirocatequina, pero desplazada hacia el espectro visible : en λ 2780 U. A.

Conforme a lo que V. Henri (1) ha establecido con respecto a los derivados del bencene, nosotros en el caso del fenol, la pirocatequina y la adrenalina, hemos observado :

1° Aumento de los coeficientes de absorción (2);

2° La fusión de las bandas del bencene; y

3° El desplazamiento de las bandas hacia el rojo a medida que se complica la molécula.

El cuadro que sigue resume las longitudes de onda, las frecuencias (3) de las bandas del bencene y de sus derivados fenol, ácido benzoico, pirocatequina, ácido salicílico y adrenalina, como asimismo la diferencia de frecuencia de las de estos últimos con respecto a la del núcleo bencénico. En el caso del C_6H_6 y el C_6H_5COOH — en éste las bandas del bencene no desaparecen, si bien se desplazan, — hemos supuesto que las distintas bandas constituyen una sola.

Substancia	λ	ν	$\Delta\nu$
	cm		
C_6H_6	$2547 \,.\, 10^{-8}$	$1178,0 \,.\, 10^{12}$	
$C_6H_5(OH)$	2698 .	1111,9 .	$66,1 \,.\, 10^{12}$
C_6H_5COOH	2702 .	1110,0 .	68,0 .
$C_6H_4(OH)_2$	2760 .	1086,9 .	91,1 .
$C_6H_4(OH)COOH$	3023 .	992,0 .	186,0 .
$C_6H_3(OH)_2$ | $CHOH-CH_2-NH.CH_3$	2780 .	1079,1 .	98,9 .

El examen del cuadro nos muestra algunas particularidades interesantes :

(1) VÍCTOR HENRI, *Études de Photochimie,* página 136.

(2) Véase la figura 5. Téngase presente que la cantidad de bencene empleada era muy superior a la que correspondía.

(3) Calculadas a partir de la fórmula $\lambda\nu = c$, donde $c = 3.10^{10}$ cm/seg.

a) Los valores de $\Delta\nu$ para los derivados monosubstituídos, fenol y ácido benzoico, se aproximan grandemente, pues tenemos

$$(68,0 - 66,1)\,10^{12} = 1,9\,.\,10^{12};$$

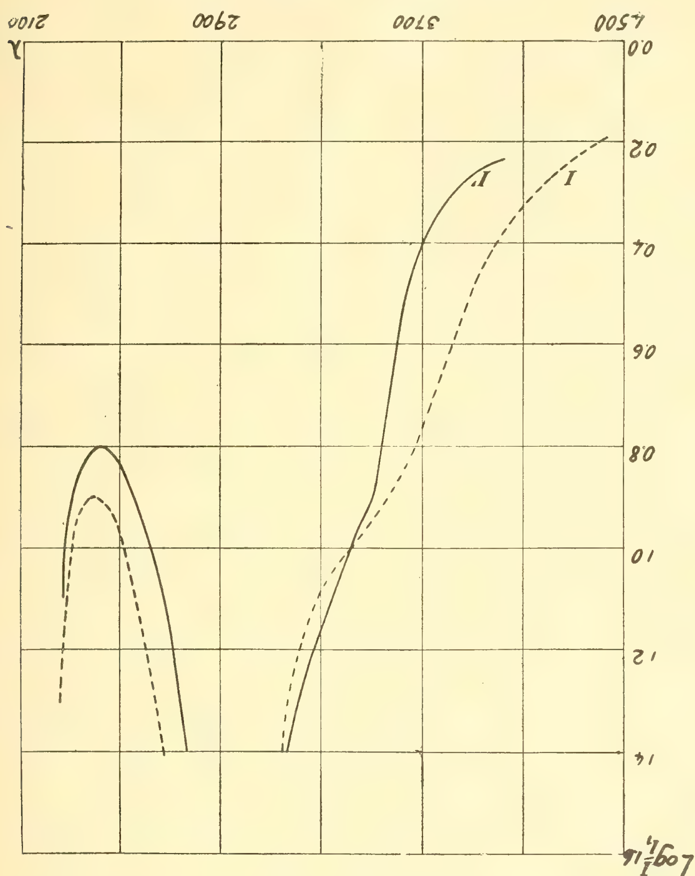


Fig. 6. — Adrenalina : I, a 0,0025 gr °/o en Na(OH) N/10, tiempo : 0 horas; I', a 0,0025 gr °/o en Na(OH) N/10, tiempo : 24 horas

b) Los valores de $\Delta\nu$ para los derivados bisubstituídos, pirocatequina y ácido salicílico, son mayores que los precedentes y difieren mucho entre sí :

$$(186,0 - 91,1)\,10^{12} = 94,9\,.\,10^{12};$$

c) Puesto que $\Delta\nu$ para el ácido salicílico es mayor que $\Delta\nu$ para la pirocatequina, parecería esto indicar que el corrimiento de la banda

hacia el rojo es tanto más pronunciado, en los compuestos bisubstituídos del bencene, cuanto menos semejantes son los radicales substituyentes;

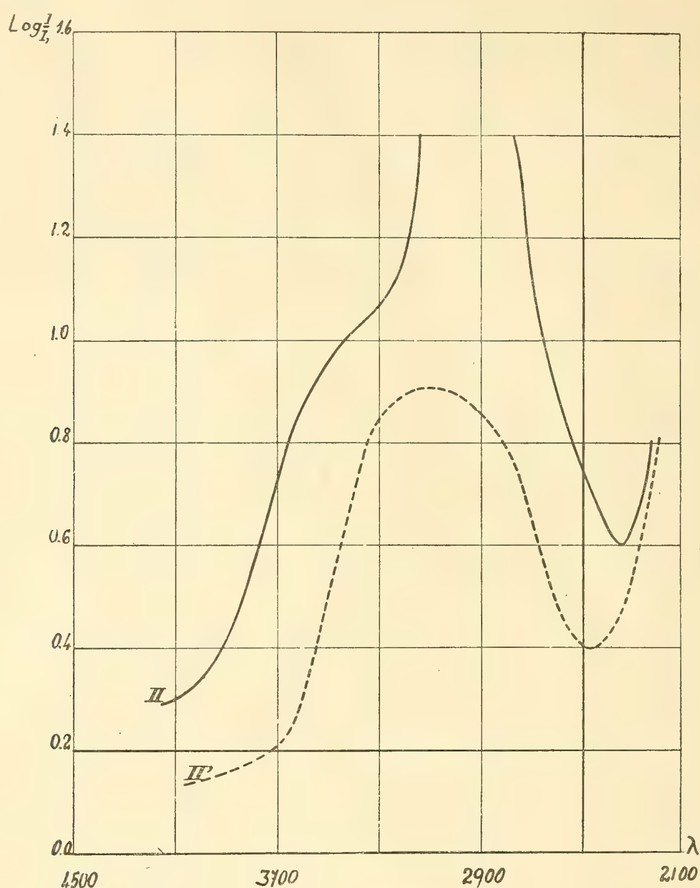


Fig. 7. — Adrenalina : II, a 0,0025 gr °/o en Na(OH) N/50, tiempo : 0 horas
II', a 0,0025 gr °/o en Na(OH) N/50, tiempo : 24 horas

d) En el caso de la adrenalina y la pirocatequina, la diferencia de sus respectivas $\Delta\nu$ es

$$(98{,}9 - 91{,}1)\,10^{12} = 7{,}8\,.\,10^{12},$$

lo que permite inferir que tratándose de derivados trisubstituídos (adrenalina), el reemplazo del tercer H del núcleo por un radical complejo, como es $CH\,.\,OH - CH_2 - NHCH_3$, no ejerce influencia muy apreciable en la estructura del espectro de absorción.

c) Influencia sobre la estructura del espectro de absorción de la adrenalina del Na(OH) *cuando se le emplea como agente solubilizante*

Es sabido que la adrenalina es muy poco soluble en agua : 0,0268 por ciento a 20° C; 0,0284 por ciento a 50° C; 0,84 por ciento a

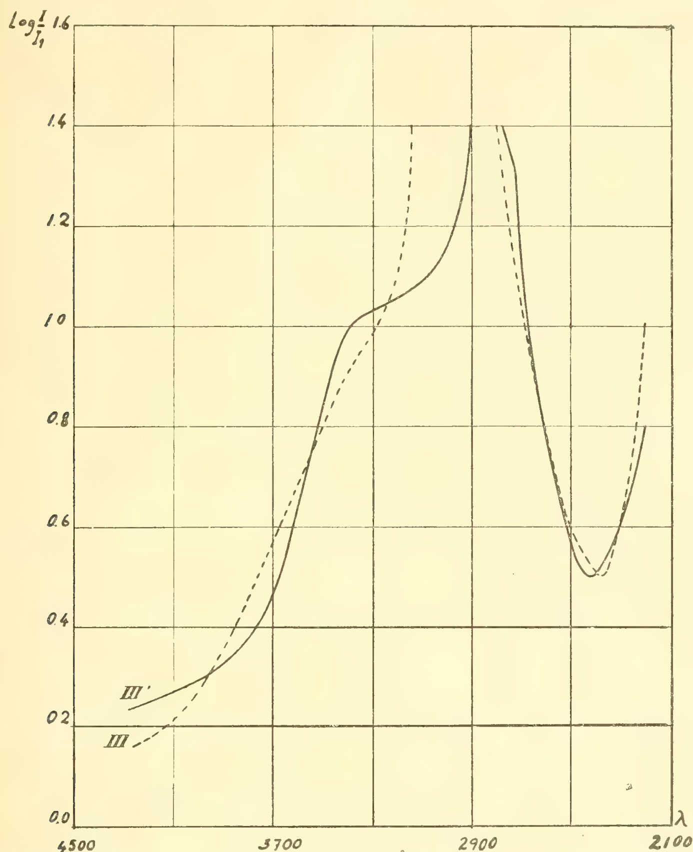


Fig. 8. — Adrenalina : III, a 0,0025 gr °/o en Na(OH) N/100, tiempo : 0 horas; III', a 0,0025 gr °/o en Na(OH) N/100, tiempo : 24 horas

100° C. De ahí que las soluciones acuosas se obtengan empleando la adrenalina salificada, preferentemente bajo forma de clorhidrato.

Así como los ácidos aumentan su solubilidad, ocurre lo mismo con los hidratos. Nos propusimos, pues, constatar qué influencia ejercía el Na(OH) sobre las propiedades absorbentes de la substancia en estudio.

Para ello preparamos soluciones alcalinas de Na(OH) N/10, N/50 y N/100, en las que disolvimos adrenalina sintética de Poulenc Frères en la proporción de 0,0025 gramos por ciento.

Cada una de esas soluciones fué sometida al examen espectrofotométrico inmediatamente de preparada y 24 horas después.

El resultado está traducido en los gráficos de las figuras 6, 7 y 8.

La primera observación digna de anotarse, comparando estas figuras con las figuras 3, 4 y 11, es el desplazamiento de la banda hacia las mayores longitudes de onda. Ello es evidente con suponer conti-

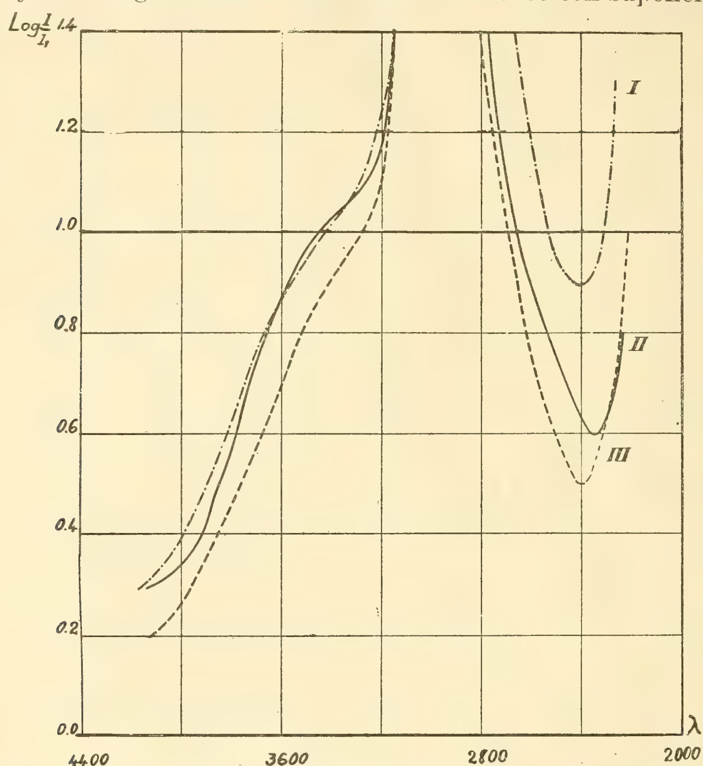


Fig. 9. — Adrenalina : I, a 0,0025 gr °/₀ en Na(OH) N/10, tiempo : 0 horas; II, a 0,0025 gr °/₀ en Na(OH) N/50, tiempo : 0 horas; III, a 0,0025 gr °/₀ en Na(OH) N/100, tiempo : 0 horas.

nuadas las curvas de acuerdo con la forma que indican los puntos establecidos hasta $\log \frac{I}{I_1} = 1{,}4$.

La segunda observación que debemos consignar, es el cambio profundo que experimentan los espectros con el decurso de veinticuatro horas, sobre todo cuando el Na(OH) interviene en pequeña cantidad como lo revelan las figuras 7 y 8 que corresponden a adrenalina disuelta en Na(OH) N/50 y N/100.

En la figura 9 presentamos agrupadas las curvas de absorción que hemos estado comparando, para las cuales el tiempo es cero;

y en la figura 10, las curvas para aquellas en que $t = 24$ horas.

Es indudable que, en tanto las de la figura 9 presentan en su aspecto general bastante semejanza, las de la figura 10 muestran diferencias notables grandemente acentuadas en los máximos.

De modo que el Na(OH), con el pasar del tiempo, va ocasionando

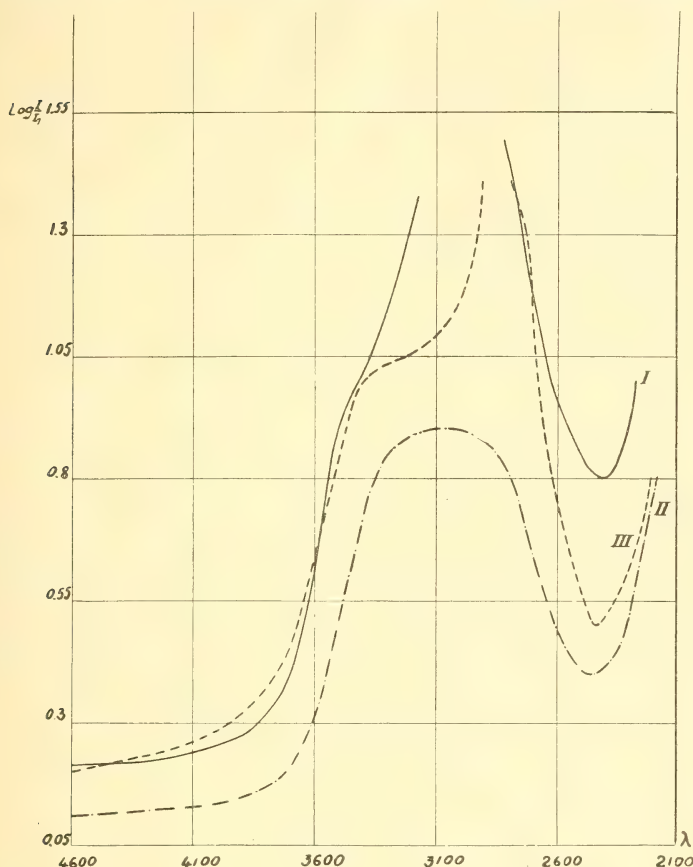


Fig. 10. — Adrenalina : I, a 0,0025 gr °/₀ en Na(OH) N/10, tiempo : 24 horas; II, a 0,0025 gr °/₀ en Na(OH) N/50, tiempo : 24 horas; III, a 0,0025 gr °/₀ en Na(OH) N/100, tiempo : 24 horas.

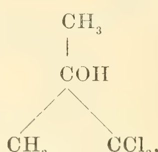
transformaciones en la adrenalina, lo cual podría parecer corroborado por el hecho de que las soluciones se decoloran paulatinamente. Así, la preparada con Na(OH) N/10 toma de inmediato color amarillo, que se torna muy débil 24 horas después; la hecha con Na(OH) N/50 es amarillo claro, y luego incolora. Finalmente, la obtenida disolviendo la adrenalina en Na(OH) N/100, presenta al principio una tonalidad amarilla asaz tenue que al día siguiente ha desaparecido.

III

APLICACIÓN DE LA ESPECTROFOTOMETRÍA A LA DETERMINACIÓN CUANTITATIVA DE LA ADRENALINA

El último tópico que nos propusimos considerar fué el relativo al grado de influencia que pudiese ejercer el tenor de adrenalina sobre los espectros de absorción o, en otros términos, verificar si sus curvas eran aplicables para evaluar dicha substancia.

Con tal fin, utilizamos la solución de clorhidrato al 1/1000 de Parke Davis. Pero como à efecto de asegurar su conservación le ha sido añadida cloretona (acetón cloroformo), cuya fórmula es



debimos prèviamente cerciorarnos de cuál era el comportamiento de este conservador frente a las radiaciones de corta longitud.

Para ello hicimos un ensayo con solución acuosa al 0,5 gramos por ciento y, examinados los espectrogramas de la placa, constatamos que su absorción era lo suficientemente pequeña como para que no dificultara el objetivo principal.

Partiendo, pues, de la solución original aludida, diluímos con agua destilada hasta obtener esta serie :

	Gramos
1º Clorhidrato de adrenalina	0,05 °/°
2º —	0,025
3º —	0,01
4º —	0,0075
5º —	0,005
6º —	0,0025
7º —	0,001

La figura 11 representa las siete curvas establecidas utilizando una cuba de 10 milímetros.

Su examen revela una diferencia bien marcada, sobre todo en los máximos de las bandas de absorción.

Advertiremos que los valores de $\log \frac{I}{I_1}$ superiores a 1,4, han sido hallados por extrapolación a partir de la fórmula

$$\alpha = \frac{1}{d} \log \frac{I}{I_1}.$$

Así, la curva V $\left(\text{cuyo máximo está en } \log \frac{I}{I_1} = 1\right)$ corresponde a la concentración 0,005 por ciento, y la III a la 0,01 por ciento, o sea el doble; significando esto que para conseguir el mismo efecto debe-

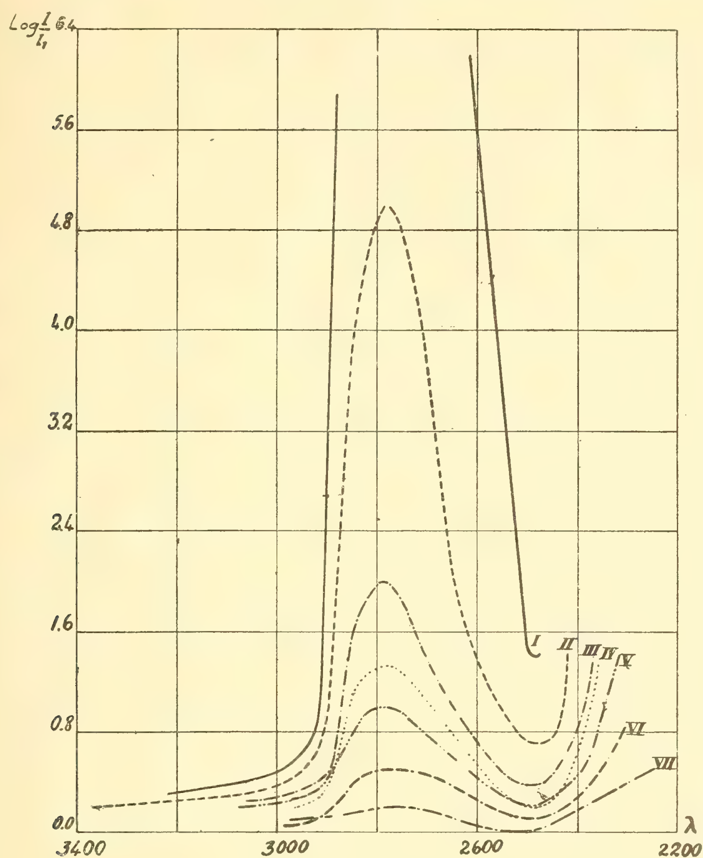


Fig. 11. — Clorhidrato de adrenalina : I, a 0,05 gr °/₀; II, a 0,025 gr °/₀; III, a 0,010 gr °/₀; IV, a 0,0075 gr °/₀; V, a 0,005 gr °/₀; VI, a 0,0025 gr °/₀; VII, a 0,001 gr °/₀

ríamos emplear de la segunda solución un espesor que fuese la mitad del de la primera, es decir, que *d* en lugar de 1 (que es el valor que ha tenido en todas nuestras experiencias) sería 0,50 :

$$\alpha = \frac{1}{0,50} \log \frac{I}{I_1}.$$

Para la curva III tendremos, pues, α ó $\log \frac{I}{I_1} = 2$.

Curva II. La concentración (0,025 °/₀) es cinco veces mayor que la de la V; luego su espesor debería ser 0,20. Por consiguiente

$$\alpha = \frac{1}{0,20} \log \frac{I}{I_1};$$

$$\alpha \text{ ó } \log \frac{I}{I_1} = 5.$$

Para la curva I (0,05 °/₀) hallamos análogamente $\log \frac{I}{I_1} = 10.$

IV

CONCLUSIONES

1ª La transparencia de la adrenalina (clorhidrato) natural y sintética para los rayos ultravioletas es igual, pues comparando sus espectros de absorción en soluciones cuya riqueza en ácido es variable, no se señalan, dentro de los límites de exactitud del método empleado, diferencias de grado notable;

2ª La estructura del espectro de absorción de la adrenalina (clorhidrato), así como la del espectro del fenol y la pirocatequina, responde a las reglas establecidas por Víctor Henri, referentes a los derivados del núcleo bencénico, revelando con respecto a éste un aumento de absorción y mostrando una sola banda — resultado de la fusión de las del bencene — desplazada hacia las mayores longitudes de onda, hecho que se acentúa a medida que la molécula se complica (fenol → pirocatequina → adrenalina);

3ª La adición de Na(OH), que permite solubilizar la adrenalina, modifica la actividad absorbente de esta base orgánica dando espectros cuya estructura en una misma solución varía con el tiempo;

4ª El método espectrofotométrico es aplicable a la valoración de la adrenalina (clorhidrato) aun cuando contenga cloretona como conservador.

Laboratorio de Físicoquímica y Química biológica del Instituto modelo de Clínica médica, abril de 1926.

MISIONES

SUS CULTIVOS DE YERBA MATE Y TABACO

Por ALFREDO GELODI

CAPÍTULO I

RESEÑA GEOLÓGICA

1. *Orígenes continentales de Sud América*

La formación geológica del territorio de Misiones, como la de toda Sud América, tiene su origen en la presión continental procedente del Pacífico, que primeramente hizo emerger la colosal cordillera de los Andes sobre el gran mar terciario entonces dominante.

La misma presión, continuando activamente hacia Oriente, encontró en la costra terrestre una potente resistencia en todo el recorrido del actual litoral Atlántico, contra el cual el antiguo fondo del mar arrocándose y quebrándose, hizo levantar largas rocas cristalinas, que constituyeron las actuales sierras, mientras de las hendeduras y vorágines subieron del fondo poderosas erupciones de lava, que se extendieron o amontonaron en el fondo del mar, delineando en tal modo la configuración originaria de gran parte del continente.

De estas dos principales emersiones costeras resultó una forma continental litoranea, con una larga concavidad longitudinal en su interior, ocupada por un extenso brazo de mar, de donde más tarde, por la acción de nuevos paroxismos, debían emerger las vastas llanuras y mesetas centrales de Brasil, Paraguay y Entre Ríos.

Más tarde las persistentes presiones fueron causa suficiente también para quebrar profundamente, en todo su recorrido central, el fondo arcaico del continente, a comenzar de la cuenca Amazónica,

hasta la gran hendedura todavía existente, representada por el río de la Plata estuario, evidentemente mayor en su anchura que los ríos Paraná y Uruguay,

Siguieron necesariamente poderosas erupciones de lavas basálticas, que se extendieron en vastos estratos, levantando, a veces, a más de 200 metros toda la profunda cuenca continental, que dejó, por consiguiente, constituída sobre un potente escudo basáltico. Al mismo tiempo se levantaba a mayor altura la vasta meseta de Matto Grosso, la cual de un modo definitivo llegó a separar las dos principales cuencas del Paraná y de las Amazonas.

Formación entrerriana. — En algunas regiones centrales, y particularmente en la de Entre Ríos, los basaltos, irradiados en varias direcciones, tomaron forma de largos diques, mientras el mar en su lenta retirada, arrojando sus olas y sus mareas contra estas oposiciones, le depositaba y amontonaba el material de aluvión, conformándolo y modelándolo en largas ondulaciones, en dunas y lomas sucesivas a veces con aspectos de largos litorales colinosos. Al contrario, donde el escudo basáltico dejó estratificado horizontalmente, los materiales marinos se depositaron en la misma forma horizontal, resultando bajas llanuras más o menos extendidas y a veces lacustres, como las de Corrientes, del Paraguay, etc.

Los diques basálticos de estas erupciones submarinas, que todavía obstaculizan la navegación, atravesando visiblemente en muchos lugares el fondo del río Uruguay y del Alto Paraná, son atestaciones evidentes de este particular paroxismo plutónico, el cual con sus ramificaciones muy extendidas, particularmente hacia Oriente, llegó a levantar toda Misiones, con sus numerosos volcanes pliocénicos, a comenzar de Apostoli hasta el Barracón, para confundirse después con el complicado sistema volcánico del Brasil oriental.

En la loma de Posadas, por ejemplo, el dique basáltico se eleva hasta 60 metros sobre el nivel del río, y prosigue por debajo de éste hasta una gran profundidad.

La impermeabilidad de las rocas basálticas se opone a la infiltración y circulación subterránea del agua y todas las regiones, como la de Misiones y Brasil, profundamente constituídas de rocas volcánicas, a menudo superficiales, no pueden disponer más que de aguas también superficiales de arroyos, o de ríos, o, artificialmente, de cisternas para agua llovediza, aguas que, a menudo, pueden volverse insuficientes, insalubres y perjudiciales. Estas consideraciones pueden

resultar preciosas para todos los que quieran dedicarse a la explotación de algún cultivo en estas regiones, donde el suelo, presentándose muy variado en el espesor de su capa sedimentaria, sólo en casos excepcionales permite útiles perforaciones para alcanzar pozos con agua potable.

Sin el levantamiento del antiguo fondo del mar entrerriano, efectuado, como se ha dicho, por las poderosas erupciones de lava todo Entre Ríos, y más allá todas las regiones centrales del Alto Paraná estarían al presente, con toda probabilidad, cubiertas por un brazo longitudinal de un extenso mar interno, pues los aluviones no habrían sido hasta ahora suficientes para colmar la profunda encurvación continental ocurrida, lo que está demostrado por el espesor muy limitado de las sedimentaciones efectuadas en toda la cuenca, que reposan sobre el escudo basáltico y no sobre el zócalo arcaico, como pasa en las regiones restantes de la Argentina.

En efecto, mientras se ha encontrado en Buenos Aires, en una perforación hecha cerca de la iglesia de la Piedad, una potencia sedimentaria igual a trescientos metros, que reposa sobre el escudo fundamental cristalino-arcaico, en toda la provincia de Entre Ríos se nota una rápida y progresiva diminución sedimentaria, a medida que se avanza hacia el Norte, hasta que a la altura de Concordia el espesor aluvional sobre el basalto no es superior a sesenta metros, lo que hace presumir una substante potencia basáltica por lo menos de 240 metros, si nos referimos a los 300 metros de aluviones encontrados en Buenos Aires; en Concordia el espesor de las sedimentaciones va rápidamente disminuyendo, tanto que antes de llegar a Posadas los basaltos son visibles en muchos lugares y emergen del suelo. También la hendedura platónica del río de la Plata debe tener un potente fondo basáltico sobrepuesto al arcaico, y, a pesar de ésto, hay que reflexionar que no está todavía colmada por los aluviones, y no da indicio tampoco de delta en el Atlántico.

Misiones y su perfil. — El territorio de Misiones, encerrado entre los dos mayores ríos de la Argentina, es recorrido en toda su longitud por una sierra central, que nos representa la traza de una ramificación de la gran hendedura de Entre Ríos, donde una más intensa actividad plutónica arrojó a notables alturas también rocas cristalinas, en medio de potentes erupciones basálticas que por último se volvieron traquíticas, produciendo muchos conos volcánicos, que en su forma primitiva están todavía bien conservados.

El perfil geológico de Misiones no es, ni puede resultar uniforme, a causa de la variada naturaleza de sus rocas, de su material volcánico y de las deposiciones marinas y aluviales entre una escabrosa y silvestre configuración del suelo.

Los basaltos, con potencia más notable que los de Entre Ríos, están levantados sobre el nivel del suelo a alturas más o menos de 60 a 100 metros; a menudo toman forma de diques y de pequeñas mesetas y reposan sobre el fondo cristalino del antiguo mar pliocénico. Las rocas arcaicas del fondo, que quedaron muy metamorfosedas en gruesos cristales por la acción de los basaltos superiores, se muestran particularmente hacia las sierras centrales y más levantadas (que de ordinario las constituyen), formando, también, con frecuencia ásperos cerros muy peñascosos, que están intercaladas o encajadas en los basaltos. De la constitución gnéisica y de gruesos cristales, que en este caso se utilizan para piedra de molino, las rocas pasan gradualmente a granos más menudos, bajo la forma de varias clases de granitos. Entre los basaltos y las rocas cristalinas no es difícil encontrar intercalaciones de cuarzo y hornblenda, que toman, a veces, forma de filones, mostrando oxidaciones de erubescita, de hierro y de otros metales, o, más decisivamente, conglomeraciones de menudísimas piritas. Los trozos metalíferos muy pesados de estos minerales, encuéntranse con frecuencia en el fondo de los arroyos, trasladados por la violencia de las aluviones. Pero la tupida vegetación arbórea de la selva misionera, cubriendo todo y obstaculizando decisivamente en cualquier parte el camino, es más que suficiente para excluir en su iniciación alguna tentativa para indagar y estudiar diligentemente este interesante y despoblado territorio.

Sobre los basaltos están las traquitas con espesor muy limitado y variable, las cuales también en muchos lugares pueden faltar totalmente, como pasa en todas las zonas que no tuvieron volcanes. Las traquitas, con color y constitución muy variables, contienen pequeños cristales de *sanidino*, *angita, hornblenda* y pedazos metarfoseados de minerales diversos; se presentan muy hinchadas, a veces con inclusiones de pequeñas bombas volcánicas; por su naturaleza labradorítica son a base de calcio, muy ricas de protóxido de hierro, y sirven muy bien para empedrados y basamentos de edificios. Su descomposición, forma une ocre friable (piedra *Tacurú*), muy pesada, cementada, esponjosa, de color rojo-obscuro y muy parecida a una laterita; tiene olor de ácido fénico y petróleo, que es debido a las filtraciones saturadas de los hidrocarburos. Esta arcilla calcárea re-

posa directamente y con pocos centímetros de espesor sobre la traquita, y, aunque sea muy absorbente, recibe y guarda el agua de infiltración de los estratos superiores, la cual, escurriéndose encima por el interior del subsuelo, ocasiona, en los bañados laterales y subyacentes, abundantes manantiales de limpia agua potable. La piedra *Tacurú* cuando está muy cargada de protóxido adquiere, en especiales condiciones estratigráficas, propiedades magnéticas.

Superiormente siguen estratificaciones marinas, formadas de material de rocas volcánicas; preséntanse en todas partes del territorio bajo la forma de arcillas calcáreas, muy coloradas, ferruginosas y lateríticas, mezcladas con pedazos de basalto, o intercaladas con anchos bancos de tosca, generalmente muy pobres de fósiles, si se exceptúa algunos fragmentos de conchas marinas cuaternarias y algunos troncos de madera silicizada.

La tosca. — Este muy interesante y estudiado conglomerado se forma y se extiende normalmente a poca profundidad del suelo, a veces también sobresaliendo y volviéndose friable por el contacto del aire. Es una cementación calcárea, variadamente colorada, más o menos arenosa o laterítica, rica de protóxido de hierro. Se ha cementado en el lugar, mediante las infiltraciones de los estratos superiores y permeables, de poco espesor, que le llevaron agua saturada de cal y ácido carbónico. Es una formación incrustante del subsuelo, que, volviéndose pronto casi impermeable, no se puede desarrollar mucho en profundidad; por estas especiales condiciones geológicas, preséntase con poco espesor, y a poca profundidad en casi todas las regiones de la Argentina. En todos los casos esta cementación de carácter local es completamente independiente, y no tiene relación en su edad geológica con otras formaciones similares de otras regiones, pudiéndose constituir a menudo, también actualmente, en nuevos estratos inferiores, a medida que los aluvios desgastan superiormente la capa estratigráfica u otra tosca preexistente.

Toda la superficie del suelo misionero preséntase con un arcilla colorada, muy endurecida y cementada y con tosca o basaltos emergentes. También en los cultivos, donde el suelo es periódicamente removido por el arado, la tierra se endurece pronto, bajo la acción de la lluvia y del sol, tomando casi la consistencia de la tosca.

Este tan debatido asunto de la formación de la tosca y de sus orígenes nos parece prácticamente demostrado por la evidencia y naturaleza del suelo de Misiones.

Los aluviones del río Uruguay son mucho más cargados de calcio que los que lleva el río Paraná por causa de la naturaleza labradorítica de las rocas de su alto recorrido. Por este motivo las tierras vegetales de todo el Entre Ríos oriental se endurecen, más fácilmente conteniendo, también, una más extendida formación de tosca.

2. *Clima de Misiones*

El clima de Misiones es una resultante de los climas de la Argentina y Brasil, pero con algunas acciones templadoras que la particular situación geográfica, altura y constitución morfológica del territorio, enteramente cubierto de selvas y rodeado de vastas avenidas fluviales, le proporcionan continuamente.

Abrazada en sus contornos por los dos mayores ríos de la Argentina, Misiones levanta su suelo colorado y sus verdes selvas, produciendo en sí misma una serie indefinible de fenómenos atmosféricos y meteóricos, que le proporcionan la humedad, moderando el calor, aumentando las lluvias y el rocío, preparando el ambiente climático más templado que el de cualquier otra región de Sud América.

Lo que mayormente impresiona, al primero que llega a Misiones, es el verde intenso, la prosperidad pintoresca de la vegetación arbórea, que en todas las estaciones del año conserva su vigor y sus hojas mantenidas por la dulzura del clima. Se puede afirmar que casi no se advierte en este territorio separación climática entre el otoño, el invierno y la primavera, confundiéndose, muchas veces, las graduaciones de sus excursiones termométricas.

La frescura de la noche y de la madrugada se mantiene normal también en el verano, con excursiones diarias de 4 a 6° grados centígrados.

Como curiosidad, citamos un característico fenómeno meteórico de esta región, que manifiéstase particularmente en los días de aparente calma atmosférica y más calientes. A veces pequeños y densos nubarrones, muy cargados de electricidad, se ven vagar amenazantes en el cielo, por lo demás sereno, llevando aquí y allá ráfagas, truenos y aguaceros, que a menudo refrescan el aire y el suelo. Pero ésta no es más que una manifestación muy secundaria y fugaz, apenas comparable en sus momentáneas influencias, a los rocíos y a las brisas, las cuales, con su constancia, benefician en forma permanente el clima.

En lo que se refiere al término medio anual de las precipitaciones

pluviales diremos que las observaciones locales dan una cantidad que varía entre 1000 y 1500 milímetros.

El verano misionero tiene excursiones que pueden valorizarse entre un mínimo de calor de 26° y un máximo de 34° centígrados a la sombra, y durante las noches de 22 a 28°, mientras el invierno tiene excursiones más amplias como de 14 a 24° durante el día, y de 9 a 19° en las noches con algunas raras escarchas en la madrugada.

Raras son entonces las plantas arbóreas que pierden sus hojas durante el invierno, habiendo, en cambio, algunas que en esta temporada florecen y fructifican. Se explica, por consiguiente, el rápido desarrollo vegetal tan característico y las varias cosechas en un mismo año, particularmente de hortalizas, que se obtienen en Misiones.

Como en el de toda la vertiente meridional de Sud América, el clima de Misiones está subordinado a las influencias de los vientos antárticos, que a veces se manifiestan en forma de borrascas frías y de heladas invernales, lo que influye, no poco, para diferenciar su flora de la más septentrional del Brasil.

Consecuencias pluviales y aluviales. — Es fácil inferir las consecuencias dinámicas que, en el suelo encorvado de Misiones, los aguaceros tropicales llevan a la constitución especial de la tierra vegetal, sea con el choque directo de las gotas proyectadas contra el suelo, como, en su mayor medida, por las masas de agua que descienden, excavando y llevando por largos trechos los materiales del suelo. Por esta causa el estrato vegetal de las lomas y colinas, descubiertas y sin defensa de vegetación arbórea, es muy pobre. El acierto del hombre llega a limitar y atenuar estos malos efectos, arreglando y construyendo desagües, según inclinaciones mínimas, recurriendo, también, a intercalaciones transversales de arboladas para obstaculizar las corrientes y obligarlas a depositar el limo vegetal, facilitando localmente la absorción del agua.

A pesar de su dureza, el suelo poroso de Misiones es extraordinariamente permeable, absorbiendo grandes cantidades de agua de lluvia, que infiltrándose en parte llega a depositarse, escurriendo luego lentamente por vías subterráneas sobre profundos estratos de arcilla o de basalto compacto, para aparecer en fin al pie de las lomas en forma de limpios manantiales.

En sus millares de arroyos, manantiales y bañados, Misiones dispone en todas partes de su territorio de abundante agua perma-

nente, que podría utilizarse para pequeñas industrias y riego agrícola.

Pero en este sentido Misiones no tendría rivales si se pensara aprovechar la potencialidad de las enormes cataratas de que dispone en el río Iguazú en su confín septentrional.

Se trata de cataratas que tienen una cascada de agua de más que 60 metros de altura, que las dos naciones confinante y propietarias (Argentina y Brasil) no podrían disfrutar, por separado, más que una mínima parte; mientras con una completa instalación, colocada de común acuerdo en ambas costas, la entera disponibilidad de hulla blanca sería recogida, llevando a las naciones respectivas una potencialidad de fuerza eléctrica y de producción incomparables. También las empresas industriales y agrícolas se multiplicarían con rapidez, estimulando la inmigración de los capitales y de los obreros extranjeros.

3. *Configuración del suelo y vegetación de Misiones*

Entre las amplias ondulaciones del suelo misionero se depositaron los aluviones, que han nivelado su fondo, formando los bañados, que permanecen anegadizos a causa del abundante desagüe de los manantiales y de la lluvia que de continuo reciben. Estos bajos lugares han constituído profundos estratos de tierra vegetal, formada por la secular descomposición de substancias orgánicas, que serían fácilmente redimibles a la agricultura regulándoles el desagüe y el riego.

Las hermosas lomas circundantes, con su rico mantillo vegetal, se prestan más generalmente para el cultivo de los árboles y, particularmente, para el de la yerba mate.

Las selvas. — La falta completa de caminos y carreteras no ha permitido todavía la explotación del monte, dejando intacto el aspecto de selva que el territorio de Misiones en su vasto interior y en mayor parte presenta.

Desde Posadas, el territorio se extiende, subiendo hacia el nordeste entre los dos ríos laterales, Paraná y Uruguay, con una continuada sucesión de colinas, lomas, pequeñas sierras, profundamente cruzadas por graciosos y sombríos arroyos, donde se levantan árboles colosales, formando selvas impenetrables que van multiplicándose en sus variedades vegetales y aumentando aún más su altura a medida en el interior. La rica vegetación arroja y confunde arriba su tupida ramificación en una recíproca porfía de altura, a su turno

separada o vencida por poderosas plantas trepadoras, que alcanzan las cimas para colgarse alrededor, formando verdes guirnaldas ornadas de flores de varios colores, que dan a todo el panorama una sucesión de tintes, de reflejos, de contornos y de maravillas que encantan, fascinan y no es posible describirlas.

El panorama continúa todavía nuevo y variado, indefinible, con las grandes obras de la naturaleza; pero la selva se espesa, la vereda se angosta en una trama de vegetación, tan tupida, que además de interceptar el delicioso campo de vista cierra a largos trechos el camino, que debe abrirse a golpes de hacha.

Entre las variedades arbóreas más preciosas se notan las siguientes:

Lapacho, Yviraró, Cedro, Yvirapitá, Loro, Urunday, Palosanto, Sota, Caballo, Guatambú, Guayaibí, Incienso, Guaviyú, Angico, Ivirá-Pitá, otras como el Pino *(Araucaria brasiliensis),* que en las sierras septentrionales de San Pedro y de la Victoria alcanzan alturas de 50 y 60 metros, constituyendo aquella parte del territorio la característica región del Pino, la más preferida también por la yerba mate. Parece que la alta sombra del Pino favorece el logro del máximo vigor vegetal a la yerba, pues es solamente allí donde alcanza dimensiones máximas, excediendo a veces los 8 metros de alto, con troncos colosales (siempre vacíos). Este hecho, bastante importante, debiera ser tenido en cuenta por los plantadores que prefirieron y prefieren las lomas de campo, a las del monte, para sus establecimientos de yerba mate.

Esta conífera tiene indudablemente una sombra especial, pues su muy elevada copa permite una máxima respiración y por consecuencia el más amplio desarrollo de la yerba y si ella alcanza en éste caso su mayor vigor, significa que es este su ambiente óptimo de humedad y frescura. En efecto, el ambiente originario de la yerba, constituído por selvas donde el pino brasileño abunda, comprende toda la región húmeda y lluviosa del Alto Paraná; también en Misiones los matorrales más prósperos encuéntranse a menudo en las faldas de las lomas o colinas, en lugares más bajos y frescos, cerca del agua corriente, o de los manantiales, o, superiormente, en las húmedas concavidades silvestres de las lomas.

La selva misionera contiene, también, algunas variedades de plantas frutales de varias especies como *naranjos* y *limones, duraznos, higos* del Brasil y de la India, *bananos* (Musa paradisíaca), *ananá, castaña* del Brasil, varias clases de *ampelideas,* de *ciruelas, níspolas* del Japón, y algunas otras especies brasileñas, a veces aromáticas y

de poco sabor, de semilla muy menuda y con aroma de tomate. Puede ser que algunas de estas frutas cultivadas con acierto, con el recurso de injertos e hibridaciones, puedan agrandarse en volumen y mejorarse también en el sabor y aroma, para merecer una importante aceptación en el mercado.

En la parte meridional y más baja del territorio, en la proximidad del Paraná, en Corpus y San Ignacio, se encuentran los primeros establecimientos de yerba mate que en Misiones se distinguen por ei vigor de sus plantaciones y la amplitud de cultivo, los más importantes son los siguientes: establecimiento Martín y Compañía, con 1200 hectáreas; la *Plantadora*, con 500; la *María Antonia*, del señor Herrera Vegas, con 900; en Santa Ana, el señor Giorgiades, con 300; en Candelaria, el señor Gramajo, con 739, etc. En Bompland y Cerro Corá encuéntranse también otros establecimientos menores de la preciosa planta. En fin, en los alrededores de Posadas se distingue el grande establecimiento de don Pedro Núñez, con 1000 hectáreas, y otros de menor extensión. En la vertiente opuesta en las proximidades del río Uruguay hay establecidos muchos yerbales de poco ensanche hasta San Javier.

Toda la parte central y superior de Misiones, hasta la línea de confín trazada por el Iguazú, se puede considerar todavía despoblada, si se exceptúan pocos indios, que en alguna temporada se dedican particularmente a la recolección de la yerba silvestre, la cual, como se ha dicho antes, abunda en muchos lugares del norte.

CAPÍTULO II

LA YERBA MATE («ILEX PARAGUAYENSIS» ST.-HIL.)

1. *Sus orígenes, características botánicas y condiciones vegetales*

La yerba mate es arbusto forestal, originaria de las regiones centrales de América meridional y, particularmente, del clima tropical y húmedo del Alto Paraná. En estas selvas, donde también al presente la yerba mate abunda y espontánea manifiesta su máximo desarrollo vegetal, se deberían encontrar sus fundamentales características botánicas. Después, por obra del hombre, del viento y los pájaros y su semilla fué propagada en los territorios limítrofes, en nuevos ambientes, algunos menos favorable por su clima y suelo, sin contar

con las degeneraciones originadas por los cruzamientos con especies afines. Preséntase generalmente en forma y constitución de arbusto, de tres a seis metros de alto, según la variedad y ambiente vegetal; se reproduce normalmente por semilla y excepcionalmente por acodo.

Como todas las Ilicáceas, o Ilicíneas, la planta mantiene su desarrollo y longevidad mediante una constante brotación alrededor del pie de su tronco, para substituirlo, pues sufre mucho por la acción del viento y los insectos. El desarrollo aéreo se compensa con una equivalente expansión subterránea : a nueva brotación superior corresponde nueva renovación de raíces, que irradiándose superiormente a las viejas invaden, con particular voracidad, nuevo terreno, absorbiéndole abundante substancia y humedad para el más rápido desarrollo vegetal, tan característico de la planta de la yerba mate.

Parece que la naturaleza se ha preocupado en substituir y compensar, lo más pronto posible, su débil constitución esquelética, formada de madera blanda y liviana, envuelta por gruesa corteza, y, por consiguiente, expuesta a los más graves ataques : *viento*, *insolación, heladas*, *insectos,* etc...

Uno solo de estos elementos destructores, aprovechando la debilidad orgánica de la planta, puede obstaculizarle su crecimiento; en estos casos, la brotación del pie vuelve activa y renueva toda la planta, que crece, por consiguiente, a lo ancho, tomando su característica forma silvestre de matorral, poco levantada y más tupida.

Se deduce entonces que la yerba mate exige condiciones de calor, de humedad e invariancia atmosférica, de tal manera especiales, que sólo el monte con sus árboles levantados puede proporcionarle. Por consiguiente, necesitada de una respiración intensa, fué abastecida de vigorosas y abundantes hojas por la naturaleza, para garantizarle suficiente actividad respiratoria, aun bajo la sombra de otros árboles, que es donde precisamente encuentra su vida característica.

Como se ha dicho antes, esta especie de yerba mate, en los nuevos ambientes, se ha dividido en muchas variedades, las cuales, encontrándose durante sus migraciones, se cruzaron, confundiéndose en sus caracteres, haciendo muy difícil al botánico una clasificación clara y distinta; pues una misma planta tiene frecuentemente las características de muchas variedades, sea en su comportamiento general, en la forma de las hojas, de las flores o de los frutos.

Observamos que no todas las variedades de yerba, aun siendo de la misma especie, florecen en la misma estación del año; al con-

trario algunas florecen en primavera (la mayor parte), otras en verano y también en otoño, lo que podrá no poco socorrer la obra del botánico en futuras indagaciones, para alcanzar una deseada y provechosa clasificación *industrial,* que más adelante intentaremos.

Se presentan, todavía, en la naturaleza caracteres particulares muy evidentes y de igual importancia: a las mayores dimensiones de las hojas corresponde siempre un mayor volumen y un particular comportamiento vegetal de toda la planta. Algunas plantas resaltan por sus tintes y reflejos de colores variados muy notables, otras demuestran preferencia por el desarrollo en altura y otras por el desarrollo lateral y a veces brotan y se desarrollan tan desordenadamente que privan el justo equilibrio vegetal a la planta; en fin, otras tienen ramas tan finas, flexibles y largas que forman las más graciosas matas redondeadas de vegetación colgante y circular.

No es fácil sorprender pronto estos caracteres en los establecimientos misioneros por la dificultad de poder encontrar plantas con ramificaciones de dos años a lo menos. La costumbre de podar o cosechar anualmente todas las ramas deforma y perjudica la natural vegetación de las plantas y también la calidad y cantidad del producto, pues las hojas de la yerba no alcanzan su madurez industrial hasta el segundo año.

La yerba con su rica florescencia axilar entre hojas y ramas produce pequeños frutos esféricos dispuestos alrededor de las ramas en racimos de cimas y ofreciendo también en el color y volumen el aspecto de la grosella (Grosularias europea).

Cada fruto contiene cuatro semillas oblongas, arrugadas, acostilladas y reunidas mediante la pulpa del fruto, de sabor amargo muy aromático.

En Minas Geraes y Río de Janeiro (Brasil), una variedad *amplifolia* produce frutos algo más grandes, con cinco semillas dispuestas en la misma forma. Es planta voluminosa de abundante producto, pero de baja calidad y por eso hay que eliminarla en los establecimientos industriales.

La semilla de la yerba es muy consistente y de muy difícil germinación y sembrada requiere en mayor medida una constante estabilidad de calor y humedad. Se efectúa su recolección durante el verano y otoño, según la clase de yerba; después hay que conservarla diligentemente en vasos adaptados, disponiéndola en sutiles estratos alternados con arena húmeda; mediante esta precaución,

hasta su siembra, la semilla germina con mayor facilidad. En los almácigos descubiertos y al aire libre, o quedaría destruída por los insectos, o la irradiación quemaría el germen, o sería arrebatada por los aguaceros; las pocas semillas restantes germinarían al cabo de dos á seis meses o más.

Los peones recurren a varios procedimientos para alcanzar la germinación. Envuelven la semilla en paños de lana húmedos, introduciéndola entre los estratos de un estercolero en fermentación, bajo la acción de un calor moderado. Después de algunos días, efectuada la germinación los peones siembran pronto la semilla hinchada en esta forma en lugar bien abonado y fresco, resguardado mediante abrigo. Los rociamientos, proporcionales a la irradiación, puédense repetir muchas veces en un mismo día y, particularmente, en las horas más calurosas.

Sea para la germinación en los almácigos, como para el desarrollo de las plantitas en los sucesivos viveros, buscan sus mejores resultados en lo interior del monte, como pasa también con el café, donde la humedad y tibieza se mantiene constante, bajo la sombra y el reparo de los árboles.

Los establecimientos de mayor importancia aprovechan muy ventajosamente, alcanzando pronta y segura germinación, las incubadoras.

En los sucesivos trasplantes y adaptaciones vegetales, que la yerba sufre, particularmente en los campos abiertos a cada elemento, está obligada a modificar y reducir su propia vegetación por causa de las continuadas substracciones de humedad que producen el sol y el viento. Asaltada por numerosos insectos (hormigas) que destruyen o deforman las hojas, atacada y perforada en su tronco por los afidios (pulgones) y particularmente por los taladros, conocidos por su rápida obra destructora, la yerba mate pone a dura prueba su innata vigorosidad vegetal.

Todo esto, como se verá enseguida, ha sugerido un nuevo procedimiento de educación de la planta y la creación artificial de nuevos ambientes, entre arboledas, más apropiados a la yerba mate.

2. *Clasificación popular de la yerba mate*

Por los varios aspectos, coloración y reflejos, formas y dimensiones que presenta la planta de la yerba mate, los plantadores la dividieron empíricamente en algunas clases, de las que las más característi-

cas serían las siguientes : *blanca, colorada, negra, pequeña de campo* y *Santa María.*

Debe tenerse en cuenta que para distinguir a primera vista estas clases se necesita un ojo muy ejercitado y experto, porque a causa de los varios sistemas de educación vegetal, de poda y de recolección introducidos, agregados a los cruzamientos, llegan a alterar y confundir a menudo el aspecto y los caracteres primitivos de la yerba mate.

La yerba blanca (Cauna brasileña). — Planta de mucho cuerpo, preséntase con reflejos blanquecinos, debidos a un particular color blanquizco del reverso de las hojas y también de la corteza del tronco y de las ramificaciones.

Las hojas, muy anchas en su parte superior donde terminan en pequeña punta, se estrechan hacia su base, tomando a veces la forma de clava o de espátula; pero se pueden considerar, en su generalidad, casi perfectamente ovaladas con bordes finamente puntillados. Los nervios secundarios están alternados con bifurcaciones asimétricas a ángulo casi recto, con respecto al nervio principal, regularmente dispuestas en un parénquima firme, cartilaginoso y muy substancioso. Alcanzan óptima madurez industrial a los dos años, obscureciéndose y endureciéndose cada día más y pudiendo quedar adheridas a la planta por muchos años, si las heladas, los insectos, o las enfermedades no han perjudicado la planta.

La extensión de las hojas (de 10 a 12 centímetos de largo por 6 a 8 de ancho) no es constante en una misma planta; los brotes alrededor del pie llevan siempre hojas más grandes y bien nutridas y, como esto pasa en todas las variedades de yerba, podría constituir objeto de experiencia y sugerir un sistema muy ventajoso de poda y de educación vegetal, con resultante eliminación del tronco, como mejor se estudiará en seguida.

Durante el primer año de transplante al campo, las plantitas, sin reparo o abrigo alguno, se desarrollan con mucha dificultad y pueden también perderse bajo la ardiente acción del sol.

La yerba colorada (Ilex gigantea). — Esta variedad, con su tendencia a desarrollarse en altura (demuestra ser la más vigorosa) deja la ramificación inferior casi desprovista de vástagos y hojas. Hay que educar la planta a base de cortaduras de cimas a fin de obligarla a tomar una forma redonda, haciendo descender su actividad a las ramas inferiores.

La hoja, superiormente ancha de 4 a 6 centímetros, por un largo total de 9 a 12 centímetros, se estrecha y prolonga hacia la base tomando más o menos la característica forma de espátula. La rosada coloración de sus bordes, ricamente puntillados, resulta en el verde naranjado del parénquima, extendiendo su hoja espesa y lustrosa entre nervios fuertes y alternados. Su maduración industrial no se completa antes de los dos años; su producción puede ser abundante, previa poda diligente y activa.

Los vástagos exteriores con sus hojas, reflejando las más lindas y variadas coloraciones en rosado dorado y verde amaranto, dieron a esta variedad el nombre de *colorada*.

La yerba negra (Ilex-Nigro). — De desarrollo medio y de copa redonda, por la coloración verde obscura de sus vástagos y hojas, ofrece una tonalidad general obscura, tan dominante que hace merecerle el nombre de *negra*.

Las hojas, de mediana extensión, se distinguen pronto por su grueso espesor y forma más redondeada, aunque algún tanto ancha en la parte superior, que recuerda la conformación de las variedades precedentes. Los bordes, finamente cerrados, limitan las nervaduras asimétricas y alternadas, llevando el parénquima que se cierra formando el ápice puntiagudo.

Es planta de ramas cortas y abundantes, muy cargadas de hojas, muy rústica, de óptimo rendimiento, bien aclimatada y resistente.

La yerba pequeña de campo. — Parece originaria de Misiones, tan perfecta es su aclimatación al campo. Tiene preferencia a desarrollarse hacia arriba más que hacia los costados, aunque no supere normalmente los tres metros de alto. A diferencia de las variedades ya descritas tiene en su mayor parte hojas lanceoladas, aunque una misma planta puede ofrecer excepcionalmente algunas hojas en forma de espátula.

Es una variedad dividida de la colorada, cruzada con otra de hojas lanceoladas y de pequeña talla, la cual, habiéndose reproducido por largo tiempo en ambientes de sequía, ha debido limitar su economía y organización vegetal volviéndose más resistente.

La pequeña extensión de sus hojas no llega a la tercera parte de las variedades precedentes; tienen bordes dentados, a veces colorados. También los frutos y semillas resultan más pequeñas proporcionalmente.

La yerba Santa María. — Es ésta la variedad más destacada en cada carácter exterior, principalmente por su exuberante frondosidad flexible y colgante, que origina una agraciada y tupida vegetación en forma de mata esferoidal. Se encuentra a menudo en muchos jardines de Minas Geraes y Río Janeiro, utilizada como planta ornamental, pues durante su abundante florescencia primaveral toma un aspecto fuera de toda ponderación.

La planta no alcanza a dos metros y medio de altura, y su vegetación de finas y largas ramas, con desarrollo colgante, la diferencian y destacan de entre todas las otras variedades enanas, que tienen constantemente sus ramas erectas y con hojas lanceoladas. Estas pequeñas variedades, de germinación y crecimiento difíciles, requieren constante humedad en la tierra vegetal y por eso encuéntrase sólo cerca de los manantiales sombríos y a los costados de los arroyos.

No está tampoco propagada por el cultivo misionero, o por lo menos no fué encontrada por el autor más que en una sola chacra de los alrededores de Posadas *(chacra Gibaja)*.

Es notable que sus hojas no tienen nunca la característica forma de espátula, que presenta la mayor parte de las *Ilex Paraguavensis*. Son, en cambio, muy oblongas (tres centímetros) y uniformemente estrechas (un centímetro), con ápice apenas perceptible y con bordes finamente dentados. Por su excesiva amargura y tonicidad, debida probablemente a un mayor porcentaje de ácido tánico, malico, o de mateina, no se puede utilizar más que para mezcla, pues, al decir de los plantadores brasileños, da el nervio y la fuerza. Su infusión, tomada en pequeñas dosis, opera como calmante soporífero. Los indios atribuyen a la yerba Santa María propiedades medicamentosas para combatir las enfermedades del estómago, del intestino y particularmente los cólicos.

3. *Madurez botánica y madurez industrial de las hojas*

Las hojas de la yerba mate no alcanzan su madurez industrial en perfecta coincidencia con la madurez botánica, la cual se produce junto a la de los frutos en febrero y marzo.

Las exigencias de la industria y del comercio, que resultan de las preferencias de los consumidores, pueden imponer a las plantas aromáticas en general una recolección de producto algún tanto anticipada o retardada, con respecto a la maduración botánica.

La recolección de las hojas verdes del tabaco, por ejemplo, se debe

efectuar con alguna anticipación a su madurez botánica, para evitar un excesivo endurecimiento de su tejido, que les daría caracteres contrarios a la fineza, flexibilidad, elasticidad y también a los colores tan requeridos por el comercio; mientras que pasa lo contrario con las hojas de yerba mate, las cuales, debiendo resultar muy pesadas, substanciosas y muy resistentes a la llama del zapecado, necesitan no solamente la madurez botánica, sino además de otra maduración (la industrial), que se efectúa más tarde, durante las noches frías y húmedas del invierno. En este período la substancia de las hojas sufre profundas transformaciones, que la industria y el consumo exigen, iniciándose por este motivo la recolección en junio e julio, después de los primeros fríos.

Estas transformaciones póstumas e independientes sirven para facilitar a la yerba la extrinsecación del sabor, de la substancia, aroma, azúcar, etc., que el consumidor exige.

En este sentido no se debe olvidar que la yerba, como la vid y la mayor parte de las plantas, produce fruto sólo en las ramas de dos años, por lo menos, y por éste también las hojas están con su madurez botánica; pero serán llevadas a su tiempo (julio y agosto) con las ramas de dos años, las cuales se podrán cortar para cosecha, dejando a la planta los vástagos de cepa del año, destinándolos a la cosecha venidera.

Con todo, algunos plantadores persisten todavía en su opinión, no completamente infundada, de cosechar en cada año todas la ramas, para no perder las hojas, que en su establecimiento caen efectivamente durante el verano.

La caída, aun cuando parcial, de hojas antes de los dos años, no es natural, pues es indicio seguro de debilidad y sufrimiento, producidos por varios factores contrarios de ambiente: como la falta de protección contra los vientos, heladas, insolaciones e insectos o, también, derivados de un mal sistema de cultivo y de recolección, o por defectos físicos y químicos de la tierra y del subsuelo, desfavorable exposición, etc.

Antiguos experimentos han demostrado que las hojas más viejas producen una infusión más substanciosa, aromática y al mismo tiempo agradable y saludable. La infusión de hojas bien maduras es también menos amarga y más agradable que la de las hojas más jóvenes, por la consiguiente atenuación de las substancias ácidas y de los alcaloides, cosa mencionada antes al hablar de la madurez industrial.

Las hojas del año, escasas como están de substancia, pierden en la

zapecada y secamiento el 15 por ciento más de lo que pierden las hojas viejas en peso, sin contar con lo inferior del producto. Por consiguiente, hay que adoptar un sistema de cultivo que permita una recolección anual de las ramas de dos años, que compensará los perjuicios ocasionados por las hojas jóvenes aún no maduras. No es, entonces, prácticamente posible efectuar en la cosecha una recolección que no evite la de hojas de edad inferior, siendo éstas parte integral de las ramas también de dos años; pero no es esta razón suficiente para cortar también la brotación nueva de la cepa y del tronco, dejando la planta sin respiración.

4. *Educación vegetal de la planta*

Todas las prácticas para el cultivo están basadas en las necesidades naturales y propias de cada planta, respecto al ambiente vegetal y al producto que se propone extraer; de la equilibrada reciprocidad de estas exigencias resulta el sistema.

Muchas veces el hombre, no conociendo suficientemente el origen, naturaleza y necesidades de la planta, cuyo cultivo ha emprendido, no sabe proporcionarle las condiciones favorables de ambiente, ni tampoco las de sistemas de podas, obstaculizando, en vez de favorecer, la economía vegetal, exponiendo las plantas a graves enfermedades y muerte.

Actualmente, por ejemplo, en el Brasil se ha podido comprobar que el cultivo del café, hecho con la usual educación de árbol con tronco único, ha sido la causa original del debilitamiento orgánico progresivo de las plantas, del que resultaron enfermedades tan graves y contagiosas, que el mismo Gobierno se vió obligado a ordenar la destrucción de muchas plantaciones infectadas. El café, como la yerba mate, no es más que un arbusto que se ha originado bajo la sombra y el reparo de la selva, destinado por el hombre a sufrir en los campos abiertos todos los perjuicios que la acción directa de los elementos le causan. Se necesita por lo menos educar y conformar la planta en modo tal que no ofrezca más que una mínima exposición a los vientos, a la irradiación y al ataque de los insectos; ésto se consigue eliminando el tronco. Se dió, en cambio, al arbusto la forma de un árbol, haciendo que levante las ramas con su vegetación sobre un tronco permanente, aumentando su vulnerabilidad y haciéndolo fácil presa de los insectos (taladros) del viento, de la irradiación, etc.

La planta sometida en esta forma a excesivas evaporaciones, gol-

peada y desordenada por los vientos, podrida por los insectos, etc., poco a poco resulta, como se ha dicho antes, tan debilitada que no puede resistir a los males infecciosos que la invaden y vencen.

Se decidió, por esta razón, abandonar el sistema del tronco único y substituirlo en cada planta por varios tronquitos menores, cada uno de ellos fácilmente renovable en caso de enfermedad o debilitamiento.

Se creó de este modo una nueva forma arbórea más extendida y más baja, menos expuesta, por consiguiente, a los elementos; forma que con su vegetación más tupida mantenía fresca la cepa de brotación y las raíces, resultando de ésto una planta más vigorosa y resistente y también más fecunda y fructífera.

Con este sistema de educución vegetal, generalmente adoptado, las enfermedades más graves del café parecen haber sido eliminadas.

El ejemplo del café es muy apropiado y la experiencia adquirida es precisamente aplicable a la yerba mate, que debiendo producir hojas y no frutos necesita una frescura constante, solamente alcanzable si la planta toma su característica forma silvestre de manchón o matorral, disposición que nos da una doble ventaja, cual es la de obtener hojas mayores en tamaño dada su cercanía a la raíz; ¿y, enfin, no es acaso el mayor producto, en menor extensión de tierra, el verdadero resultado que los plantadores van buscando mediante una bien entendida educación vegetal?

5. *Entre los yerbales misioneros*

El constante y creciente consumo de la yerba, como también el elevado gasto nacional, originado por su importación, ha fomentado, desde hace pocos años, el cultivo en gran escala de la yerba mate, cultivo que en Misiones se va extendiendo con gran rapidez. La yerba mate está por hacer su gran entrada en el vasto campo de la industria; corresponde, pues, urgentemente, abordar el asunto con criterios y sistemas modernos.

Con este primer período de gestación y de animosas tentativas, los distinguidos industriales Nuñez, Martín, Gramajo y muchos otros menores que, no obstante sus modestos productos, dieron su concurso valioso, haciendo subir la producción nacional en más de 9 millones de kilos, con una extensión general de cultivo de 10 mil hectáreas.

Son resultados éstos tanto más laudables e impresionantes si se piensa que surgieron espontáneos, sin ayuda ni asistencia alguna, en uno de los más lejanos y aislados territorios de la Nación, culti-

vando, además, una planta enteramente nueva para la agricultura.

Pero a tantos esfuerzos faltó la mente organizadora, faltó la cooperación del ente mayormente interesado y las condiciones industriales de la valiosa producción permanecieron deficientes, lo que amenaza entorpecer y también hacer fracasar a una industria que, auxiliada por la técnica y la mecánica, sería sin duda una de las de mayor porvenir.

Algunos de los yerbales misioneros adolecen del mismo defecto original señalado para el café : educación vegetal en forma de arbolitos, con un solo tronco permanente, y plantados muy separadamente, como si fueran verdaderos árboles frutales a copa permanente en vez de plantas destinadas a la producción y recolección de sus hojas y ramas bienales.

Mayor prosperidad demuestran los yerbales donde la planta fué desarrollada en varios tronquitos renovables, con el mismo sistema que en el Brasil se aplica al café, lo que todavía no es suficiente para la naturaleza y producción especial de la yerba mate.

No disponiéndose todavía de semillas seleccionadas, es decir, correspondientes a determinada clase de planta más o menos voluminosa, las variedades resultaron confusamente mezcladas ; por consiguiente, en el diverso desarrollo de cada planta, todo el conjunto no resultó justamente repartido ni cubierto el terreno ; además, durante la florescencia se multiplicaron los cruzamientos.

En el invierno sucesivo al trasplante se omite enteramente *el corte inicial del tallo*, para establecer a nivel del suelo la brotación venidera, que debería ser cortada a su tiempo con el mismo fin. De esta omisión resulta la formación de un tronco, que se volverá permanente y por consiguiente también la de un arbolito, que quedará expuesto a todos los perjuicios ya señalados.

Después de algunos años, muchas plantas se mostrarán enfermas con obstaculizada y escasa vegetación ; los troncos estarán deformados, hinchados, congestionados, agujereados por los taladros y otros insectos. A la dificultosa vegetación superior corresponde, a veces, una providencial brotación en el pie, tendiente a sobrepujar para eliminar el molesto tronco podrido, si las raíces no están también contaminadas. Las plantas comenzarán a manifestar su debilidad orgánica particularmente en agosto, bajo la acción directa del frío, o en verano por el calor excesivo, con caída intempestiva de hojas.

Además de las mencionadas, están otras varias causas de debilidad y enfermedad, que serán mejor tratadas más adelante ; entre tanto

concurren también la naturaleza de la tierra vegetal y del subsuelo y una contraria exposición del yerbal con respecto a los vientos dominantes del Antártico.

El importante problema del secamiento no está todavía resuelto satisfactoriamente a pesar de la urgente necesidad de multiplicar y mejorar el producto diario, con menor empleo de obreros, leña y tiempo y de la necesidad de evitar la inferioridad del artículo en el campo comercial.

Además de los yerbales, ya en rendimiento, surgen en Misiones de día en día nuevos establecimientos dedicados al cultivo de la yerba mate, y nuevas extensiones de campos están cubriéndose de la preciosa ilicácea; de modo que entre los misioneros ya se pronostica que dentro de poco tiempo, continuando con los insuficientes medios de explotación actuales, llegará a escasear, con relativo riesgo, el personal y la leña. En fin, debemos reconocer que existe todavía mucha indecisión en los sistemas de cultivo y de secamiento y que prevalece la no poca perplejidad ante un obscuro porvenir, crítica situación ésta, bastante peligrosa para el tan esperado adelanto de tan preciosa industria nacional.

Exigencias vegetales de la yerba mate y su cultivo. — La yerba mate debe su constitución fisiológica a todos los elementos y factores naturales que el monte proporciona en los territorios del Alto Paraná: humedad, calor, fecundidad y sombra; es decir, a la acción de los vientos, las heladas, las irradiaciones excesivas y también la de algunas clases de insectos y particularmente de hormigas (1), que en la

(1) La hormiga, terrible plaga mundial, es mucho más perjudicial a los cultivos de lo que comúnmente se cree, pues ella trabaja especialmente durante la noche; ninguno, sin haberlo podido observar personalmente, llegaría a imaginar la enorme cantidad de estas falanges devastadoras, que por la noche salen de sus cuevas, para invadir y destruir la mejor vegetación; se han encontrado, campos enteros, antes cubiertos de prósperos cultivos, arrasados en una sola noche hasta las raíces, como por encantamiento. Es notorio que entre las muchas razas de hormigas las hay que se industrian con extraordinaria actividad en la cría de los pulgones, obrando a semejanza de los hombres en la cría de las ovejas.
En efecto, las hormigas transportan y conservan en sus profundas cuevas los huevos microscópicos del mencionado afidio, resguardados en una especie de vello lanuginoso, para llevarlos en la primavera sobre las yemas de algunas plantas preferidas, como el durazno, la yerba mate, el naranjo, etc., donde se desarrollan y multiplican rápidamente, chupando la savia destinada a las hojas y a los frutos, los cuales quedan contractos y parcialmente devorados juntamente con las cimas,

tierra del campo abundan y bravamente atacan y arruinan la yerba.

Los establecimientos están situados en su mayor parte demasiado lejos del monte, para poder recibir de ellos las directas influencias benéficas; también la tierra vegetal, más o menos en declive, se va poco a poco lavando y empobreciendo por los aguaceros, por cuya causa no hay que esperar un gran desarrollo en las plantas. Se les podrá todavía mejorar el ambiente vegetal mediante intercalaciones de arbole-

de los vástagos. Mientras los pulgones se alimentan, la hormiga está allí cerca vigilante, inmóvil, de centinela, pronta a lanzarse. Los piojos tienen en su parte posterior dos cápsulas llenas de humor dulce, de que la hormiga solicita con sus antenas para hacerles rociar la leche.

Los pulgones no podrían vivir sin el socorro continuo de la hormiga. Hay que cerrar el paso a la hormiga con materias viscosas, o algo, alrededor del pie de la planta para impedirle ayudar a sus pulgones, y éstos perecerán en pocos días.

En Misiones, como en todo el Brasil, las hormigas no descansan tampoco en el invierno y prefieren efectuar sus mayores devastaciones durante las noches.

El Gobierno, desde hace muchos años, está soportando con previsora y laudable iniciativa gastos considerables para encontrar y hacer practicar los medios más eficaces para la destrucción de los insectos y en modo particular está intensificando esfuerzos contra las invasiones desastrosas de las hormigas. Varias y dignas de encomio fueron las aplicaciones escogidas con sus aparatos, capaces de desarrollar e impulsar vapores venenosos y mortales en las cuevas y galerías subterráneas de los hormigueros, o actuando también por vía de explosiones, o valiéndose de las pulverizaciones venenosas. Estos son, hasta ahora, los sistemas rápidamente divulgados y experimentados en todo el país.

Pero, si los resultados alcanzaron inmediatos efectos localizados, con la muerte y alejamiento temporario de las hormigas, los efectos no alcanzaron suficiente duración, pues, al poco tiempo, nuevas falanges de estos insectos se derramaron con aumentada voracidad en las chacras antes desinfectadas renovando sus nocturnas e imprevistas devastaciones.

La gran actividad migratoria de las hormigas, la inmensidad preponderante del suelo argentino todavía baldío y descuidado, en comparación a la superficie de las chacras donde se obró, hace volver casi ineficaz la limitada defensa actual, siendo prácticamente inadecuada e ineficaz. Frente a resultados bien evidentes e irrefutables no es suficiente alentar a los desmoralizados agricultores con la solita afirmación de que los aparatos e inventos disponibles matan y destruyen las hormigas ; hay que escoger un nuevo medio mucho más poderoso, es decir, equiparado a la grandiosidad y naturaleza del país, a su población y posibilidad económica y al fin que se debe de todos modos alcanzar.

En este asunto tan importante se necesita contraponer naturaleza a naturaleza, utilizando los elementos naturales, a fin de crear poco a poco ambientes desfavorables a la multiplicación y a la vida de las hormigas, beneficiando al mismo tiempo la producción del suelo.

Es notorio que los hormigueros se establecen en los lugares más levantados y más resguardados de la humedad, la cual resulta sumamente deletérea para las

das protectoras (eucaliptus) y también se podrá aumentar la humedad en el yerbal recurriendo a excavaciones trasversales arriba, capaces de recojer las aguas de lluvia, que después, en parte por infiltración y en parte por evaporación, resultarán provechosas al cultivo. En fin, el sistema de plantación, poda y recolección, contribuyen, también, muchísimo a conservar la frescura de la tierra y de las raíces de la yerba.

hormigas y a sus larvas. Debemos observar, también, que el suelo argentino se distingue principalmente por su relativa horizontalidad, lo que facilitaría notablemente su arreglo racional. No se comprende, entonces, cómo en un gran país tan favorablemente conformado, donde por lo demás se producen largos períodos de sequías tan perjudiciales a su agricultura y ganadería, no se haya pensado en aprovechar e intensificar en el suelo la beneficiosa acción de las lluvias y de los aguaceros, que con tanta abundancia el clima le proporciona, aunque con desarreglada periodicidad, en sus regiones.

Cerrando, por ejemplo, con pequeños diques de 35 o 45 centímetros de alto las sucesivas zonas o sectores horizontales de un campo, o de una chacra, que resultarán, por consiguiente, con variada superficie conforme a la natural nivelación del suelo, se obtendría otros tantos cuadriláteros capaces de aprisionar, por un tiempo más o menos limitado, el agua de lluvia e impedir o moderar la violencia del desagüe, facilitando una mayor absorción y filtración en el suelo y proporcionando aumento en la fecundidad y en el producto natural del pasto o cultivo.

Estas periódicas inundaciones, que pueden permanecer algunas horas, como algunos días, o también según la voluntad del agricultor o del ganadero, invaden por filtración las galerías y huevos de las hormigas, destruyendo huevos y larvas, sin excluir también los más superficiales de la langosta y produciendo, en fin, un ambiente de enfermedades epidémicas para todas las clases de insectos terrículos que serían destruídos.

El arreglo del desagüe hecho en esta forma, elimina el daño aluvial de la lluvia que lava y empobrece la tierra vegetal, mientras las deposiciones quedan aprisionadas en el sector para levantar las partes más bajas, contribuyendo a perfeccionar naturalmente la nivelación.

El gasto necesario para la ejecución del arreglo es mínimo en comparación a los múltiples beneficios, se efectuaría por grados según superficie, forma e inclinación de las propiedades.

A fin de alcanzar lo más pronto posible la liberación de esta gran calamidad, necesítase una ley o un decreto del Gobierno, que comprenda y vincule a todos los propietarios rurales, comenzando por los principales centros agrícolas y ganaderos, señalando y explicando modalidades generales del trabajo, para una progresiva y continuada ejecución de esta saludable mejora.

El cuidadoso arreglo del elemento principal de la vida animal y vegetal, que es precisamente la lluvia y una arreglada humedad, no debe ser olvidado particularmente en un país ganadero y agrícola como la Argentina, donde la sequía y la intensa irradiación producen anualmente perjuicios incalculables, favoreciendo la multiplicación de hormigas, langostas y todas especies de insectos.

Cultivo y educación vegetal. — No habiendo nada que objetar a los procedimientos comunes referentes a los almácigos y a los de los viveros, pasaremos a dar algunos consejos, que de llevarlos a la práctica, mejorarán el desarrollo de las plantas y, por consiguiente, de su producción.

Las plantitas de yerba mate traídas de los viveros, para disponerlas en la definitiva morada del campo, están constituídas por un solo tallo de algunos centímetros de alto. Efectuado el trasplante, necesitan humedad constante y abrigo contra el sol y la helada para mantenerse en vida y poder alcanzar, en un primer tiempo, bastante fuerza como para un nuevo desarrollo.

En el invierno sucesivo al trasplante las plantitas estarán en condiciones favorables para recibir y tolerar su primera poda de educación, que se efectúa mediante corte del tallo cerca del suelo, sobre algunas yemas o brotes de su pie.

No haciendo este corte en tiempo el tallo continuará absorbiendo para sí mismo toda la substancia que llega de las raíces, haciendo brotar arriba largas ramas de demasiado peso que encurvarán pronto hacia el suelo toda la plantita. En este caso el plantador, de ordinario, no ve otra medida que reintegrar el justo equilibrio de la planta, y entonces elimina la rama más pesada. El tallo, por su flexibilidad, no sufrirá tampoco el peso de las sucesivas brotaciones, lo que obligará a trabajosas y onerosas prácticas de poda, con relativo e inútil desperdicio de la economía vegetal de las plantas y del tiempo. Y todo esto se hace para levantar dañosamente la planta y su copa sobre un tronco permanente, que sabemos es tan preferido por los taladros e insectos de todas clases, tronco que, como se ha repetido varias veces, no sirve más que para exponer mayormente su vegetación a evaporaciones y perjuicios de todas clases.

Se deduce, entonces, que la creación tan desventajosa del arbolito sale espontánea y natural de las manos del plantador, ya que así conformada llegó del vivero la plantita.

¿ El error está originado en el vivero por una mal entendida poda inicial con fin de alcanzar más pronto plantitas más altas, o es originado por la naturaleza del germen y de su inicial manera de desarrollarse ? Es cierto que sólo por vía de excepción la menuda plantita podría sufrir en el vivero una primera educación, para incitar su brotación del pie, lo que resultaría muy provechoso, haciendo ganar por lo menos un año en su adelanto sucesivo.

Volviendo ahora con nuestras consideraciones nuevamente al corte

del tallo, efectuado al segundo año en el campo, no tordará mucho tiempo en que una nueva y más vigorosa brotación del pie subirá, con varios brotes que se deberán vigilar y corregir a fin de secundar la formación de la cepa al nivel del suelo.

De este modo se continuará cortando cada seis meses las ramitas más vigorosas, con el cuidado de dejar siempre alguna yema cerca de la cepa. Se irán de esta manera multiplicando y vigorizando los brotes alrededor de la cepa, que también se volverá más extendida, en proporción a una mayor difusión y expansión subterránea de las raíces.

Al cuarto año ya las plantas de yerba están constituídas en forma de mata, habiéndose reglado la poda, como para alcanzar en el quinto año, sobre cada una, una brotación de ramas de un año y otra de edad inferior.

Al quinto año se tendrá ramas de dos años disponibles para cosecha, y las otras servirán para la cosecha del sexto, mientras nueva brotación saldrá sucesivamente a substituirla y a conservar la suficiente respiración de la planta.

Con este sistema la cosecha se hace cada año, cortando con tijeras, y no con machetes ni otros instrumentos, solamente las ramas de dos años, lo que permitirá a las hojas aderidas a sus ramas conservarse más frescas para el zapecado, que se debe hacer lo más pronto posible.

Resulta evidente que este sistema de fijar y establecer toda la vegetación sobre una sola copa, sin tronco, en la más directa dependencia y proximidad de las raíces, además de eliminar todos los perjuicios que sufren los arbolitos con tronco, ofrece también la más segura vigorosidad vegetal, facilitando la cosecha y el corte de las ramas; mientras el tupido matorral que le resulta conserva con su sombra frescura saludable a las raíces, también las hojas resultarán más nutridas, más grandes y más pesadas. Por lo que se refiere a los insectos (taladros), dado que no atacan más que los troncos de varios años de edad, deberán buscar en otros lugares su madera preferida para efectuar su obra nefasta.

En cuanto a los yerbales ya establecidos y educados a árbol, el corte del tronco ya envejecido es muy peligroso si no tiene bastante brotación al pie; además, por su blanda madera se pudre pronto y no es eficiente tampoco a la herida el alquitrán, pues el pudrimiento llega en poco tiempo a las raíces, haciendo morir la planta.

La yerba mate, por su naturaleza, dispone de una maravillosa vigorosidad vegetal; por consiguiente es muy voraz y constantemente

necesita mucha agua. Sus vigorosos órganos respiradores están en relación con la abundante circulación de savia; por estas razones fisiológicas no sufre tan fácilmente las cortaduras demasiado radicales, que le llevarían detenciones violentas en la circulación, y de allí congestiones y sofocaciones orgánicas, a menudo mortales.

6. *Nuevos sistemas de fundación para establecimientos de yerbales*

Sin duda, la mejor tierra para la yerba es la de su origen o de monte, con exposición hacia el norte. El gasto del desmonte no debe en ningún caso asustar al plantador para hacerle preferir la tierra de campo, la cual, además de su demasiada exposición a los elementos perjudiciales, está muy empobrecida y lavada por la continuada acción de la lluvia, cuyo escurrimiento está favorecido por el declive general del suelo misionero.

Al contrario, la gran fecundidad tan característica de la tierra del monte (humus) facilitará de un modo prodigioso el adelanto vegetal, y la yerba, con su más frecuente y abundante rendimiento, compensará ampliamente el gasto de desmonte. Pero hay muchas otras razones importantes a favor de este punto de vista.

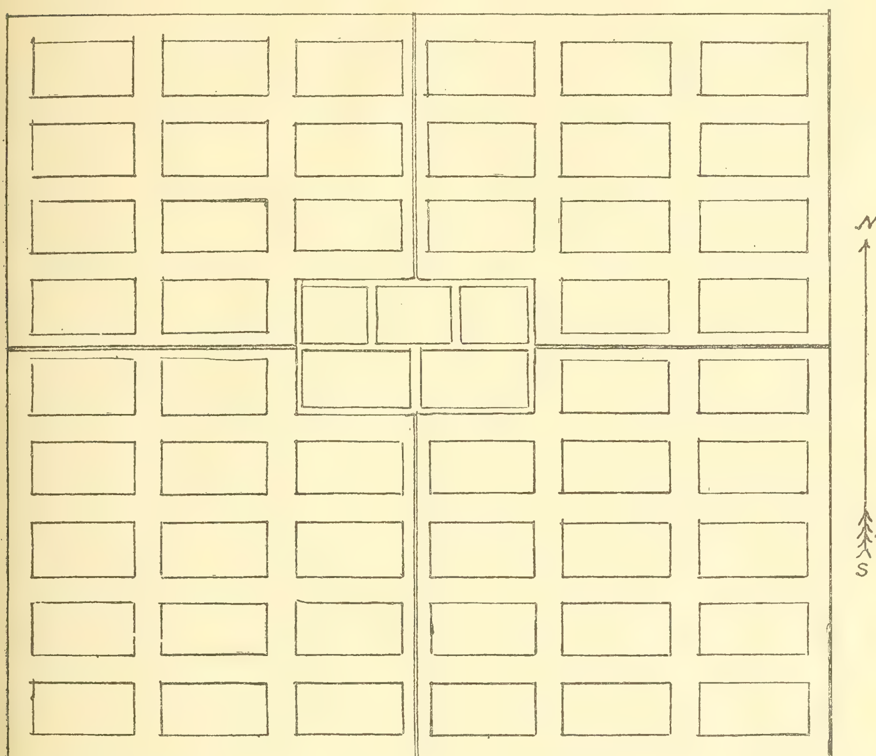
Ante todo, no se debe en ningún caso aconsejar el desmonte general, por la urgente necesidad continua de leña que la industria requiere en las inmediaciones del establecimiento, y también por la defensa y reparo que la yerba necesita que no puede obtenerse sin la protección directa de otros árboles.

Hija natural del monte, la yerba fué dotada por la naturaleza de funciones orgánicas capaces de garantizarle su máxima prosperidad vegetal en la húmeda, aún viciada atmósfera del monte, pues es éste el ambiente natural de su vida, que nosotros debemos conservarle en el nuestro nuevo campo de su cultivo. Es decir, que debemos proporcionarle, desde la iniciación del trasplante, un ambiente parecido al del monte, efectuándolo con arte y con modalidades adquiridas en la práctica climatérica de la región, de manera que los árboles, o arboledas, que se deberán dejar entre la yerba, con su disposición y altura, ofrezcan suficiente reparo contra las variaciones perjudiciales del clima.

En el supuesto caso de haber elegido para el nuevo establecimiento un monte de 200 hectáreas, procederemos a desmontarlo en la siguiente forma: cortaremos los árboles en un espacio rectangular de 100 por 200 metros y a cada lado, mediando monte natural de 50

metros de ancho, abriremos después otro rectángulo de las mismas dimensiones que el primitivo (2 hectáreas) y así sucesivamente, de modo que aprovecharíamos 50 rectángulos más o menos de 2 hectáreas cada uno, lo que daría 100 hectáreas aprovechables muy útilmente, sin contar la ventaja de la necesidad inmediata del combustible.

Antes de establecer la dirección de las arboledas y la forma en rec-



Escala : 7:100.000

tángulos de los yerbales, hay que considerar la dirección de los elementos más perjudiciales, como el viento y la irradiación. Afortunadamente en la Argentina los elementos extremos están en dirección diametralmente opuesta, es decir, que mientras los vientos dominantes que llevan las heladas proceden constantemente del sur, los vientos y las irradiaciones más calurosas llegan del norte, lo que facilita mucho la defensa principal o máxima; las arboledas (fajas de montes), dirigidas de este a oeste, resultarán las más eficaces, por su dirección y por sus intervalos limitados a 100 metros; las otras menos

numerosas y menos cercanas, que cruzan las precedentes de sur a norte, resultarán sólo cada 200 metros, pues tienen funciones secundarias y eventuales, no menos importantes en lo que respecta a la humedad, los vientos, y también para completar la barrera contra el vuelo de los insectos.

Los plantadores que disponen sólo de tierra o de lomas, despojada enteramente de vegetación arbórea, pueden remediar artificialmente la falta de leña y de defensa estableciendo con el mismo sistema arboledas de eucaliptos gigantes, educados a copa muy elevada, resultando más valiosos por su madera y por su eficiencia insecticida; pero se deberán proveer periódicamente de abono a los yerbales vecinos a estos árboles muy voraces.

En los yerbales ya establecidos y desprovistos de montes y de leña se podría recurrir a un remedio muy fácil y práctico, que podría dar también resultados inesperados: substituir pronto con eucaliptos, u otra clase de árboles, todas las plantas de yerba ya fallecidas o enfermas.

A fin de garantizar el máximo desarrollo a la yerba y destruir y eliminar en su iniciación las raíces y los gérmenes de los yuyos, hay que practicar el desmonte sacando los árboles con todas sus raíces, lo que podrá también permitir una perfecta equidistancia y dirección entre las hileras de toda la plantación.

La profundidad de las excavaciones que cada árbol requiere para sacarlo, representa de un modo precipuo la elaboración que la tierra necesitará en cualquier establecimiento de plantas arbóreas industriales, para hacerla de duradera permeabilidad y fecundidad.

Además del mayor producto de madera útil para construcción que se alcanza con esta forma de desmonte, se obtiene también un provechoso entierro del estrato de humus o abono natural del monte, que sería en seguida transportado por los aguaceros, dejándolo en la superficie del suelo, en vez de enriquecer el terreno adyacente a las raíces.

Insistimos en esta forma de desmonte, sabiendo muy bien que contrariamos la costumbre antieconómica inveterada en toda Sud América de cortar los árboles a un metro sobre nivel del suelo, perdiendo así la mayor parte del tronco. Pero, en el presente caso especial, donde trátase de establecer una planta industrial tan valiosa como la yerba mate, por la doble mira, se podría acaso resolver por una favorable excepción a la costumbre.

En resumen, estableciendo yerbales en la forma explicada, entre

arboledas, se permite al monte acompañar y proteger la yerba mate de lo que es su origen, después de haberla cuidado racionalmente en sus nuevas transformaciones a través de las fases de su más moderna industria, proporcionándole siempre los elementos de su vida, aquellos mismos elementos de humedad y calor destinados, en fin, a transformarla en la deliciosa infusión tan estimuladora para el trabajo.

Los intervalos entre las plantas de yerba son dependientes de la clase, sistema de educación y recolección que se quiere adoptar, es decir, del volumen de la vegetación, a la que está relacionada también la expansión de las raíces.

En el caso aquí estudiado, donde la brotación de las ramas sube directamente del suelo, y la recolección se aconseja sólo sobre ramas de dos años, difícilmente la mata arbórea podrá superar, en esta época, un diámetro de 2 metros, lo que demuestra que estableciendo en el sentido longitudinal intervalos de 2 1/2 metros, resultará, esta medida, suficiente. Después, si consideramos la naturaleza vegetal de la yerba (matas, manchones y matorrales) y su necesidad de frescura, no destinaremos entre los hilares distancias mayores a 3 metros, alcanzando 1320 plantas por hectárea.

Arrastrados por los sistemas ya usados en otras plantaciones arbóreas frutales, de muy diversas especies y necesidades vegetales, los plantadores misioneros establecieron en su mayoría los yerbales con plantas demasiado distanciadas, con educación a árbol, exponiendo toda la plantación a demasiada evaporación y sequía, lo que sumamente perjudica y disminuye el producto y también la longevidad de los yerbales.

7. *Introducción al estudio químico de la yerba mate y distinción de los tipos industriales*

Botánicos y químicos de gran valer han estudiado las varias formas vegetales de la Ilex, distinguiendo la especie Paraguayensis en sus muchas variedades, lo que, si ha enriquecido una interesante rama de la botánica, no ha beneficiado la preciosa industria de la yerba mate, la cual requiere variedades vegetales comercialmente típicas, que sólo la química puede descubrir y la botánica distinguir e integrar en el campo vegetal.

La yerba mate de cultivo, o de monte, todavía introducida en el consumo pertenece (salvo sofisticación) a una sola especie: la *Ilex*

Paraguayensis St. Hil., la cual, como se sabe, se ha subdividido en muchas variedades y subvariedades, donde no se han traído y establecidos tipos todavía por muchas razones que consisten principalmente en la brevedad del tiempo de cultivo y estudio industrial de la yerba mate.

El estudio que nos proponemos no encamina nunca al análisis químico de la yerba ya mezclada del comercio, y tanto menos la dirigiría a la búsqueda de la planta buena para producir la mejor infusión, pues, en este supuesto, necesitaríase una planta de yerba con una acumulación tan compleja de caracteres y elementos, que no sería posible encontrarlos en un solo individuo vegetal y, todavía, admitiendo ésto, cada característica de la especie saldría tanto más disminuída, cuanto mayor fuera la acumulación de los caracteres botánicos y sus cruzamientos.

Por esta ley fundamental de botánica experimental el análisis químico debe dirigirse por la vía opuesta, mucho más fácil, es decir, a la búsqueda de plantas que ofrezcan cada una caracteres químicos destacados y dominantes, a los cuales deberán corresponder caracteres vegetales típicos y propiedades diversas en el sabor, aroma, fuerza, etc.

Las plantas, elegidas con este método, serán estudiadas por el botánico y cultivadas aparte para intensificarles y condensarles (ingertos, hibridaciones, educación, etc.) su carácter dominante, de que saldrá el nuevo tipo industrial y también vegetal.

Este fué el concepto originario de la gran obra cumplida por los ingleses en el mejoramiento de muchas especies vegetales y animales y en la constitución de las razas, probando magistralmente cómo la ciencia experimental pudo llegar muchas veces a alcanzar el milagro de la creación, levantándola triunfalmente sobre el rústico resultado de la naturaleza, o mejor también sobre la prevención, el prejuicio y el fatalismo de los hombres y, sin embargo, creando útilmente a la industria y al comercio nuevos y ricos productos que no encuentran concurrencia o competencia comercial.

¿ Por quién no fué, por ejemplo, advertida y reconocida la importancia económica y comercial del magnífico resultado, recientemente obtenido por los ingleses, en sus nuevas colonias de la India, en la producción de un excelente tipo de café que alcanzó pronto la preeminencia en el aroma y perfume?

El gran consumo de mate, ya extendido en toda la América del Sur, y la creciente expansión mundial de su comercio no puede dejar

indiferente la política económica de las naciones productoras y directamente interesadas.

La yerba mate es, todavía, un producto rústico, que necesita seleccionarse e individualizarse entre su variada constitución fisiológica, obra que requiere ciencia, tiempo y medios, que produciendo beneficio y utilidad pública es de entera competencia del gobierno.

Las variedades, aunque muy mezcladas en sus cruzamientos, ofrecen a veces características dominantes tan destacadas que exigieron clasificaciones vulgares. Concurren para esta clasificación un sinnúmero de factores, como la época y forma de la eflorescencia, las cuales son muy importantes para la constatación ya aquí señalada, pues mientras en su mayoría las plantas de yerbas florecen en la primavera, otras florecen en el verano o en otoño y, a veces, hasta en invierno. También el paladeo directo de las hojas verdes puede resultar de alguna ayuda, pues tienen sabor, amargor y aroma muy diferentes. De un modo particular varía el amargor, que a veces se vuelve parecido al de la almendra amarga, otras al de la almendra del durazno, o al de otros frutos o flores. Las variedades de hoja ancha son menos amargas, con aroma menos penetrante y sabor más substancioso que el de las hojas pequeñas.

Las delicadas y variadas suavidades aromáticas, que las hojas verdes bien maduras ofrecen a la degustación, entre sus varias clases, se pierden casi enteramente durante el proceso de los sistemas de secamiento actualmente empleados. Puede ser que el análisis químico, auxiliado con los modernos procedimientos de los alambiques, pueda alcanzar resultados de mucho provecho, descubriendo valiosos y todavía desconocidos estratos y esencias para mejorar el producto de la yerba y su infusión.

También por otras vías estas indagaciones experimentales pueden llegar al fin inmediato de las constituciones botánicas de nuevos tipos vegetales e industriales. El variado comportamiento y aspecto de las plantas, la forma de coloración diversa de sus hojas y vástagos, el variado desarrollo de las ramas, la coloración y espesor de la corteza, etc... constituyen nuevos elementos e indicios, que de un modo inevitable deben corresponder a una diversa dosificación de los componentes químicos y también a uua diversa clase vegetal.

No hay duda que la infusión de yerba mate, preparada con hojas pertenecientes a una sola planta de cualquier variedad, resulta deficiente, y, a veces, francamente desagradable. Las causas de estas variaciones no son indagables más que mediante el análisis de referencia.

También los molinos, antes de poner en el comercio la yerba, tienen necesidad de practicarle laboriosas mezclas con otros productos de yerba de procedencia diversa, para mejorar y completar la calidad. Pero estas manipulaciones, que están completamente confiadas a la casualidad, no pueden ofrecer resultados satisfactorios y tampoco garantía alguna. Se obra a tientas en la búsqueda de características invisibles e indefinibles, que pueden también faltar en los lotes de yerba que se mezclan de la misma manera que puede faltar en los millares de ostras, que diariamente se sacan del mar, la valiosa perla ornamental.

De este modo la crítica situación redunda en perjuicio del consumidor, el cual, de grado o por fuerza, está obligado a contentarse con lo que la casualidad ha producido una vez para todos.

Para adelantar la aceptación de la yerba mate se necesita que el comercio pueda ofrecer tipos substancialmente diversos, correspondientes a los varios gustos de los consumidores. Pero las actuales plantas de yerba no disponen más que en forma muy atenuada, entreverada por cruzamientos, las características destinadas a distinguir los tipos; lo que significa que el producto que la industria espera debe resultar con caracteres simples, de mayor potencialidad, librado de todos los elementos secundarios y superfluos.

Sirve para explicar el empobrecimiento de las características intrínsicas y su atenuación, por causa de sucesivos cruzamientos, el siguiente ejemplo :

Suponiendo que una planta de yerba (el tipo simple y original que nosotros necesitamos) hubiera en su origen contenido el carácter intrínseco y dominante A, que se cruzare con otras variedades de elementos dominantes B,C,D, se tendría con este cruzamiento el siguiente resultado :

$$\text{Híbrido} = \frac{ABCD}{4},$$

donde cada uno de los caracteres originarios resulta dividido por 4; es decir, más atenuados o debilitados. Si la planta sufriera nuevos cruzamientos con otras de caracteres diversos, es claro que los elementos intrínsecos del aroma, sabor, fuerza, etc., resultarán siempre más disminuídos y débiles en el conjunto de sus infusiones, lo que en realidad pasa con la yerba mate de que actualmente se dispone.

Resumiendo : el químico señala y aprovecha el material vegetal do-

tado de un elemento dominante. El botánico separa y aparta en su cultivo experimental las plantas que tienen el mismo elemento intrínseco; y sobre cada una de estas plantas obrará (injertos, hibridaciones vegetales) para multiplicarle siempre más el mismo elemento, el cual, desarrollándose y extendiéndose, terminará por ocupar toda la planta, expulsándole los otros elementos vueltos débiles o inertes.

De estos procedimientos resultarán plantas con características botánicas nuevas, típicas y uniformes, más vigorosas y longevas, en nuestros días enteramente desconocidas. Es decir, que se habrán constituído tipos vegetales puros, cuyas hojas mezcladas con el perfecto arreglo de las dosis, podrán ofrecer varios y distinguidos tipos de mate, satisfaciendo a todos los gustos y exigencias del mercado.

Análisis químico de las hojas de una misma planta

1° Proporción de pérdida de agua de las hojas de dos años después del secamiento completo;

2° Proporciôn de agua contenida en la hoja verde y luego en la seca;

3° Proporción del elemento gaseoso;

4° Proporción de elementos orgánicos e inorgánicos;

5° Proporción de substancias neutras o de reserva: *celulosa, almidón, azúcar, albúmina,* etc.;

6° Ácidos orgánicos: *málico, tánico, cítrico, oxálico,* los cuales en conjunto con las substancias neutras tienen su influencia en el sabor de la infusión y también sirven para la conservación de las hojas desecadas;

7° Alcalis: *amoníaco*;

8° Alcaloides: *mateína* (o ilexina, o cafeína).

La *mateína* es el alcaloide principal del mate, análogo a la *cafeína,* de la cual se diferencia sólo por el aroma, gusto y sabor. La *mateína,* como la *cafeína,* tomada en pequeñas dosis es estimulante enérgico, pero en elevadas dosis es un veneno muy potente. Confiere al mate la fuerza y en conjunto con el *ácido tánico* también la tonicidad. Las variedades de hojas chicas contienen mateína en mayor cantidad y algunos vestigios de ácido prúsico;

9° Substancias de reserva: *aceitosas, resinosas, cerosas.* Son *hidratos de carbono,* que asumen gran importancia, pues producen el aroma característico, que se desarrolla con lentitud durante las pequeñas fermentaciones útiles a la yerba en su sazonamiento, y en forma

más manifiesta bajo la acción del agua caliente en las infusiones.

Como son substancias fácilmente fusibles, esenciales y volátiles, quedan con presteza destruídas en los procedimientos de secamiento, operados sin cuidado, dejando la grasitud en las hojas y causando al mate el repugnante olor a sebo quemado.

Las plantas analizadas y elegidas como suficientemente típicas, llevadas en cultivo experimental serán detalladamente descritas, matriculadas y registradas como en los sucesivos resultados obtenidos, sea en el campo de química, como en el de la botánica.

En estos trabajos preliminares no serán nunca superfluas las anotaciones acerca de las observaciones diarias, pues trátase de material de fundación, en el que se basa todo el edificio de las nuevas constituciones vegetales típicas, que revelarán provechosamente a la industria y a la ciencia los singulares caracteres originarios de la *Ilex paraguayensis*.

Es natural que este largo y paciente trabajo, a base de análisis y procedimientos botánicos, necesita tiempo, debiendo reproducirse por semilla, por transplante, por injertos o hibridaciones las nuevas constituciones vegetales. Trabajos muy delicados, que requieren todos los auxilios y comodidades, que sólo puédense encontrar en una institución técnica y expresamente establecida.

Muchas sub-variedades de yerba que hoy día, sin saberlo, se cultivan, y que sólo por el análisis pueden resultar demasiado deficientes en los elementos intrínsecos industriales, serían pronto eliminadas y substituídas con nuevos tipos más vigorosos e íntegros, que la institución experimental esperada habría producido. Con las utilidades económicas de estos suministros a los productores, la institución gubernativa, en poco tiempo, podría reintegrar al erario los gastos soportados.

8. *Zapecado y secamiento*

El secamiento de la yerba mate presenta muchas y especiales dificultades de carácter técnico, que la mecánica debe todavía resolver para suplir a todas las exigencias que requiere el mismo, sin disminuir la calidad de la yerba o quitarle sus valiosas y delicadas características comerciales.

La violenta función del zapecado no es más que de carácter transitorio y preparatorio a la del secado, sirviendo, ante todo, para eliminar pronto el mal olor del verde, permitiendo conservar a la clorófila su color natural.

El fuerte y fugaz calor de la llama oxidante, con la ayuda de una mano experta o de maquinaria apropiada, sólo produce a la yerba una tostadura exterior y puramente superficial, que se manifiesta cumplida cuando se ha obtenido el agrietamiento y hendimiento en el reverso de la hoja; también las cimas zapecadas de los vástagos débense quebrar fácilmente.

La costra que se forma exteriormente, casi impermeable, sirve para obstruir muy útilmente los poros de las hojas, cerrando así bruscamente el paso de las substancias resinosas, oleosas y fragantes del interior y obstaculizando la volatilización del aroma durante el secamiento.

Se explica la fijación del color verde natural, teniendo en cuenta que, bajo la acción repentina de la llama, la clorófila no puede disponer pronto de suficiente oxígeno y humedad para transformarse y destruirse, permaneciendo, por tanto, su brillante estado verde, tan favorable al valor comercial del producto.

El secamiento debe seguir pronto al zapecado para evitar el fácil ablandamiento e hinchamiento de la yerba, lo que destruiría el precioso efecto del zapecado, llevando las hojas a transformaciones ácidas muy perjudiciales a la calidad resultante.

Exigencias industriales. — Actualmente las industrias mundiales basan todo su adelanto y desarrollo comercial en el perfeccionamiento, casi diario, que sus maquinarias consiguen a fin de obtener artículos superiores con un gasto inferior, es decir, alcanzar la victoria entre la gran concurrencia del mercado.

Se comprende entonces el alto valor de algunos inventos, que constituyen todavía secretos profesionales celosamente guardados, que muy difícilmente, o sólo con demasiado retardo, pueden entrar en el dominio público para su difusión y utilización inmediata.

Mientras la naciente industria nacional de yerba mate carece del medio mecánico para poderse alentar, hemos asistido *impotentes* a algunas tentativas aisladas de industrialización mecánica, donde a veces se ha gastado mucho, alcanzando poco, por falta de específica experiencia técnica en la distribución y utilización mecánica de los elementos en el secadero, y por falta de conocimiento fisiológico de las hojas de yerba y de sus racionales transformaciones químicas, equivalentes a la acción de bien determinadas graduatorias alternadas de calor, de humedad y de ventilación.

Los yerbales misioneros necesesitan con urgencia de un *zapeca-*

dero que no queme ni cocine el interior de la hoja, y de un secadero, que, utilizando enteramente el calor de zapecado, pueda con economía y racionalidad mecánica cumplir un secamiento *simultáneo, rápido* y *uniforme.*

Los secaderos varían en su constitución, forma y funcionamiento con la naturaleza de la materia que se va a secar y el ambiente climático donde se trabaja. En el caso específico, tratándose de pequeñas hojas muy resistentes y aromáticas, a base de substancias preciosas fácilmente volátiles, hay que buscar un sistema que permita a todas las hojas recibir al mismo tiempo la misma graduación de calor, humedad y ventilación. El clima variable y borrascoso de julio y agosto, temporada de la recolección, requiere secaderos bien construídos con ladrillos y no demasiado altos.

Procedimiento de secamiento. — Importante es, también, conocer el grado máximo de calor que puede soportar la yerba en las distintas fases de su secamiento, sin perder algunas de sus características comerciales, que pueden, todavía, variar según la clase de yerba.

La primera fase puede durar de 3 a 4 horas. La falta de una preventiva clasificación industrial entre las plantas de yerba y de una división por clases en yerbales separados, obliga a secar al mismo tiempo hojas grandes y chicas, viejas y jóvenes, lo que trae, a menudo, algún perjuicio inevitable al producto.

Se inicia la primera fase con una temperatura de 50°C. que se aumenta de hora en hora de 4 a 5°C. hasta llegar a 70°C., con ventilación activa y constante, para eliminar la exuberancia de humedad impregnada de anhídrido carbónico, muy perjudicial al color y al sabor de la yerba. Piénsase en que en esta muy difícil fase, más rápidamente que el calor detenido, influye la ventilación con aire caliente.

En la segunda fase, con duración de 2 a 3 días, se alcanzarán gradualmente los noventa grados; la ventilación disminuirá con la gradual diminución de la humedad. Entre la segunda y tercera fase, si el tiempo lo permite, se dejará durante alguna horas de la noche el secadero abierto para proporcionar a las hojas un saludable ablandamiento, que facilitará posteriormente el secamiento y evaporación de gases ácidos, todavía contenidos y aprisionados en la materia.

Se inicia la tercera fase después del ablandamiento de las hojas y del consiguiente enfriamiento en el secadero, llevando en la primera hora poco a poco la temperatura a 75°C., con ventilación moderada;

a las dos horas ya se puede elevar a 100° y después aumentar algunos grados hasta la desecación completa.

Se entiende que estas indicaciones no constituyen más que instrucciones generales, que la naturaleza de la yerba, el clima exterior, la especial constitución interna del secadero y la capacidad e iniciativa del técnico obrador pueden modificar algún tanto. Síguese de ésto que el sistema de secadero y el procedimiento influirán mucho en la calidad del producto, en el tiempo necesario para el secamento y en el gasto de combustible y de jornales.

El defecto general, que se puede encontrar en la mayor parte de los secaderos modernos, de cualquier clase y empleo, se debe a la falta de uniformidad distributiva y difusión de los elementos de desecación, que existe entre los varios sectores o zonas de un mismo horno, o ambiente desecador. Así que mientras la materia puede, intempestivamente, desecarse en un punto del ambiente, en otro punto necesita todavía mayor tiempo, o peor, en otra zona muerta, se producen fermentaciones, enmohecimientos o pudrimientos.

La capacidad, la forma y especialmente la altura del horno, como la maquinaria, destinada al movimiento y remoción de la yerba, débense adaptar a la naturaleza de la materia y a la espontánea impulsión y expansión de los elementos desecadores disponibles.

Recordamos haber visitado un colosal y oneroso secadero para yerba, el cual tenía ambientes desecadores tan vastos y tan altos que los elementos (calor y ventilación) se perdían en la parte alta por el aire, formando corrientes separadas independientes y demasiado altas, dejando la yerba subyacente casi sin recibir su beneficio. En este establecimiento se pensaba eliminar enteramente la ventilación, equivocando la verdadera causa de las dispersiones, que reside totalmente en la excesiva altura del local de desecación y en la forma y manera de introducción de los elementos.

Por lo que se refiere a la naturaleza de la yerba hemos advertido, hablando y escribiendo de su desecación, que se emplea comúnmente las impropias palabras *tostado* y *tostadura,* lo que puede originar equivocación respecto del verdadero procedimiento que el secamiento de la yerba mate exige. En efecto, hace pocos años, un laborioso plantador de Misiones fabricó un *tostador* para yerba, que completaba los procedimientos del zapecado y secado, en no más de dos o tres horas, alcanzando un resultado contrario al que exige la calidad del producto. La palabra tostar corresponde a la acción violenta y sumaria empleada para el café, que destruiría pronto en la tenue

hoja sus bases aromáticas y substanciales. La hoja verde de la yerba, como la del te, tabaco y de todas las aromáticas, en su estado de madurez, se compone de substancias vegetales todavía vivientes, que necesitan cuidadosos procedimientos graduados, al fin de alcanzar y fijar en la materia neutra el aroma, sabor, substancia, etc. Es preciso reflexionar, además, que para que se efectúe la lenta transformación exigida se necesita una lenta combustión en la materia, moderada también por el vapor y la aeración. La lentitud del *barbacuá,* debida a la favorable acción del aire libre, se explica precisamente con la continuada interposición de los elementos atmosféricos, que llegan a dispersar en su mayor parte el desarreglado calor de los hogares. Los gastos y perjuicios de este sistema antihigiénico reclaman su más pronta substitución con nuevos medios que la técnica moderna no tardará en obtener.

La preparación comercial del producto requiere, además, operaciones complementarias, que resumen en el *canchado, molido* y *envasado,* las que fueron resueltas satisfactoriamente con aparatos mecánicos en los principales establecimientos.

Parece que los nuevos estudios técnicos para el secamiento de la yerba, encaminan a la efectuación del *canchado* de hojas todavía verdes, evitando así la formación de polvo, que se produce canchando la yerba seca.

Constitución y producción del secadero estudiado por el autor Alfredo Gelodi

El secadero es un edificio de albañilería de un solo piso, dispuesto en varios hornos o locales, conforme a la extensión y necesidades del establecimiento; funciona automática y continuadamente y sus locales están separados en dos secciones longitudinales : de un lado las piezas que constituyen los hornos desecadores y de otro los locales para depósito, canchado, molido, envasado, etc.

Funciona con cualquier combustible y también, si se quiere, con electricidad. El calor ardiente de sus hogares sirve, ante todo, para zapecado, pasando después sin dispersiones a calentar los hornos. Dispuestos en línea, aunque comunicantes, los hornos están separados cada uno con una pared, para facilitar el arreglo de los elementos desecadores.

Las instalaciones mecánicas aplicadas en su interior sirven para producir un continuado y suave movimiento y revolver constante-

mente la yerba, en modo, que hasta sus mínimas partículas reciben un secamento uniforme. Antes del zapecado, la yerba verde con sus ramitas es reducida a pequeño tamaño mediante un cortador, para facilitar su deslizamiento. Después del zapecado, la yerba, mediante un elevador, monta en el horno, distribuyéndose automáticamente y en cantidad arreglada en los aparatos interiores.

La inmersión y expulsión de los elementos desecadores están dispuestas para obtener un máximo de rendimiento y a la voluntad del obrador, en cada horno que tiene un volumen igual a 292 metros cúbicos.

La eficiencia de un secadero resulta de la relación de su volumen y costo, comparados a la cantidad y calidad de su producción diaria, a la economía general que produce.

Sabemos que por su naturaleza física y química, la yerba perdería su aroma, substancia y peso, desecándola en un tiempo inferior a 9 horas. La práctica nos ha demostrado que un calor excedente a 70° centígrados, durante la primera y más dificultosa fase de su secamiento produce una volatilización de las resinas y aceites aromáticos contenidos en las hojas, con pérdida efectiva de producto que se vuelve pulverulento; mientras en las fases sucesivas, con auxilio alternado de humedad y aeración, la yerba tolera 100° centígrados sin sufrir perjuicios en su calidad.

En base a éstos y a muchos otros criterios prácticos fué estudiado y adaptado el nuevo secadero para yerba mate, el cual, aunque de sencilla construcción, permite alcanzar intensidades de calor y de desecación muy superiores y más rápidas, que las de 9 horas, exigidas por la yerba. Los hornos se gradúan por termómetros e higrómetros, y arreglados en base a la capacidad y movimientos de sus aparatos.

Un horno aislado se usa sólo excepcionalmente, para pequeñas explotaciones hasta de 100 hectáreas de yerbales. Su carga completa es igual a 28 metros cúbicos de yerba zapecada; la desecación se efectúa con intervalos de media hora con un metro y medio cúbico de yerba verde cada vez. Después de 9 horas de la primera inmersión el secadero comenzará a expulsar en cada media hora 40 kilos de secada, es decir, 720 kilos durante 9 horas, iguales a una producción diaria de 1920 kilos.

En los meses más adaptados a la cosecha de la yerba mate, aunque sean tres (junio, julio y agosto), prácticamente, por causa del mal tiempo, no se podrá cosechar más que 60 días; el secadero no podrá trabajar más que durante 60 días, resultándole una producción com-

plexiva no inferior a 115.200 kilos de secada, más que suficiente para una explotación de 100 hectáreas de buen yerbal.

Tiene un consumo diario limitado a 1500 kilos de leña con un empleo de dos peones comunes.

El secadero con sus locales adyacentes, con cobertizo anterior, y sus instalaciones, no cuesta más de 14.000 pesos nacionales. Un pequeño jumento es suficiente para obtener la fuerza motriz muy reducida e intermitente.

Es claro que aumentando el número de los hornos el secadero se completa en su armonía, disminuyendo proporcionalmente todos los gastos, mientras aumenta y se perfecciona el producto.

Un secadero con zapecadero a tres hornos, tres locales adyacentes, cobertizo anterior, instalaciones, etc., no cuesta más de 35.000 pesos, con un gasto diario de leña de 1200 kilos y de tres peones.

Tiene un rendimiento de 80 hilos de secada por cada 20 minutos; de 2160 kilos en 9 horas, y de 5760 kilos diarios y en dos meses de trabajo 345.600 kilos. El secadero de tres hornos resulta suficiente para 350 hectáreas.

El autor, no siendo propietario de yerbales, ni teniendo trato o correspondencia con los productores de Misiones, haría cesión de su invento, ofreciendo todas las garantías de perfecto resultado, mediante adecuado depósito bancario, o también construiría el secadero por su cuenta en una zona yerbatera, siempre que tuviera seguridad de una suficiente adquisición de yerba verde para una elaboración remuneratoria.

El sistema está patentado solamente en Italia y no en la República, por lo que el autor no puede exponer al público dominio los diseños inherentes.

CAPÍTULO III

EL TABACO «NICOTIANA TABACUM» (LIN.)

1. *Características vegetales e industriales del tabaco*

Los distintos tipos de tabaco, solicitados por el consumo mundial, representan, cada uno, una variedad de la *Nicotiana,* un producto, una especialidad de otras tantas regiones diversas de clima y suelo. La humedad y el calor, con sus diversas gradaciones, influyen en la ca-

lidad del tabaco, llegando a modificar la planta en sus características vegetales e industriales. Donde prevalece la humedad se obtienen tabacos gigantes y de hojas anchas; si, además, la irradiación es grande, el tejido es fino; en cambio resultan de tejido grosero, con sabor y aroma más ordinario, si el clima es frío. Al contrario, donde prevalece el calor y la sequía, como en el verano de la Argentina, se produce plantas pequeñas de hojas estrechas, livianas, con gran propor- de nicotina y escasas propiedades substanciales.

Cada variedad de tabaco requiere, entonces, una cantidad de humedad y calor que sólo algunas regiones pueden proporcionarle, creándole la calidad y el tipo especial. En cualquier ambiente regional, no pudiendo en cada año disponer de uniformidad absoluta entre sus elementos climáticos, los tipos de tabaco no pueden resultar en cada año perfectamente iguales. Por este motivo las manufacturas recurren al expediente de las mezclas, entre varios tabacos, para conservar a sus productos el mismo sabor y aroma típicos.

Todos los tipos más valiosos de tabaco, cualquiera sea la variedad y región a que pertenezcan, requieren, en una u otra forma. el auxilio industrial, el recurso del arte : en la misma isla de Cuba, la cuna del renombrado tabaco *habano,* los plantadores se ven obligados a recurrir a los invernáculos para adelantar la germinación y el trasplante ; a los abrigos, para resguardar de la irradiación a las plantitas en el campo ; a los secaderos, apropiados a su clima regional, para los cuidados del secamiento; y después a sucesivas evaporaciones de las hojas desecadas durante su estacionamiento.

Influencias del clima y del suelo sobre la estructura, calidad y el empleo del tabaco. — Para formarse un criterio de la extraordinaria sensibilidad vegetal de esta *nicotiana* a las influencias del clima y del suelo, citaremos, entre muchos, el clásico ejemplo del poliformismo ofrecido, también, por la variedad Habanensis :

Producida en su ambiente original de Cuba, alcanzó tanta estimación que llegó a merecer fama mundial, mientras que trasladada al cultivo de todas las regiones del globo, dió plantas y productos enteramente diversos, tanto en la forma y estructura vegetal, como en las características intrínsecas. En los Balkanes, Anatolia, Asia Menor, Persia, China y Japón, se volvió enana, a veces con sólo treinta centímetros de alto, con una fineza especial, resultando, en estas regiones, con diversidades de sabor, fuerza y aroma y, por su reducido tamaño, especializado para cigarrillos. Al contrario, salió colosal, de más de

dos metros y medio de alto, en los climas muy húmedos de Délhi en la India y, bajo el ecuador, en Sumatra, con las hojas muy anchas y finas, que se especializaron pronto en el valioso empleo para envuelta de cigarros, superando también en valor al cubano. En otras regiones degeneró de tal manera que hasta se hizo pestilente, como pasó en la colonia inglesa del Cabo en África.

También la exposición y relieve del suelo pueden, en un mismo lugar, aun a pocos metros entre los cultivos, modificar la estructura, la calidad y el empleo del tabaco; en los declives de las colinas cualquier variedad de tabaco se empequeñece, en proporción al mayor calor y a la mayor humedad, que caracterizan precisamente las tierras en declive. Mientras en la tierra del plano inferior, menos asoleada y más fresca, el tabaco sale de hoja ancha y voluminoso, pero con aromaticidad disminuída.

En todas las regiones de la tierra se obtiene un tipo diferente de tabaco, el cual puede volverse tipo comercial muy valioso, si es cultivado con acierto, pues con sus particulares calidades en el sabor, aroma y nicotina, puede siempre servir para completar en las mezclas las características que faltan a otros tabacos. Los tabacos más substanciosos y de sabor graso, que, por ejemplo, produce Italia septentrional, se combinarían muy bien con los tabacos alcohólicos y suficientemente aromáticos y de baja substancia de la Argentina, completándose recíprocamente.

Tenemos, sin duda, variedades de tabaco como la *Lanceolada (Kentucky* o *Chileno grande)*, la *Fruticosa (Virginia dell'Amazona* o *Virginia Dark* de Norte América), y el *Habano,* que se presentan tan diferenciados en sus características vegetales, como para hacerles juzgar y distinguir por Linneo y otros sabios en tres razas diferentes.

Pero obsérvese que, también, estas tres principales categorías tienen, cada una, regiones o zonas preferidas a su vida, donde solamente pueden conservar sus características botánicas; trasladando su semilla al cultivo de otras regiones, la estructura de sus plantas y de sus hojas se modifica rápidamente en pocos años de reproducción, tomando, poco a poco, la misma forma vegetal de los tabacos indígenas del lugar con los mismos caracteres industriales. El sabor especial, dulce o fuerte, de los tabacos, no es tanto un producto de semilla, como de ambiente.

El tabaco *Bahía* del Brasil septentrional es un ejemplo de reproducción local, obtenido con semilla del *Habano*. El autor ha podido

constatar personalmente tanto en las regiones de Bahía, como en las de Minas Geráes y de Río Janeiro, que este tabaco, aunque procedente de una misma semilla, toma caracteres diversos también en lugares cercanos, según la naturaleza y exposición del suelo de su cultivo. Donde el suelo es más caluroso por su exposición y constitución física y química, las hojas del tabaco se empequeñecen, volviéndose más numerosas, tomando formas propias de la *Fruticosa,* y el gusto del tabaco se vuelve fuerte. Al contrario, en suelo muy cercado, pero más fecundo y fresco, las hojas se desarrollan enormemente, con todas las características del *Bahía,* el cual, durante su madurez, alcanza hojas gruesas, gomosas, muy granulosas y llenas de excrecencias, lo que no pasa en el *Habano.*

Se deduce, entonces, que el tabaco *Bahía,* también en los campos más favorables de Tucumán, Corrientes y Misiones, sufriría de tal manera, por la menor humedad atmosférica y del suelo, que sus hojas tomarían, pronto, formas pequeñas de tamaño, poco substancioso, con caracteres mucho más similares a los tabacos indígenas del lugar, que a los de *Bahía.*

Hay que observar también que durante el verano el cielo de todo el Brasil septentrional está cubierto a menudo de nubes, moderando de este modo la intensidad de la irradiación solar, y permitiendo a las hojas del tabaco extenderse en su amplio desarrollo entre una tibieza de humedad constante. La búsqueda de buena semilla es todavía de óptimo cuidado; pero al tabaco necesita creársele ambientes favorables con todos los recursos y auxilios industriales.

Sólo entre las selvas del más húmedo territorio misionero se podría, acaso, encontrar los ambientes argentinos más favorables.

Aunque, por su gran extensión, la Argentina disponga de todas las gradaciones de calor, del trópico al Antártico, no podría desgraciadamente alcanzar y completar, por sí misma, todas las características que tienen los tabacos manufacturados. En general sus climas más meridionales, donde se podría producir los tabacos pesados de mayor substancia, como los de las clases *Virgínicas* y *Kentucky (Lancifolia),* son demasiado variados por sus elementos: calor, viento y lluvias. No se puede esperar en otras partes crear por el riego un tipo estable de tabaco; el riego podrá agrandar algún tanto la planta y engrosar y congestionar los nervios de las hojas, pero con el consiguiente perjuicio de la calidad del producto, puesto que el tabaco necesita la humedad de la atmósfera mucho más que en sus raíces; además, es notorio que la humedad detenida, que ocasiona siempre

el riego artificial, deja al tabaco el mal olor de tierra o de pantano (Tucumán).

El riego más provechoso al tabaco es la rociada y la húmeda atmósfera de los montes de algunas regiones argentinas, donde las hojas de la *nicotiana* pueden dilatarse libremente y extenderse en su frescura. Muy interesante es, a este respecto, la activa función condensadora que las plantas de tabaco ejercitan durante la noche, condensando la humedad atmosférica, bajo forma de rocío, sobre sus anchas hojas; rocío que en seguida escurre gota a gota en las cavidades centrales de las hojas, hacia el tallo de la planta, descendiendo por éste a regar las raíces. Por esta razón, en la madrugada, cada planta de tabaco, alrededor de su tallo, tiene la tierra todavía húmeda.

Aunque Misiones no esté exenta de largos períodos eventuales de sequía, no sufre, todavía, los extremos climatéricos de todo el sur argentino, conservando en el invierno un clima primaveral, bastante favorable a la germinación del tabaco, bajo muy simples protecciones contra el sereno de alguna noche. Tratándose de grandes plantaciones, se podría iniciar el trasplante en agosto y terminarlo en octubre, a fin de poder alcanzar una provechosa recolección en enero hasta todo el mes de marzo. El tabaco necesita, por lo menos, cuatro meses de suficiente humedad atmosférica y no debe ser forzado a una maduración precoz, bajo la sequía y la irradiación violenta del verano, el cual se presenta particularmente en Misiones en los meses de febrero y marzo.

2. *La explotación del tabaco en la Argentina*

En Sud América la explotación agrícola del tabaco no ha podido todavía sacar provecho de los sistemas industriales modernamente perfeccionados en Norte América, si se exceptúan algunas grandes facendas en Pernambuco y Bahía y, también, algunas racionales plantaciones alemanas en la República del Paraguay, que ya desde hace varios años exportan sus valiosos tabacos al gran mercado de Amsterdam, con óptimo resultado.

Los productos argentinos actuales no representan seguramente la eficiencia tabacalera de sus propicios ambientes regionales, tanto más si se considera que lo poco que se produce es obra de pequeños quinteros, desparramados por su vasto territorio, privados enteramente de recursos o medios técnicos industriales, para poder producir valiosamente el tabaco. Por su calidad inferior, no siendo susceptible de exportación, no ha interesado nunca a los comerciantes,

y toda la producción está sometida a los precios impuestos por un único comprador, que representa la mayor manufactura de tabacos de la República.

Por falta de locales apropiados se practica la desecación de las hojas verdes bajo rústicos techados de paja, improvisados con algunos palos y también bajo la sombra de árboles, lugares abiertamente expuestos a la violencia del viento y de las borrascas, sin reparo, tampoco, contra la calurosa sequía o la humedad excesiva de la atmósfera.

No hay que olvidar que en el comercio las hojas quebradas o podridas casi no tienen valor, depreciando mucho a la totalidad; mientras las hojas enteras y sanas, tan buscadas para envoltura de cigarros, valen, por lo menos, diez veces más que las quebradas.

Mientras se aplica este primitivo sistema de secamiento, la humedad, a veces insistente, produce putrefacciones y enmohecimientos irreparables. El excesivo calor seco, al contrario, hace las hojas más frágiles que el vidrio, exponiéndolas en estas condiciones al viento, las consecuencias serán desastrosas; quemada y quebrada en esta forma, la materia constitutiva permanecerá, también, inerte a las sucesivas transformaciones útiles.

A todas estas observaciones los quinteros oponen unánimemente: que para nada servirían ulteriores cuidados para alcanzar una mejor calidad de tabaco, puesto que los precios, hechos sin concurrencia alguna de otros compradores, serán constantemente los mismos, tanto para los malos, como para los buenos productos. ¿Es ésta la sola causa específica que abstiene a los grandes agricultores de dedicarse con sistemas y medios industriales modernos a este provechoso cultivo? ¿O es más bien la actitud represiva asumida por el fisco contra esta industria, que los gobiernos de la Nación habían prometido fomentar, adelantando con esta planta fecundadora la agricultura del país, y trayendo beneficios al Estado con la consiguiente limitación en las importaciones?

Creo necesario citar un artículo de *La Nación*, de fecha 5 de marzo de 1926, intitulado *Un impuesto diabólico*.

El articulista, partiendo de los inconvenientes señalados por la inspección de Impuestos internos, en su informe acerca de la aplicación de los gravámenes al cultivo del tabaco, analiza el espíritu de la ley conforme al criterio del gobierno, «enteramente opuesto (escribe), a la diabólica interpretación por parte del fisco»; y después continuando:

« El que planta tabaco está obligado a informar a las oficinas correspondientes del proceso de su cultivo, desde que siembra, hasta que recoge, con una regularidad abrumadora. Nada le está permitido olvidar. Se le somete al deber de adiestrarse en los pronósticos y se le quita el derecho a equivocarse, que es inherente al oficio de pronosticar, según nos demuestra las reparticiones oficiales, consagradas al vaticinio y que apreciamos justamente por su aptitud para equivocarse. Además de eso necesita, el que posee un tablón de tabaco, conocimientos perfectos de contabilidad. Si falta en cualquier pormenor de sus noticias, remitidas a los agentes del fisco, corre el peligro de ser considerado como un defraudador de la renta pública y, en tal caso, duros castigos se derramarán sobre su vida. Y, como es, lógico, el agricultor opta por arrancar las plantas y dedicarse a actividades agrícolas menos perjudiciales para su buen nombre.

« Este método persecutorio, prosigue el articulista, del gravamen al tabaco, coincide con la propaganda emprendida en numerosas ocasiones por los ministros de Agricultura en favor de ese cultivo. Se podría (han sostenido a menudo) aminorar la importación con el progreso del producto nacional. Al mismo tiempo que se aconseja ampliar y mejorar los cultivos, otros órganos del gobierno se obstinan en combatirlos con el procedimiento cómicamente diabólico de la persecución. »

La Nación Argentina no está sometida a un régimen de monopolio de tabaco, como pasa en la mayoría de los estados de Europa, los cuales, aun directamente interesados, están todavía muy lejos de pensar en obstaculizar la producción nacional del tabaco, infligiendo a sus productores sistemas fiscales tan complicados. En la Argentina los más interesados en impedir el contrabando son los manufactureros del tabaco. Síguese, por tanto, que en la Argentina el problema del fisco y del cultivo del tabaco estaría muy simplificado y, también, resuelto con la aplicación de un impuesto único establecido por hectárea o superficie cultivada, en vez de aplicarlo por planta. El contrabando, según la modesta opinión del autor, marcha por otra vía y procede del extranjero por obra del haragán y no por la del que prefiere ganarse la vida con el duro trabajo del campo.

El cultivo fecundador del tabaco abastece a una nación para encaminar su agricultura al adelanto intensivo y a su industrialismo. Los Estados Unidos de América septentrional compenetraron pronto el significado económico de este principio, y supieron aprovechar las ventajas del sistemo inverso seguido por los gobiernos de Europa,

los cuales, desdichadamente, no habían visto en el tabaco otro mejor provecho que el de monopolizarlo, substrayéndolo a la agricultura de su propia nación.

En la América del Norte, en vez, no se vaciló en fomentar, con todos los recursos, este valioso cultivo, comenzando a librar enteramente a los productores del fisco, creando mercados a base del remate y gravando con pesados impuestos las importaciones. Actualmente los Estados Unidos, para todos los que no lo saben, detienen casi por entero la producción y el comercio del tabaco y no hay que extrañarse si su interés y provecho reside por entero en la conservación de las presentes condiciones internacionales en la política del tabaco.

En el arreglo de la humedad y del calor reside el sistema, el fundamento de la práctica agrícola e industrial del tabaco. En la Argentina el calor del sol es excesivo para el tabaco, necesitaría por eso templarlo con la acción directa de los montes, del mismo modo que hemos ya estudiado para la yerba, cuyos cuidados de cultivo son los mismos.

Hasta ahora las mejores características extrínsecas las ofrecieron los tabacos misioneros en su color, amplitud, fineza y limpieza de las hojas. Puede ser que del monte oriental de los territorios bajos de Formosa y Chaco se obtenga tabaco mejor en substancia; pero las calidades inmejorables para envoltura de cigarros, que presentan los tabacos del monte misionero, certifican, también ahora, la capacidad de un ambiente especial, prometedor de valiosos productos.

El tabaco, más que la yerba, sufre por el viento que le quiebra las hojas y, a veces, también el tallo, y, además, como la hierba sufre por la obra destructora de los insectos. Resulta entonces que el ambiente de monte, que es tan propicio para la yerba, es, también, el más benéfico para el tabaco y los dos cultivos tropicales se ayudarán favorablemente y con reciprocidad cultivándolos en conjunto.

Los tipos más adaptados al clima y a los fumadores argentinos. — Los tipos *habanensis* y livianos, reiteradamente experimentados en la Argentina, se volvieron demasiado delicados, casi sin substancia, perdiendo el sabor y el aroma originario. Es una aptitud natural, un efecto particular del clima argentino (insolación y sequía), el cual requiere, por consiguiente, en modo absoluto, los tipos de tabaco más vigorosos, pesados y resistentes. Los plantadores dan, en efecto, gran preferencia al cultivo del *Chileno grande* por su mayor

producto y peso: da un tabaco de sabor fuerte con mucha substancia, a hojas lanceoladas muy largas, anchas y finas; pero ésto pasa en el monte. Cultivada en el campo la planta se empequeñece, las hojas se estrechan y se engrosan los nervios. El *Chileno* es una degeneración, sobrevenida en Chile, del tabaco *Kentucky* de Norte América y algún tanto modificada y refinada en el ambiente argentino; su constitución botánica resulta de esta fórmula: *(Lancifolia, Bahía, Habano)* donde el *bahía* y el *habano* se han perdido algo, cediendo el dominio a la *Rústica lancifolia,* muy rica en nicotina y más vigorosa. En Misiones el *Chileno grande* ha disminuído el tamaño de su parénquima y de sus nervios, haciéndose utilizable para envoltura y también para trinchados. Cultivado en la templada atmósfera del monte y secado con acierto, este tabaco deberá ensancharse y refinarse mucho más, y decisivamente especializarse para envoltura de cigarros, aumentando, por este valioso empleo especial, por lo menos diez veces más su actual valor. Otro tabaco que daría óptimos resultados en el monte sería el *Virginia gigante* del Amazonas, o sea el actual *Virginia Dark* de Norte América; su planta colosal se desarrolla a veces de 4 hasta 5 metros (en Amazonas) de altura, llevando 24 ó 26 grandes hojas ovaladas de 80 centímetros de ancho por 1,30 metros de largo. El parénquima muy pesado, grueso, substancioso y gomoso, está armado por vigorosos nervios, terminando hacia el tallo con dos grandes orejas. La tupida vellosidad que presentan las hojas jóvenes y la espesa gomosidad que alcanzan durante su maduración, las defienden muy eficazmente contra cualquier insecto. Produce un tabaco obscuro, lleno de substancia, de sabor y aroma fuerte; sometiendo las hojas por varios días a sucesivas y poderosas presiones se obtiene un tabaco lustroso y negro de muy lindo aspecto, de donde los ingleses pacan sus tabacos picados de lujo, que se venden a precios muy altos. Estos tabacos cultivados en Misiones y tratados en esta forma industrial muy simple, cuyos procedimientos y maquinarias particulares conoce el autor, no dejarían seguramente de encontrar el máximo favor entre los fumadores argentinos de tendencia al tabaco fuerte.

Cultivando, según el sistema de los turcos, por varios años consecutivos el tabaco en la misma tierra, se obtiene más pronto la refinación en el tejido de las hojas; al contrario, eliminando la brotación axilar y cortando la cima de la planta, se obtienen hojas más grandes y más ricas en substancia. Estas prácticas se pueden aplicar a todos los tabacos obteniendo siempre los mismos resultados.

3. *Procedimientos industriales de secamiento*

El secamiento del tabaco no hay que hacerlo en la misma forma usada, por ejemplo, en la desecación de heno o de cualquier otra materia, pues en este caso sería muy fácil alcanzar el secamiento de las hojas verdes del tabaco también en un solo día, con medios muy expeditivos.

El aire libre y el sol se pueden utilizar solamente en las primeras horas de la mañana, para enjugar las hojas durante el proceso racional de secado y para defenderlas del peligro inmediato de enmohecimiento e putrefacción, como pasa en los países tabacaleros de las regiones dotadas de mucha humedad y de escasa ventilación. El sol ardiente, la sequía y el viento del verano argentino no constituyen, seguramente, elementos y condiciones favorables a un secamiento industrial del tabaco al aire libre, tanto más cuanto que este sistema primitivo fué abandonado en todas las partes en que se produce tabaco comerciable.

El valioso tabaco Sumatra, que los holandeses traen en sus vapores a Buenos Aires y a Rosario, tiene un precio de siete a doce pesos nacionales el kilo, aunque no tenga más que un mérito exterior: diligente selección, integridad, fineza, extensibilidad y color, en sus anchas hojas, destinadas sólo para envoltura de cigarros superiores, pues por lo que concierne a sabor, substancia y aroma, es un tabaco muy pobre. Por sus caracteres externos resulta el más parecido al de Misiones, el cual no se obtiene con este aspecto más que sembrando variedades rústicas, constituyendo también ésto uno de los más interesantes fenómenos de polimorfismo.

¿ Qué resultado comercial habrían alcanzado los industriosos holandeses usando en Sumatra el secamiento al aire libre, aunque el ambiente es de calor ecuatorial mejor dotado de humedad que el de la Argentina ?

Hay que obtener el secamiento de los tabacos argentinos obrando del mismo modo que en las regiones adelantadas en esta industria como Cuba, Estados Unidos, Sumatra, Europa, etc., es decir, efectuándolo en locales bien resguardados, donde puedan desarrollarse las graduales transformaciones en la materia de las hojas por vía de sucesivas y pequeñas fermentaciones en medio de una calculada graduación de calor, humedad y ventilación.

Hecha en el campo la recolección por corona de hojas maduras y

en momento favorable de humedad atmosférica, las hojas son reunidas en locales obscuros, con piso de madera, y amontonadas hasta una altura no superior de 40 centímetros, cubriéndolas diligentemente con esteras. En esta forma se provoca una primera fermentación con el objeto de que alcance el color amarillo que se completa después de tres o cuatro días, cuando las hojas están bastante calientes y en trasudación manifiesta. A su tiempo se descomponen los montones, trayendo por la mañana las hojas que se tenderán en el suelo para enjugarlas al aire libre; en dos o tres horas las hojas estarán listas para disponerlas tendidas en el secadero. La disposición de las hojas en los locales de desecación será algo cerrada para no obstaculizar la circulación del aire y de la humedad, conformándola con el volumen del local y el tamaño de las hojas.

En el secadero las hojas están suspendidas de palos de 1,30 metros de largo cada uno, dispuestos horizontalmente por secciones y las hojas en número de doce a diez y seis por palo.

El operador iniciará la primera fase de secamiento dando al ambiente no más de 45° centígrados de calor. La humedad, que poco a poco se acumula por la evaporación de las hojas, será medida con el higrómetro y no se dejará llegar a más de setenta por ciento. En este momento una ventilación moderada de aire libre hará suspender la fermentación, y luego con nueva cesión de calor se mantendrá una humedad de treinta grados y un calor de 45 a 50°, que será aumentado cada día, en diez grados, más o menos. En las alternaciones del calor, humedad, fermentación y ventilación reside el procedimiento y toda la habilidad del técnico, que sólo las sucesivas condiciones del tabaco pueden sugerirle, sea en la duración de las fases (de 5 a 8 horas) como la de este primer período de secamiento (de 5 a 8 días).

Se comprende que el secadero aquí considerado dispone de toda las aplicaciones mecánicas capaces de precisar en cada instante la eliminación o la introducción de los elementos desecadores y fermentadores, que aquí no están descritos, formando objeto de patente privada y no de este estudio.

En el segundo período, con duración de tres a cinco días, se irá gradualmente alcanzando los 90° con humedad alternada de 20 a 40° por ciento y con las sucesivas alternaciones, sugeridas a menudo por el estado de la materia.

El tercer y último período (de 4 a 8 días según el tamaño de los nervios del tabaco) podrá alcanzar un calor de 110°, alternando con ventilación e inmersión intermitente de vapor.

A este fin, durante las noches de calma se abrirán las ventanas y las puertas para suministrar aire, humedad y fresco, muy saludables al tabaco, ablandándole en esta forma el tejido de las hojas para favorecerles con ulteriores transformaciones físicas y químicas, que solicitarán también su secanza.

El concurso combinado del calor, humedad y ventilación no es posible alcanzarlo más que en el interior de un secadero expresamente perfeccionado *para secamiento y fermentación del tabaco* (de lo que no se puede seguramente disponer en la actualidad en ninguna fábrica o comercio), donde sube facilitada y solicitada gradualmente la evaporación, que substrae a las hojas los ácidos, que a menudo se van diluyendo en el vapor *(carbónico, cítrico, tánico, málico, oxálico)* substrayendo del mismo modo los alcaloides amoniacales y alguna parte de nicotina y nicotilina, sin hacer volatilizar las resinas y los aceites aromáticos.

Todas las substancias contrarias a la calidad del tabaco y perjudiciales a los fumadores no pueden ni desarrollarse, ni disolverse tampoco bajo una continuada acción del sol y del aire libre.

Hemos comparado antes, en su limpieza y características especiales, el tabaco del monte misionero con el de Sumatra, semejanza que se podría mejorar reproduciendo, en lo que sea posible, un ambiente y un sistema de cultivo parecidos a los de Sumatra, los que en su mayoría hemos tratado aquí. Pero hay, además, que implantar secaderos adaptados al clima estival de la Argentina: los secaderos de Sumatra no servirían para proporcionarle la humedad, como no sirvieron los secaderos de madera establecidos algunos años antes en cada región tabacalera de la Argentina con la atenta cooperación del gobierno. En general, los secaderos, no hay que olvidarlo, no representan sino los resultados de necesidades impuestas por el clima del lugar, mientras la sola imitación pasiva no da resultado.

Como los tabacos parecidos de Sumatra, de Cuba, etc., también el misionero requiere, después de su secamiento, ulteriores tratamientos de vaporización y de fermentación para volver su tejido más poroso y pastoso y extrinsecarle el aroma y el sabor, atenuándole su alcoholicidad y la nicotina.

4. *Operaciones complementarias*

Terminado el secamento se ablandan las hojas con vapor o con la humedad de la noche, según convenga. Las hojas vaporizadas se

pueden manipular, sin peligro alguno de quebrarlas, para proceder a una diligente selección, que se obra dividiendo las hojas por clases, según su valor, de conformidad a las exigencias del mercado o del comprador. Un ejemplo práctico de selección, comercialmente hablando, demasiado simple que serviría entre tanto para encaminar a los plantadores argentinos hacia una selección comparada a la de los grandes mercados de Europa, es el siguiente:

Primera clase: Hojas más largas, sanas e íntegras, sín agujeros, de tejido fino, del mismo color.

Segunda clase: Hojas medias y pequeñas, sanas íntegras, sin agujeros, de tejido fino, del mismo color.

Tercera clase: Hojas largas, con agujeros, sanas, de tejido vario, de varios colores.

Cuarta clase: Hojas medias y pequeñas, con agujeros, sanas, de tejido vario, de varios colores.

Quinta clase: Hojas quebradas y averiadas y más defectuosas.

Sexta clase: Restos, descartes, deshecho, etc.

La urgente necesidad de alcanzar sin retardo una diligente clasificación nacional en los productos del tabaco resulta manifiesta por la falta completa de los compradores y de su comercio. Las mediocres producciones actuales, no siendo comerciables más que por la especial condescendencia de una gran manufactura nacional, no constituyen comercio. Es este el punto más importante y más grave de la cuestión, del que depende el adelanto o la sofocación de esta gran industria agrícola, que necesita estudiarse y resolverse en el país, como fué resuelto desde sus comienzos en la América del Norte. Una experiencia anterior debería haber demostrado que es en vano esperar adelanto en el cultivo del tabaco, sin promover antes la emulación de los precios, bien distinguidos para las varias clases y variedades producidas. Pero, como en la escala de clasificación están basados también los precios, se deberá distinguir el tabaco según el criterio del mercado mundial y no según las exigencias de una sola manufactura, a la cual podría interesar mejor una clase promiscuada y sin comercio, sacrificando o abandonando al mismo tiempo las otras clases de calidad superior.

Esta tendencia y preferencia coincidiría también con las quejas y protestas levantadas por parte de los plantadores antes mencionados, pues parecería que los precios de tabaco resulten independientes de la calidad, lo que no está seguramente conforme al adelanto de la moderna industria.

Si una buena selección forma la base del comercio del tabaco, sirve mucho mejor pora habilitar e interesar la emulación al plantador encaminándolo a producir bien.

Al ejemplo de clasificación, de que hemos tratado, correspondería por tanto, según criterios generales de producción y de comercio, los precios siguientes, por mercadería puesta en Misiones o en el lugar de producción :

Primera clase : De 4 a 5 pesos el kilo.

Segunda clase : De 3,50 a 4 pesos el kilo.

Tercera clase : De 4 a 6 pesos los diez kilos.

Cuarta clase : De 3 a 4 pesos los diez kilos.

Quinta clase : De 2 a 3 pesos los diez kilos.

Sexta clase : De 0,50 a 1,50 los diez kilos.

Examinando atentamente la citada escala y poniéndola en comparación a la baja calidad que generalmente se produce, cada productor puede hacerse un criterio del verdadero valor comercial de su producto.

Entonces, resumiendo, diremos que las dificultades que gravitan sobre el cultivo actual del tabaco son las siguientes :

1° Falta de medios técnicos y mecánicos para el cultivo y la preparación industrial del tabaco : invernáculos, abrigos, secaderos, vaporizadores, depósitos, etc.;

2° Falta de una ley que garantice contra una eventual intervención del fisco a los capitales invertidos en la instalación de estos establecimientos;

3° La directa influencia del fisco en el cultivo del tabaco, para lo cual se necesita arreglar su aplicación estable en forma de no molestar al productor.

Además, bajo la égida y directa vigilancia del gobierno, establecer periódicamente mercados territoriales a base de remates públicos, donde exclusivamente deberán los productores vender ventajosamente su tabaco.

Establecer por ley una clasificación estadoal por grados y única, incluyéndole las penalidades que deben encontrar los productores que presentaren una selección desleal.

Sugerir un tipo de secadero apropiado al tabaco y al clima de la Argentina septentrional.

Facilitar con préstamos la edificación de los secaderos.

En Misiones, como en Tucumán, Corrientes, Chaco, Salta, etc., el producto del tabaco puede ascender de mil ochocientos a dos mil

trescientos kilos por hectárea, según su clase; producto que, tratado con alguna diligencia, no debría costar en cúmulo menos de 6 pesos nacionales los diez kilos; lo que representa una ganancia bruta de más o menos 1000 pesos por hectárea. El gasto de su cultivo y secamiento es mínimo, pues su trabajo no requiere más que la intervención de mujeres, viejos y muchachos.

El tabaco es planta preciosa para renuevo agrícola y constituye también un excelente subrogado; puédese cultivar por muchos años en una misma tierra, que se hará más fecunda para cualquier otro cultivo.

La Argentina no tiene otra planta fecundadora fuera de la alfalfa, la cual no pudiendo producirse sin riego en los climas septentrionales o subtropicales; sólo el tabaco podría substituirla ventajosamente. Si se calcula también la falta o el costo demasiado elevado del abono químico en las extremas provincia de la Argentina, se comprenderá mejor la gran importancia agrícola de esta planta.

En Sumatra, los holandeses dividen su tabaco en doce y a veces hasta diez y seis clases con denominaciones varias, para responder a las más menudas exigencias del gran mercado de Amsterdam y Rótterdam.

En consideración al tamaño medio de las hojas de los tabacos argentinos, la selección se puede efectuar ventajosamente por muchos años con los criterios antes indicados, dividiendo y reuniendo las hojas en manojos de 20 a 30 cada uno, según volumen y anchura del tabaco.

Vaporizado, seleccionado y registrado, se pone el tabaco en montones de fermentación, dividido por clases, en el depósito expresamente listo. Los montones, con dimensiones proporcionados a la cantidad del tabaco, confeccionados y bien conformados, con las puntas de los manojos vueltas al interior, son cubiertos por todas partes con esteras. Una excesiva humedad del tabaco amontonado causaría una rápida e intensa fermentación, lo que lo perjudicaría en el color y en la substancia, llegando también a quemarlo y pudrirlo. Al contrario, la demasiada sequía obstaculizaría las útiles y lentas fermentaciones, capaces de uniformar los colores, extrinsecar el aroma y la substancia al tabaco.

Por esto hay que vigilar y arreglar la humedad en su justa medida en los locales del depósito y medir, a menudo la temperatura de los montones, mediante termómetros de revisión, colocados en largas cánulas de bambú, introducidos en varias partes en los montones. El calor de la fermentación no debe superar, para los tabacos argentinos,

los 45-55°C, caso contrario se obscurecería demasiado, disminuyendo en el peso y en el valor de sus particulares características. En esta peligrosa eventualidad se abre y descompone pronto el montón para ventilar y desecar al aire libre el tabaco; finalmente se recompone con el cuidado de colocar los manojos más fermentados en la parte exterior.

Además de lo dicho, un tabaco bien fermentado no sufre en la prolongada navegación, haciéndose más resistente a las variaciones del clima, y no sufrirá tampoco ulteriores fermentaciones perjudiciales.

En realidad lo que hace el tabaco es la pequeña fermentación reiterada que en lo sucesivo sufre a menudo por las variaciones de los elementos atmosféricos, aun con gradaciones decrecientes y en cualquiera condición de sus formas manufacturadas; también los cigarros, envejeciendo, se vuelven mejores. Los tabacos más substanciosos y pesados requieren más intensas y reiteradas fermentaciones que los livianos.

En fin, dos o tres meses después que fué amontonado, el tabaco de la Argentina estará en condiciones de permitir su embalaje y más seguro comercio.

CAPÍTULO IV

FORMA DE CONSTITUCIÓN SOCIAL ANÓNIMA PARA LA EXPLOTACIÓN AGRÍCOLA DE YERBA MATE Y TABACO CON DURACIÓN DE DOCE AÑOS EN EL CULTIVO DE 100 HECTÁREAS DE BUEN MONTE MISIONERO.

Proyecto y demostración de la necesidad de un capital totalmente invertido de 274.000 pesos nacionales

El que subscribe, enteramente convencido del provecho que actualmente el monte de Misiones ofrece a la explotación racional de la yerba y del tabaco, propone la constitución de una sociedad anónima, subscribiéndose con 50 acciones, de 1000 pesos nacionales cada una, poniendo también a disposición de la sociedad sus nuevos sistemas económicos de zapecado y secado de la yerba y tabaco, y toda su actividad en la dirección y administración del trabajo agrícola-industrial, como garantía del resultado seguro de la esplotación.

El mismo, después de haber estudiado en el lugar todos los elemen-

tos y factores de gasto, economía y provecho, ha considerado que el tiempo mínimo de duración de la sociedad debe ser de 12 años, para permitir una eventual y ventajosa liquidación con un capital efectivamente invertido de 274.000 pesos nacionales.

Propone la compra de 300 hectáreas de buen monte y la instalación en él de un cultivo de yerba y tabaco limitado a 100 hectáreas. El cultivo del tabaco se efectúa intercalado entre las jóvenes plantas de yerba y ésto sólo en los primeros seis años; el sistema resultará también muy provechoso para conservar la debida frescura a las plantitas de yerba durante la insolación excesiva del verano. Ya se sabe que la fecunda tierra especial del monte puede soportar más de seis años el cultivo del tabaco, sin agotarse, saliendo con sus hojas siempre más refinadas y con calidades superiores.

No siendo posible efectuar la plantación de 100 hectáreas de yerba mate en un solo año, por muchas razones dependientes, principalmente, de falta de obreros y por las dificultades del trabajo en el desmonte, se limitará la plantación a 25 hectáreas en cada año.

Los secaderos para yerba, sistema Gelodi, sirven también para el tabaco, tanto más cuanto que el tabaco se cosecha en febrero y marzo, mientras la recolección de la yerba se hace en agosto y septiembre. Los edificios indispensables para esta explotación, los cuales se resumen en un secadero con zapecadero, un depósito para tabaco, yerba, almacén y otros materiales, edificios para administración y habitación del director, escribientes, etc., requieren su más pronta edificación.

En las 100 hectáreas de yerba se calcula que no pueden caber más de 60 hectáreas de tabaco, es decir, 15 hectáreas en cada 25.

Se entiende que los gastos y respectivos provechos anuales se calculan en su base mínima, a fin de poder reducir el capital social de primera fundación, lo que se consigue con la adopción práctica de todos los cuidados explicados en la parte precedente acerca del cultivo e industria inherente.

Cómputo de gastos y utilidades

En el primer año

	Pesos moneda nacional
1. Gasto en la compra de 300 hectáreas de monte a pesos 50 la hectárea..	15.000
2. Edificio del secadero con zapecadero suficiente para el producto de 100 hectáreas	50.000
3. Maquinaria para instalación del secadero y zapecadero.	20.000

	Pesos moneda nacional	
4. Depósito para tabaco, yerba, semillas, etc.	10.000	
5. Habitación y administración	15.000	
6. Compra de carros, un camión, arados, instrumentos agrícolas y animales	15.000	
7. Compra de una lancha a nafta para los transportes fluviales a Posadas	15.000	
8. Desmonte, plantación y cultivo de 25 hectáreas de yerba con tabaco	20.000	
9. Cosecha y secado de 15 hectáreas de tabaco	3.000	
10. Dirección y administración	15.000	
11. Otros gastos imprevistos	5.000	
Gasto total del primer año	175.000	
Producto de 15 hectáreas de tabaco a 2000 kilogramos por hectárea a pesos 6 los 10 kilogramos		18.000

En el segundo año

1. Desmonte, plantación y cultivo de 25 hectáreas monte.	20.000	
2. Cultivo de yerba y tabaco en las primeras 25 hectáreas.	10.000	
3. Cosecha y secado de 30 hectáreas de tabaco	6.000	
4. Honorarios por dirección y administración	15.000	
5. Otros gastos imprevistos	5.000	
Gasto total del segundo año	56.000	
Producto de 30 hectáreas de tabaco = 60.000 kilogramos a pesos 6 los 10 kilogramos		36.000

En el tercer año

1. Desmonte, plantación y cultivo de 25 hectáreas monte.	20.000	
2. Cultivo de las primeras 50 hectáreas	20.000	
3. Cosecha y secado de 45 hectáreas de tabaco	9.000	
4. Honorarios por dirección y administración	15.000	
5. Otros gastos imprevistos	5.000	
Gasto total del tercer año	69.000	
Producto de tabaco de 45 hectáreas = 90.000 kilogramos a pesos 6 los 10 kilogramos		54.000

En el cuarto año

1. Desmonte, plantación y cultivo de 25 hectáreas monte.	20.000	
2. Cultivo de anteriores, 75 hectáreas	30.000	
3. Cosecha y secado de 60 hectáreas de tabaco	12.000	
4. Dirección y administración	15.000	
5. Otros gastos imprevistos	5.000	
Gasto total del cuarto año	82.000	
Producto de tabaco de 60 hectáreas = 1200 kilogramos a pesos 6 los 10 kilogramos		72.000

En el quinto año

	Pe sos moneda nacional	
1. Cultivo de 100 hectáreas de yerba con tabaco........	20.000	
2. Cosecha y secado de 60 hectáreas de tabaco..........	12.000	
3. Cosecha y secado de 25 hectáreas de yerba...........	3.000	
4. Dirección y administración.........................	15.000	
5. Otros gastos imprevistos...........................	5.000	
Gasto total del quinto año	55.000	
Producto de 60 hectáreas de tabaco....................		72.000
Primer producto de 25 hectáreas de yerba = 25.000 kilogramos a pesos 5 los 10 kilogramos..................		12.500
Total de las utilidades........		84.500

En el sexto año

1. Cultivo de 100 hectáreas de yerba con tabaco........	20.000	
2. Cosecha y secado de 60 hectáreas de tabaco..........	12.000	
3. Cosecha y secado de 50 hectáres de yerba............	6.000	
4. Dirección y administración.........................	15.000	
5. Gastos varios......................................	5.000	
Gasto total del sexto año......	58.000	
Producto de 60 hectáreas de tabaco....................		72.000
Producto de 25 hectáreas de yerba (1200 kg por hect.) = 30.000 kilogramos		15.000
Producto de 25 hectáreas de yerba = 25.000 kilogramos..		12.500
Utilidad total del sexto año....		99.500

En el séptimo año

1. Cultivo de 100 hectáreas de yerba y 45 de tabaco.....	15.000	
2. Cosecha y secado de 45 hectáreas de tabaco..........	9.000	
3. Cosecha y secado de 75 hectáreas de yerba...........	9.000	
4. Dirección y administración.........................	15.000	
5. Gastos varios......................................	5.000	
Gasto total del séptimo año....	53.000	
Producto de 25 hectáreas de yerba (1500 kg por hect.) = 37.500 kilogramos en el tercer año		18.750
Producto de 25 hectáreas de yerba (1200 kg por hect.) = 25.000 kg a pesos 5 los 10 kg, en el segundo año.....		15.000
Producto de 25 hectáreas de yerba (1000 kg por hect.) = 2500 kilos a pesos 5 los 10 kilos, en el primer año..		12.500
Producto de 45 hectáreas de tabaco....................		54.000
Utilidad total del séptimo año..		100.250

En el octavo año

1. Cultivo de 100 hectáreas de yerba con 30 hectáreas de tabaco..	15.000	

	Pesos moneda nacional	
2. Cosecha y secado de 30 hectáreas de tabaco..........	6.000	
3. Cosecha y secado de 100 hectáreas de yerba..........	12.000	
4. Dirección y administración........................	15.000	
5. Otros gastos varios................................	5.000	
Gasto total del octavo año	53.000	
25 hectáreas de yerba (2000 kg por hect.) = 50.000 kg, en el cuarto año		25.000
25 hectáreas de yerba (1500 kg por hsct.) = 37.500 kg, en el tercer año................................		18.750
25 hectáreas de yerba (1200 kg por hect.) = 30.000 kg, en el segundo año...............................		15.000
25 hectáreas de yerba (1000 kg por hect.) = 25.000 kg, en el primer año................................		12.500
30 hectáreas de tabaco = 60.000 kg....................		36.000
Utilidad del octavo año		107.250

En el noveno año

1. Cultivo de 7 hectáreas de yerba con 15 hectáreas de tabaco..	15.000	
2. Cosecha y secado de 15 hectáreas de tabaco..........	3.000	
3. Cosecha y secado de 7 hectáreas de yerba............	16.000	
4. Dirección y administración........................	15.000	
5. Otros gastos varios................................	5.000	
Gasto total del noveno año....	54.000	
25 hectáreas de yerba (2500 kg por hect.) = 57.500 kg, en el quinto año................................		28.750
25 hectáreas de yerba (2000 kg por hect.) = 50.000 kg, en el cuarto año		25.000
25 hectáreas de yerba (1500 kg por hect.) = 37.500 kg, en el tercer año................................		18.750
25 hectáreas de yerba (1200 kg por hect.) = 30.000 kg, en el segundo año...............................		15.000
Tabaco del último año, 15 hectáreas = 30.000 kg........		18.000
Utilidad total del noveno año...		105.500

En el décimo año

1. Cultivo de 100 hectáreas de yerba sola	10.000	
2. Cosecha y secado de 100 hectáreas de yerba..........	16.000	
3. Dirección y administración........................	15.000	
4. Gastos varios......................................	5.000	
Gasto total del décimo año....	46.000	
25 hectáreas de yerba (2700 kg por hect.), en el sexto año.		
25 hectáreas de yerba (2300 kg por hect.), 212 kg a pesos 5 los 10 kg, en el quinto año......................		106.000
25 hectáreas de yerba (2000 kg por hect.), en el cuarto año.		
25 hectáreas de yerba (1500 kg por hect.), en el tercer año.		

En el undécimo año

	Pesos moneda nacional	
1. Cultivo de 100 hectáreas de yerba sola	10.000	
2. Cosecha y secado de 100 hectáreas de yerba...........	16.000	
3. Dirección y administración............................	15.000	
4. Gastos varios..	5.000	
Total de gastos del undécimo año.	46.000	
25 hectáreas de yerba (3200 kg por hect.), en el séptimo año .		
25 hectáreas de yerba (2700 kg por hect.), 255.000 kg a pesos 5 los 10 kg, en el sexto año		127.500
25 hectáreas de yerba (2500 kg por hect.), en el quinto año.		
25 hectáreas de yerba (2000 kg por hect.), en el cuarto año.		

En el duodécimo año

1. Cultivo de 100 hectáreas de yerba sola	10.000	
2. Cosecha y secado de yerba..........................	20.000	
3. Dirección y administración.........................	15.000	
4. Gastos varios.......................................	5.000	
Total de gastos del duodécimo año.	50.000	
25 hectáreas de yerba (3500 kg por hect.), en el octavo año.		
25 hectáreas de yerba (3200 kg por hect.), 292.500 kg, en el séptimo año..............................		146.250
25 hectáreas de yerba (2700 kg por hect.), en el sexto año. .		
25 hectáreas de yerba (2500 kg por hect.), en el quinto año.		

Resumen demostrativo de 12 años de cultivo

	Gasto Pesos	Utilidad Pesos	Gasto Pesos	Utilidad Pesos
Primer año........	175.000		175.000	
Segundo año........	56.000	18.000	38.000	
Tercer año........	69.000	36.000	33.000	
Cuarto año........	82.000	54.000	28.000	
Quinto año........	55.000	72.000		17.000
Sexto año.........	58.000	84.500		26.500
Séptimo año.......	53.000	99.500		46.500
Octavo año........	53.000	100.250		47.250
Noveno año	54.000	105.200		51.200
Décimo año........	46.000	105.500		59.500
Undécimo año	46.000	106.000		60.000
Duodécimo año....	50.000	127.500		77.000
Utilidad del duodécimo año.................				146.250
Comparación de los gastos y utilidades.......			274.000	531.700

El resumen que precede demuestra :

1° Que desde el quinto año la sociedad no tendría ningún desembolso : por el contrario una utilidad de 17.000 pesos que aumentaría de año en año;

2° Que el capital social de primera inversión sería, efectivamente, de 274.000 pesos, enteramente invertidos ;

3° Que al fin del 12° año los 274.000 pesos aumentarían a 531.000 pesos ;

4° Que al fin del 12° año la propiedad del establecimiento, habiendo alcanzado un valor mínimo en base, a su rendimiento anual, que es efectivamente de 146.250 pesos, y dejando todavía al comprador un interés del 10 por ciento, el establecimiento representaría un valor mínimo de *1.462.500* pesos y se dice mínimo porque no se considera el provecho progresivo mayor que las anualidades venideras. No se considera, además, el valor de las 100 hectáreas de monte que se dejaron y consideraron improductivas.

Nótese que el sistema de plantación de la yerba aquí adoptado y basado sobre criterios prácticos, exigidos particularmente por la planta de yerba, permite cubrir la tierra a razón de 1320 plantas por hectárea (2,50 por 3 m.) de lo que resultará un producto mayor, lo que está claramente explicado y comprobado en toda la exposición de este volumen.

SOBRE

LAS SERIES DIVERGENTES SUMABLES

Por J. C. VIGNAUX

INTRODUCCIÓN

1. Las series divergentes han sido motivo de constante preocupación de los geómetras de todos los tiempos, y si bien su empleo se hacía sin justificar las operaciones en ellas efectuadas; en gran número de casos llegaban a resultados exactos, aun cuando los métodos empleados carecían de rigor matemático.

Bajo la acción de Abel y de Cauchy, el algoritmo de las series adquiere su fundamento riguroso con la introducción de la noción precisa de convergencia; y las series divergentes son excluídas del análisis por considerarlas desprovista de todo significado aritmético.

Es muchos años más tarde que la question vuelve a ocupar la atención de los matemáticos y no tarda en aparecer un conjunto de teorías que tratan de explicar desde punto de vista diversos, el empleo de las series divergentes en el análisis. Tal es, por ejemplo, la Teoría de Stielges y Poincaré sobre las *series asintóticas.* Poincaré y sus sucesores muestran la importancia que estas series — empleadas hasta entonces en mecánica celeste — tienen en el Análisis puro.

En estos últimos tiempos y desde un punto de vista completamente distinto a los principios de las teorías de Poincaré, Pade, Pincherle, ...; el geómetra francés M. Borel da dos fundamentos de una teoría aritmética de las series divergentes que la denomina «Series divergentes sumables» [1].

[1] E. Borel, *Leçons sur les séries divergentes* (Gauthier-Villars).

La noción fundamental sobre la cual está construída la teoría de las series sumables, reside en la posibilidad de generalizar la noción ordinaria de suma de una serie y edificar sobre estas un algoritmo análogo al de las convergentes, que sin destruir el carácter esencial de este, conserve los resultados ya definitivamente incorporados al análisis.

M. Borel generalizada la noción de suma en la forma siguiente. Sea la serie divergente

$$\sum_{n=0}^{\infty} u_u \tag{1}$$

y consideramos la integral impropia

$$\int_0^{\infty} e^{-a} \left(\sum_0^{\infty} u_u \frac{a^n}{n!} \right) da \qquad (a \geq 0). \tag{2}$$

La serie (1) se dice sumable, cuando la integral (2) es convergente y el valor de este se llama la *suma generalizada* de la serie dada.

Dada la definición de suma generalizada, M. Borel observa que «l'étude des séries *simplemente sommable* présente des difficultes analogue à l'études des series qui son convergentes san l'être absolument; nous la laisseront de côte, pour nous occuper exclusivement des series absolument sommables». Para vencer esta dificultad M. Borel restringe la generalidad de la integral (2) con la introducción de la noción de *sumabilidad absoluta* y abandona el estudio de las series *simplemente* sumables, enunciando la siguiente proposición falsa [1] : «*les séries convergentes sont toujour absolument sommables*». En efecto, he aquí un ejemplo de Hardy que prueba la existencia de series *simplemente convergentes* que *no son absolutamente sumables :* la serie cuyo término general es

$$u_u = \frac{(-1)^{\sqrt{n}}}{\sqrt{n}},$$

si $\sqrt{n}$ es entero, y los otros términos son nulos [2].

De aquí, y teniendo presente — como luego probaremos — que *toda serie absolutamente converyente, es también absolutamente sumable;* resulta que la noción de sumabilidad absoluta no es la generalización

(1) *Loc. cit.,* página 100.

(2) Este ejemplo es tomado de la obra de P. Dienes, *Sur les singularités des Fonctions Analytiques,* página 85.

de la noción ordinaria de convergencia, sinó, de la de convergencia absoluta. La teoría de las series absolutamente sumables estudiadas por Borel, solo constituye por tanto una generalización de las series absolutamente convergente, formando luego un campo bien limitado en el conjunto de las series sumables.

Razón esta bien suficiente, que justifica el estudio de las series sumables simplemente, esto es, sin imponer la condición restrictiva de la sumabilidad absoluta. Tal es lo que nos proponemos realizar en el presente trabajo.

Estudiaremos cuales son las principales operaciones aritméticas que se pueden efectuar sobre tales series, limitándonos a las series numéricas reales.

Series numéricas divergentes

2. *Suma generalizada.* — Sea la serie divergente

$$u_0 + u_1 + \dots + u_u + \dots \tag{1}$$

y formemos la expresión

$$\sigma(a) = e^{-a} \,.\, s(a), \tag{2}$$

donde la función $s(a)$ está definida por la serie (convergente para todo valor de $a \geq 0$) siguiente :

$$s(a) = \sum_{n=0}^{\infty} s_n \frac{a^n}{n!}$$

y

$$s_n = u_0 + u_1 + \dots + u_u.$$

Si existe y es finito el límite de la relación (2) cuando a crece indefinidamente por valores reales y positivos, es decir,

$$s = \lim_{a \to \infty} \sigma(a), \tag{3}$$

diremo con Borel, que la serie (1) es *sumable con el método exponencial* y el número s es la suma generalizada de la serie (1).

M. Borel, transforma la (3) en una integral impropia, en la forma siguiente.

Puesto que

$$[e^{-a} \,.\, s(a)]_{a=0} = u_0,$$

se puede escribir

$$s - u_0 = \Big[e^{-a} . s(a) \Big]_0^\infty = \int_0^\infty \frac{d}{da} [e^{-a} . s(a)]\, da.$$

Pero como

$$\frac{d}{da} [e^{-a} . s(a)] = e^{-a} [s'(a) - s(a)],$$

donde

$$s'(a) = s_1 + s_2 \frac{a}{1\,!} + s_3 \frac{a^2}{2\,!} + \dots$$

y

$$u'(a) = s'(a) - s(a) = u_1 + u_2 \frac{a}{1\,!} + u_3 \frac{a^2}{2\,!} + \dots$$

se tiene

$$s - u_0 = \int_0^\infty e^{-a} . u'(a)\, da.$$

Integrando ésta, por partes, se tiene :

$$s - u_0 = \left[e^{-a} \int_0^a u'(a)\, da \right]_0^\infty + \int_0^\infty e^{-a} \left[\int_0^a u'(a)\, da \right] da$$

$$= \Big[e^{-a} (u(a) - u_0) \Big]_0^\infty + \int_0^\infty e^{-a} (u(a) - u_0)\, da.$$

Si

$$\lim_{a \to \infty} e^{-a} . n(a) = 0,$$

resulta, poniendo

$$u_0 = \int_0^\infty u_0 e^{-a} da,$$

la integral

$$s = \int_0^\infty e^{-a} . u(a)\, da, \tag{5}$$

que constituye la integral de Borel, donde

$$u(a) = \sum_{n=0}^{\infty} u_u \frac{a_n}{n!},$$

es una *trascendente entera,* llamada *serie asociada.*

Resulta, por tanto.

$$s = \lim_{a \to \infty} e^{-a} \left(\sum_{n=0}^{\infty} s_n \frac{a^n}{n!} \right) = \int_0^\infty e^{-a} \left(\sum_{n=0}^{\infty} u_u \frac{a^n}{n!} \right) da. \tag{6}$$

Dada la serie (1) y formando la integral (5) correspondiente, pueden presentarse tres casos distintos :

1° Si esta integral es convergente, es decir, si existe un número s tal que :

$$\lim_{a \to t} \int_0^t e^{-a} . u(a)\, da = s,$$

diremos que la serie (1) es *convergente en el sentido* de Borel o *convergente* (B), o también *sumable* (B) y el número s es la *suma generalizada* o *suma* (B). Pondremos

$$u_0 + u_1 + \dots + u_u + \dots = \int_0^\infty e^{-a} . u(a)\, da.$$

2° Si la integral de Borel (5) es divergente, esto es si

$$\lim_{t \to \infty} \int_0^t e^{-a} . u(a) = \infty,$$

diremos que la serie (1) es *divergente* (B).

3° Si la (5) carece de límite, finito o infinito, la serie (1) la llamaremos *indeterminada* (B).

En estos dos últimos casos, se dice también que la serie (1) *no es sumable* (B).

En todo lo que sigue, solo nos ocuparemos del primer caso; suponiendo que la serie asociada sea una trascendente entera.

La (5) puede escribirse en otra forma equivalente, poniendo de manifiesto el doble límite. Se tiene en efecto

$$s = \int_0^\infty e^{-a} \left(\sum_{n=0}^{\infty} u_u \frac{a^n}{n!} \right) da = \lim_{t \to \infty} \int_0^t e^{-a} \left(\sum_{n=0}^{\infty} u_u \frac{a^n}{n!} \right) da$$

$$= \lim_{t \to \infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\int_0^t e^{-a} \frac{a^n}{n!} da \right] u_k,$$

y finalmente

$$s = \lim_{t \to \infty} . \lim_{n \to \infty} \sum_{k=0}^{n} \left[\int_0^t e^{-a} \frac{a^n}{n!} da \right] u_k.$$

En el pasaje al doble límite, se supone primero $n \to \infty$ manteniendo t fijo y luego se toma el límite para $t \to \infty$.

Sentadas estas definiciones, será necesario probar ante todo el siguiente teorema :

I. *Si la serie* (1) *es convergente con suma s ella es también sumable* (B) *y su suma generalizada coincide con s* (propiedad uniforme) ([1]).

De la convergencia de la serie

$$u_0 + u_1 + \dots + u_u + \dots \tag{1}$$

resulta

$$s = \lim_{n \to \infty} s_u \qquad (s_u = u_0 + u_1 + \dots + u_u),$$

es decir, dado el número positivo ε arbitrariamente pequeño, se puede determinar en entero positivo p, tal que

$$| s_n - s | < \varepsilon, \tag{2}$$

para todo $n \geq p$.

Por otra parte, se tiene

$$e^{-a}\left(\sum_0^\infty s_n \frac{a^n}{n!}\right) - s = e^{-a} \sum_{n=0}^\infty (s_n - s) \frac{a^n}{n!},$$

que, tomando módulo de ambos miembros, resulta

$$\left| \left(e^{-a} \sum_0^\infty s_n \frac{a^n}{n!}\right) - s \right| \leq e^{-a} \sum_{n=0}^\infty | s_n - s | \frac{a^n}{n!}. \tag{3}$$

El segundo miembro de esta desigualdad se puede escribir en la forma siguiente :

$$e^{-a} \sum_{n=0}^{n=p} | s_u - s | \frac{a^n}{n!} + e^{-a} \sum_{n=p+1}^\infty | s_u - s | \frac{a^n}{n!}.$$

La expresión

$$\sum_{n=0}^{p} | s_u - s | \frac{a^n}{n!}$$

es un polinomio en a de grado p, luego su producto por e^{-a} tiende a cero, cuando $a \to \infty$, es decir :

$$e^{-a} \sum_{n=0}^\infty | s_u - s | \frac{a^n}{n!} < \varepsilon \qquad \text{para} \qquad a \geq A,$$

donde A es un número positivo bien determinado. Además, según la igualdad (2) se tiene :

$$e^{-a} \sum_{n=p+1}^\infty | s_u - s | \frac{a^n}{n!} < \varepsilon \,.\, e^{-a} \sum_{n=p+1}^\infty \frac{a^n}{n!} < \varepsilon,$$

[1] Esta propiedad la enuncia Borel sin demostración. *Loc. cit.,* página 97.

y por tanto, la desigualdad (3) se reduce a

$$\left| \left(e^{-a} \sum_{n=0}^{\infty} s_n \frac{a^n}{n!} \right) - s \right| < 2\varepsilon,$$

es decir,

$$\lim_{a \to \infty} e^{-a} \sum_{n=0}^{\infty} s_n \frac{a^n}{n!} = s,$$

y finalmente, según (6) se concluye

$$s = \int_0^{\infty} e^{-a} \left(\sum_0^{\infty} u_u \frac{a^n}{n!} \right) da$$

con lo cual queda demostrado.

La noción de *suma generalizada* de una serie divergente, constituye por tanto, una generalización legítima de la noción clásica de suma de una serie.

Como ejemplo de serie sumable (B) consideremos el siguiente caso:

Sea la serie divergente numérica

$$1 - 2a + 3a^2 - 4a^3 + \ldots \qquad (1)$$

donde a es un número positivo $a \geq 1$. La serie asociada correspondiente tiene por expresión

$$u(t) = 1 - \frac{2at}{1!} + \frac{3a^2 t_2}{2!} - \ldots \qquad (2)$$

donde t representa una *variable real* del interval $(0, +\infty)$. La (2) por ser una serie de potencias es uniformemente convergente, y por tanto integrable término a término.

Se tiene

$$\int u(t)\, dt = t - \frac{at^2}{1!} + \frac{a^2 t^3}{2!} - \ldots$$

$$= t \left(1 - \frac{at}{1!} + \frac{a^2 t^2}{2!} - \ldots \right)$$

luego

$$\int u(t)\, dt = t \,.\, e^{-at}.$$

Derivando miembro a miembro esta igualdad, resulta para la función $u(t)$ la expresión

$$u(t) = e^{-at}(1 - at),$$

y por tanto, la suma generalizada de (1) estará definida por la integral de Borel

$$s = \int_0^\infty e^{-t} . e^{-at} (1 - at)\, dt$$

$$= \int_0^\infty e^{-t(1+a)}\, dt - a \int_0^\infty t . e^{-t(1+a)}\, dt.$$

La primera integral del segundo miembro por ser $a > 0$, tiene por valor

$$\int_0^\infty e^{-t(1+a)}\, dt = \frac{1}{1+a}.$$

Para calcular la segunda integral, pongamos

$$(1+a)\, t = z, \qquad dt = \frac{dz}{1+a},$$

luego se tiene

$$a \int_0^\infty e^{-z} \frac{z}{1+a} \cdot \frac{dz}{1+a} = \frac{a}{(1+a)^2} \int_0^\infty z . e^{-z} . dz = \frac{a}{(1+a)^2}.$$

En consecuencia

$$s = \frac{1}{1+a} - \frac{a}{(1+a)_2} = \frac{1}{(1+a)^2},$$

es decir,

$$1 - 2a + 3a^2 - \ldots = \frac{1}{(1+a)^2}.$$

Para $a = 1$, resulta la serie sumable

$$1 - 2 + 3 - 4 + \ldots = \frac{1}{4}.$$

Operaciones fundamentales

3. No es suficiente que la noción de suma generalizada cumpla la propiedad uniforme, para que sea legítimo y a la vez útil, su introducción en el análisis. Sería preciso probar además, que toda serie sumable (B) puede someterse a las principales operaciones aritméticas válida en el campo de las series convergentes.

De la definición de suma (B) de una serie divergente, se desprenden las siguientes proposiciones que generalizan a las series sumables (B) las propiedades fundamentales de las series convergentes.

II. *Si la serie divergente*

$$u_0 + u_1 + \dots + u_u + \dots \qquad (1)$$

es sumable (B) *con suma igual a u, la serie*

$$\rho u_0 + \rho u_1 + \dots + \rho u_u + \dots \qquad (\rho \neq 0)$$

es también sumable (B) *con suma* ρu (propiedad distributiva).

Por la sumabilidad (B) de la serie (1) se tiene

$$u = \int_0^\infty e^{-a} . u(a)\, da$$

donde

$$u(a) = \sum_{n=0}^{\infty} u_u \frac{a^n}{n!},$$

es una trascendente entera. La serie asociada de (2) es

$$V(a) = \sum_{n=0}^{\infty} \rho u_u \frac{a^n}{n!} = \rho . \sum_{n=0}^{\infty} u_u \frac{a^n}{n!},$$

de donde

$$e^{-a} V(a) = \rho e^{-a} \sum_0^\infty u_u \frac{a^n}{n!},$$

luego

$$\int_0^\infty e^{-a} V(a)\, da = \rho \int_0^\infty e^{-a} \left(\sum_0^\infty n_u \frac{a^n}{n!} \right) da = \rho u,$$

con lo cual queda demostrado.

III. *Si las dos series*

$$u_0 + u_1 + \dots + u_u + \dots \qquad (1)$$

$$v_0 + v_1 + \dots + v_n + \dots \qquad (2)$$

son sumables (B) *con suma igual a u y v respectivamente, también es sumable* (B) *la serie*

$$(u_0 + v_0) + (u_1 + v_1) + \dots + (u_u + v_n) + \dots \qquad (3)$$

y *su suma vale* $u + v$.

Por hipótesis, se tiene

$$u = \int_0^\infty e^{-a} \left(\sum_0^\infty u_u \frac{a^n}{n!} \right) da, \qquad v = \int_0^\infty e^{-a} \left(\sum_0^\infty v_n \frac{a^n}{n!} \right) da,$$

de donde, resulta

$$u + v = \int_0^\infty e^{-a} \left[\sum_0^\infty u_u \frac{a^n}{n!} + \sum_0^\infty v_n \frac{a^n}{n!} \right] da,$$

es decir,

$$u + v = \int_0^\infty e^{-a} \left[\sum_0^\infty (u_u + v_n) \frac{a^n}{n!} \right] da.$$

La serie asociada

$$\sum_0^\infty (u_u + v_n) \frac{a^n}{n!}$$

a la serie (3), es una trascendente entera, por tanto la integral (4) es la suma generalizada de la serie (3).

Combinando este teorema con el anterior se deduce inmediatamente que la serie

$$\sum_{n=0}^\infty (\alpha u_n + \beta v_n),$$

donde α y β son dos constantes cualesquiera distinto de cero, es sumable (B) con suma igual a

$$\alpha u + \beta v.$$

IV. *Consideremos las dos series divergentes*

$$u_0 + u_1 + \ldots + u_u + \ldots \qquad (1)$$

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_n + \ldots; \qquad (2)$$

si la serie (2) *es sumable* (B) *con suma u', también es sumable* (B) *la serie* (1) *con suma u igual a $u_0 + u'$.*

Por hipótesis, la integral

$$u' = \int_0^\infty e^{-a} \mathrm{U}(a)\, da \qquad (3)$$

es convergente y la función

$$\mathrm{U}(a) = \sum_{n=0}^\infty u_{u+1} \frac{a^n}{n!}$$

una trascendente entera.

Formando la serie asociada de la serie (1)

$$u(a) = \sum_{n=0}^\infty u_u \frac{a^n}{n!},$$

resulta

$$\mathrm{U}(a) = u'(a),$$

y la integral de Borel correspondiente será

$$\int_0^{\infty} e^{-a} \left(\sum_0^{\infty} u_u \frac{a^n}{n!} \right) da.$$

La (3) nos da integrando por partes

$$\int_0^{\infty} e^{-a} \left(\sum_0^{\infty} u_{u+1} \frac{a^n}{n!} \right) da = \left[e^{-a} \sum_0^{\infty} u_u \frac{a^n}{n!} \right]_0^{\infty} + \int_0^{\infty} e^{-a} \left(\sum_0^{\infty} u_u \frac{a^n}{n!} \right) da,$$

y como

$$\left| e^{-a} \left(\sum_0^{\infty} u_u \frac{a^n}{n!} \right) \right|_0^{\infty} = -u_0,$$

desde que

$$\lim_{a \to \infty} e^{-a} u(a) = 0,$$

se tiene, finalmente :

$$u = \int_0^{\infty} e^{-a} . u(a) da = u_0 + u'.$$

La recíproca no es cierta.

4. *La sumabilidad absoluta.* — Se dice que la serie divergente

$$u_0 + u_1 + \ldots + u_u + \ldots,$$

es *absolutamente sumable* (B), si las integrales

$$\int_0^{\infty} e^{-a} \,|\, u(a) \,|\, da, \qquad (\alpha)$$

$$\int_0^{\infty} e^{-a} \,|\, u^{(\nu)}(a) \,|\, da, \qquad (\nu = 1, 2, 3, \ldots) \qquad (\beta)$$

son convergentes.

De esta definición, se desprende inmediatamente que : *una serie absolutamente sumable* (B) *es también sumable* (B); puesto que la condición (α) prueba que la integral

$$\int_0^{\infty} e^{-a} . u(a) da,$$

es también convergente.

La noción de sumabilidad absoluta (B) es la generalización de la noción de convergencia absoluta en virtud del siguiente teorema.

V. *Si la serie*

$$u_0 + u_1 + \dots + u_u + \dots \tag{1}$$

es absolutamente convergente con suma s, ella es también absolutamente sumable (B) *y su suma es igual a s.*

Poniendo

$$s(a) = \sum_{n=0}^{\infty} (u_0 + u_1 + \dots + u_u) \frac{a^n}{n!},$$

resulta

$$s(a) = u_0 e^a + u_1 \left(\frac{a}{1!} + \frac{a^2}{2!} + \dots\right) + u_2 \left(\frac{a^2}{2!} + \frac{a^3}{3!} + \dots\right) + \dots$$

$$= u_0 e^a + u_1 (e^a - 1) + u_2 (e^a - 1 - a) + \dots$$

Además, como por la convergencia de (1) los términos u_u son acotados, resulta

$$|s(a)| < e^a \sum_{n=0}^{\infty} |u_u|$$

∴

$$e^{-a} |s(a)| < \sum_{n=0}^{\infty} |u_u|$$

para $a > 0$.

De aquí resulta que

$$\lim_{a \to \infty} |s(a)| \leq \sum_{n=0}^{\infty} |u_u| = s. \tag{2}$$

Por otra parte se tiene

$$s - e^{-a} s(a) = e^{-a} \left[u_1 + u_2 (1 + a) + u_3 \left(1 + \frac{a}{1!} + \frac{a^2}{2!}\right) + \dots\right]$$

$$= e^{-a} \left[(s - u_0) + (s - u_0 - u_1) \frac{a}{1!} + \dots\right]$$

o bien

$$s - e^{-a} s(a) = e^{-a} \sum_{\nu=0}^{\infty} R_\nu \frac{a^\nu}{\nu!}, \tag{3}$$

donde

$$R_\nu = s - (u_0 + u_1 + \dots + u_u).$$

La igualdad (3) se puede escribir además en la forma siguiente :

$$s - e^{-a} s(a) \, e^{-a} \sum_{\nu=0}^{\nu=k} R_\nu \frac{a^\nu}{\nu!} + e^{-a} \sum_{\nu=k+1}^{\infty} R_\nu \frac{a^\nu}{\nu!}, \tag{4}$$

donde k es un número fijo cualquiera.

Por ser la serie (1) convergente, dado el número positivo ε arbitrariamente pequeño, existe un $k > 0$ tal que para $\nu \geq k$, se tenga

$$|R_\nu| < \frac{\varepsilon}{2},$$

luego

$$\left| e^{-a} \sum_{\nu = k+1}^{\infty} R_\nu \frac{a^\nu}{\nu!} \right| < e^{-a} \cdot \frac{\varepsilon}{2} \sum_{\nu = k+1}^{\infty} \frac{a^\nu}{\nu!} < \frac{\varepsilon}{2}$$

para *a fijo* y *positivo*.

Además, se tiene

$$\lim_{a \to \infty} \frac{a^\nu}{e^a} = 0,$$

para ν *fijo* cualquiera que sea. Luego existe un número $A > 0$ tal que

$$\left| e^{-a} \sum_{\nu = 0}^{k} R_\nu \frac{a^\nu}{\nu!} \right| < \frac{\varepsilon}{2} \qquad \text{para} \qquad a \geq A.$$

Finalmente, teniendo presente la (2), se concluye según la (4) que

$$|s - e^{-a} s(a)| < \varepsilon,$$

es decir,

$$\lim e^{-a} \sum_{n=0}^{\infty} (|u_0| + |u_1| + \ldots + |u_u|) \frac{a^n}{n!} = s.$$

Sea por otra parte

$$U(a) = \sum_{n=0}^{\infty} |u_u| \frac{a^n}{n!},$$

la serie asociada de la serie de módulos

$$\sum_0^\infty |u_u|.$$

Según número **2**

$$\int_0^\infty e^{-a} U'(a)\, da = s - |u_0|,$$

$\therefore$

$$s = \int_0^\infty e^{-a} U(a)\, da.$$

Del mismo modo, de la convergencia de la serie

$$\sum_{p=0}^{\infty} |u_{\nu+p}|,$$

se deduce que, las integrales de Borel

$$\int_0^\infty e^{-a} U^{(\nu)}(a)\, da \qquad (\nu = 1, 2, 3, ...)$$

son también convergentes. De aquí resulta

$$\int_0^\infty e^{-a} \left| \frac{d^\nu}{da^\nu} \left(\sum_0^\infty u_u \frac{a^n}{n!} \right) \right| da < \int_0^\infty e^{-a} U^{(\nu)}(a)\, da,$$

por tanto, la serie (1) es absolutamente sumable (B).

El siguiente teorema debido a Borel, nos será útil en lo que sigue.

VI. *Si la serie*

$$u_0 + u_1 + ... + u_u + ... \tag{1}$$

es absolutamente sumable con suma s, la serie

$$u_1 + u_2 + ... + u_u + ... \tag{2}$$

es absolutamente sumable y *tiene por suma*

$$s - u_0.$$

Por hipótesis, los integrales

$$s = \int_0^\infty e^{-a} \left| u(a) \right| da, \qquad \int_0^\infty e^{-a} \left| u^{(r)}(a) \right| da, \qquad (r = 1, 2, 3, ...)$$

donde

$$u(a) = \sum_{n=0}^\infty u_u \frac{a^n}{n!}$$

son convergentes.

Formando la serie asociada de la (2)

$$\Omega(a) = \sum_{n=0}^\infty u_{u+1} \frac{a^n}{n!}$$

se deduce

$$\Omega(a) = u'(a),$$

y por tanto la integral de Borel será

$$\int_0^\infty e^{-a} u'(a)\, da = \Big[e^{-a} . u(a) \Big]_0^\infty + \int_0^\infty e^{-a} . u(a)\, da, \tag{3}$$

y llamando con s_1 la suma de la serie (2) se tiene

$$s_1 = -u_0 + s.$$

Además, como

$$\Omega^{(r)}(a) = u^{(r+1)}(a)$$

los integrales de Borel

$$\int_0^\infty e^{-a} \left| \Omega^{(r)}(a) \right| da, \qquad (r = 1, 2, ...)$$

existen; por tanto, la serie (2) es absolutamente sumable con suma

$$s_1 = s - u_0.$$

La recíproca es también cierta : *si la serie* (2) *es absolutamente sumable* (B) *con suma s', la serie* (1) *es también absolutamente sumable* (B) *con suma* $s = u_0 + s'$.

Por la sumabilidad absoluta de la serie (2) la integral

$$s' = \int_0^\infty e^{-a} \left| \Omega(a) \right| da = \int_0^\infty e^{-a} . \left| u'(a) \right| da \tag{4}$$

es convergente.

Escribiendo

$$\left| u(a) \right| \leq \left| u_0 \right| + \int_0^a \left| u'(a) \right| da,$$

y poniendo

$$\left| u'(a) \right| = \Phi'(a), \qquad \Phi(a) = \int_0^a \left| u'(a) \right| da,$$

resulta

$$\left| u(a) \right| < \left| u_0 \right| + \Phi(a),$$

y por tanto, la integral

$$\int_0^\infty e^{-a} . \Phi'(a)\, da, \qquad \Phi'(a) > 0$$

es convergente. De aquí se deduce, que dado un $\varepsilon > 0$ arbitrario, se puede determinar un número $p > 0$ tal que

$$\int_q^p e^{-a} \Phi'(a)\, da < \frac{\varepsilon}{2} \qquad \text{para} \qquad p > q,$$

o bien, por el teorema de la media

$$e^{-\xi} . \int_q^p \Phi'(a)\, da = e^{-\xi} \left[\Phi(p) - \Phi(q) \right] < \frac{\varepsilon}{2},$$

donde

$$q < \xi \leq p.$$

Fijado así el número q, existe un $q_1 > q$ tal que

$$e^{-\xi} . \Phi(q) < \frac{\varepsilon}{2}$$

para todo

$$p \geq \xi < q_1,$$

por tanto

$$e^{-\xi}\Phi(p) < \varepsilon,$$

es decir

$$\lim_{a \to \infty} e^{-a} . \Phi(a) = 0.$$

Finalmente, teniendo en cuenta la relación (3) se tiene

$$\int_0^\infty e^{-a} . \Phi(a)\, da = u_0 + \int_0^\infty e^{-a} . \Phi'(a)\, da$$

y según (4) resulta

$$\int_0^\infty e^{-a} \,|\, u(a) \,|\, da = u_0 + s',$$

luego la serie (1) es sumable (B).

De un modo análogo se probaría que las integrales

$$\int_0^\infty e^{-a} \,|\, u^{(r)}(a) \,|\, da$$

existen, en la hipótesis que los integrales

$$\int_0^\infty e^{-a} \Omega^{(r)}(a)\, da$$

sean convergentes; por tanto, la serie (1) es absolutamente sumable (B).

5. *Multiplicación de series.* — Sean dos series

$$\sum_0^\infty u_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n + \dots \tag{1}$$

$$\sum_0^\infty v_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n + \dots \tag{2}$$

y formemos la serie producto, con la regla de Cauchy

$$\sum_0^\infty w_n, \tag{3}$$

donde

$$w_n = u_0 v_n + u_1 v_{n-1} + \ldots + u_n v_0.$$

Si las series (1) y (2) son sumables (B), no siempre resulta sumable (B) la serie (3). Un teorema de Cauchy afirma que la serie producto es convergente, si las dos series factores son *absolutamente convergentes*. M. Borel ha extendido este teorema a las series sumables (B) en la forma siguiente : *si las series* (1) *y* (2) *son absolutamente sumables* (B) *la serie* (3) *es sumable* (B) *y tiene por suma el producto de las sumas de aquéllas.*

Como se sabe, Mertens ha demostrado el teorema de Cauchy suponiendo solamente que una de las dos series (1), (2) sea absolutamente convergente. Un resultado análogo se obtiene para el teorema de Borel.

VII. *Si las dos series divergentes*

$$u_0 + u_1 + \ldots + u_u + \ldots \qquad (1)$$

$$v_0 + v_1 + \ldots + v_n + \ldots \qquad (2)$$

son sumables (B) *con suma u y v respectivamente y una de ellas es sumable absolutamente, la serie producto*

$$w_0 + w_1 + \ldots + w_n + \ldots$$

es sumable (B) *y tiene por suma el valor* $w = uv$.

Sean

$$u(a) = \sum_{n=0}^{\infty} u_u \frac{a^n}{n!}, \qquad v(b) = \sum_{0}^{\infty} v_n \frac{b_n}{n!}$$

las series asociadas respectivamente a (1) y (2), las cuales, por hipótesis, son trascendentes enteras; se tiene :

$$u = \int_0^\infty e^{-a} . u(a)\, da, \qquad (3)$$

$$v = \int_0^\infty e^{-b} . u(b)\, db. \qquad (4)$$

Efectuando el producto de las integrales (3) y (4) y teniendo presente que v no depende de la variable a, se tiene :

$$u . v = \int_0^\infty e^{-a} . u(a) . v da = \int_0^\infty e^{-a} u(a) \left[\int_0^\infty e^{-b} . v(b)\, db \right] da;$$

y como $e^{-a}u(a)$ no depende de b se puede escribir

$$u \,.\, v = \int_0^\infty da \left[\int_0^\infty e^{-a-b} \,.\, u(a) \,.\, v(b)\, db\right],$$

o también

$$uv = \int_0^\infty da \int_0^\infty e^{-(a+b)}\, u(a)\, v(b)\, db, \tag{5}$$

la cual puede considerarse como una integral de campo, extendida a la parte ilimitada del plano xy comprendido entre los dos semiejes positivos.

Efectuando en esta integral doble el cambio de variable definida por la relación [1]

$$a = \xi(1 - \eta), \qquad b = \xi\eta,$$

donde

$$\xi = a + b, \qquad \eta = \frac{b}{a+b}, \tag{6}$$

el jacobiano, tiene per valor

$$J = \begin{vmatrix} 1 - \eta & -\xi \\ \eta & \xi \end{vmatrix} = \xi.$$

Cuando a y b varían de 0 a ∞, ξ varía de 0 a ∞ y η de 0 a 1; las relaciones (6) representan para ξ y η constantes dos sistemas de rectas; la $\xi =$ constante cortan bajo ángulo igual los dos semiejes positivos; las $\eta =$ constante pasan por el origen.

En cambio, interpretando la ξ, η como coordenadas rectangulares de un nuevo plano, al campo de integración de la integral (5) corresponde en el plano $\xi\eta$ la faja comprendida entre las rectas $\eta = 0$, $\eta = 1$. La correspondencia que establece la substitución (6) entre estos dos campos es biunívoca exceptuando un entorno del origen y además el jacobiano $J = \xi$ no cambia de signo en la faja del plano $\xi\eta$ antes definida. Se tiene en tal caso

$$uv = \int_0^\infty d\xi \int_0^1 e^{-\xi} \,.\, u[\xi(1-\eta)]\, v(\xi\eta) \,.\, \xi d\eta,$$

o bien

$$uv = \int_0^\infty e^{-\xi} \,.\, \xi d\xi \,.\, \int_0^1 u[\xi(1-\eta)\, v(\xi\eta)\, d\eta. \tag{A}$$

[1] Esta substitución es empleada por Vivanti en la teoría de la función euleriana *(Lezioni di Analisi infinitesimale,* 1920).

Por otra parte, el producto de las series (1) y (2) absolutamente convergentes

$$u(a) \,.\, v(b) = \sum_{0}^{\infty} w_n(a, b), \tag{7}$$

donde

$$w_n(a, b) = \sum_{r=0}^{r=n} u_r v_{n-r} \frac{a^r b^{n-r}}{r!\,(n-r)!},$$

es también convergente. La substitución (6) transforma la (7) en

$$u[\xi(1-\eta)]\, v(\xi\eta) = \sum_{n=0}^{\infty} w_n[\xi(1-\eta), \xi\eta] \tag{7'}$$

donde

$$w_n[\xi(1-\eta), \xi\eta] = \xi^n \sum_{r=0}^{n} \frac{u_r v_{n-r}}{r!\,(n-r)!} \eta^{n-r}(1-\eta)^r.$$

Se tiene, por tanto,

$$\int_0^1 u[\xi(1-\eta)]\, v(\xi\eta)\, d\eta = \sum_{n=0}^{\infty} \xi^n \,.\, \sum_{r=0}^{r=n} \frac{u_r v_{n-r}}{r!\,(n-r)!} \int_0^1 \eta^{n-r}(1-\eta)^r d\eta.$$

Además, como

$$\int_0^1 \eta^{n-r}(1-\eta)^r d\eta = \frac{r!\,(n-r)!}{(n+1)!},$$

resulta

$$\int_0^1 u[\xi(1-\eta)]\, v(\xi, \eta)\, d\eta = \sum_{n=0}^{\infty} \xi^n \,.\, \sum_{r=0}^{n} \frac{u_r v_{n-r}}{(n+1)!} = \sum_{0}^{\infty} w_n \frac{\xi^n}{(n+1)!},$$

donde

$$w_n = \sum_{r=0}^{r=n} u_r v_{n-r}.$$

Substituyendo este valor en la integral (A) se obtiene

$$uv = \int_0^{\infty} e^{-\xi} \left(\sum_{n=0}^{\infty} w_n \frac{\xi^{n+1}}{(n+1)!} \right) d\xi$$

integral que define la suma de la serie

$$o + w_1 + w_2 + \ldots + w_n + \ldots$$

puesto que la serie asociada a esta tiene por valor

$$w(\xi) = \sum_{n=0}^{\infty} w_n \frac{\xi^{n+1}}{(n+1)!}.$$

Sentado esto, supongamos según la hipótesis que la serie (1)

$$u_0 + u_1 + u_u + \dots$$

sea *absolutamente sumable* (B). Según el teorema III, la serie

$$u_1 + u_2 + \dots + u_u \qquad (8)$$

que se obtiene suprimiendo un término u_0, es también sumable absolutamente (B) y, por tanto, *sumable* (B) con suma igual a $u - u_0$.

Efectuando el producto de la serie

$$v_0 + v_1 + \dots + v_n + \dots \qquad (2)$$

por la serie (8), resulta la serie

$$u_1 u_0 + (u_1 v_1 + u_2 v_0) + \dots$$

La serie

$$o + u_1 u_0 + (u_1 v_1 + u_2 v_2) + \dots \qquad (9)$$

según lo que antecede, es sumable (B) y tiene por suma el producto

$$v(u - u_0) = uv - u_0 v,$$

donde $u_0 v$ no es otra cosa que la suma de la serie

$$u_0 v + u_0 v_1 + \dots + u_0 v_n + \dots \qquad (10)$$

sumable (B) según el teorema II.

Sumando las series (9) y (10) resulta la serie sumable (B)

$$u_0 v_0 + (u_0 v_1 + u_1 v_0) + \dots$$

o bien

$$w_0 + w_1 + \dots + w_n + \dots$$

cuya suma es la suma de las series componentes según el teorema I.

$$w = (uv - u_0 v) + u_0 v = u \,.\, v.$$

Por tanto, la serie producto (3) es sumable (B) y tiene por suma el número

$$w = uv$$

con lo cual queda demostrado el teorema.

6. Los teoremas demostrados justifican la legitimidad del empleo de las series simplemente sumables (B) en los cálculos aritméticos. La teoría de las series sumables (B) constituye por tanto una generalización legítima de las series simplemente convergentes, resultando de este modo notablemente ampliado el campo de aplicación de la genial teoría fundada por M. Borel.

BIBLIOGRAFÍA

Además de la obra fundamental de Borel, antes citada, nos han sido muy útiles las siguientes :

K. Knopp, *Theorie und Anwendung der unendlichen Reihen,* Berlín, 1922.

Whittaker et Watson, *Modern Analysis,* Cambridge, 1920.

Pringsheiun, *Encycl. der Math. Wissenschaften.*

S. Pincherle, *Teoria delle funcioni Analitiche,* 1922.

V. Volterra et Pérez, *Leçons sur la composition et les fonctions permutables,* París, 1924.

P. Dienes, *Leçons sur les singularités des fonctions analytiques,* 1923.

E. Borel, *Méthodes et problèmes de théorie des fonctions,* 1922.

E. Borel, *Leçons sur les fonctions monogènes,* 1918.

EL CONTROL Y LA ADMINISTRACIÓN DE LA INDUSTRIA PESQUERA (*)

UN PROYECTO IDEAL

POR W. G. PHILLIPPS, F. L. S.

INTRODUCCIÓN

El proyecto que expongo en forma condensada, lo he estudiado durante nueve años, tratando de tocar cada punto importante de la industria, pero concentrándome sobre lo esencial. Es bastante asombroso que hasta la fecha tan poco se haya investigado acerca de lo esencial en la industria de la pesca y también es algo notable que ningún país en el mundo tenga una organización pesquera que recompense el tiempo y el cuidado necesitado por los puntos indispensables. El departamento de la pesca en la Gran Bretaña, parece haberse dedicado con bastante atención a la estadística de las clases y edades de los peces, pero no he podido hallar ninguna estadística completa de la periodicidad para cualquier serie de puertos de la costa inglesa, ni un plan de clasificación sobre las redes, aparejos y buques pesqueros que pueda educar a los pescadores sobre el conocimiento de mejores métodos.

Aun en los Estados Unidos de Norte América, la Comisión de pesca en Wáshington ha dejado de lado algunos de estos puntos esenciales, aunque en una carta que recibí del ex jefe del Departamento me anunciaba que ha hecho tentativas en el sentido de aprovechar directamente de la ciencia y me cita algunos ejemplos. Pero la gran

(*) La traducción del presente trabajo ha sido hecha gentilmente por el doctor Humberto Bidone, cónsul general de la República Argentina en Wellington.

tentación que domina a los hombres científicos en todo el mundo es el avanzar tan lejos en sus estudios que su valor práctico para la humanidad es bien problemático. No hay país civilizado que no haya sufrido de esta manera, pero en un departamento moderno de pesca, la ciencia pura debe relegarse al segundo lugar, pues lo de primera importancia debe ocupar el lugar principal. Los reconocimientos hidrográficos, a no ser que obedezcan a un fin definitivo, deben generalmente ocupar menos atención, o postergarse para la generación futura. Para tomar un caso hipotético, si se establece una estación para estudiar la biología marítima en un punto estratégico de la costa, es claro que la temperatura diurna y pruebas ocasionales de la salinidad serán necesarias, pero la estación tendría que producir trabajo de bastante valor para justificar sus existencia.

LA ACTITUD ANTERIOR HACIA LA INDUSTRIA PESQUERA

A medida que la industria crecía, los gobiernos reconocieron la necesidad de la administración y, generalmente, fueron nombrados pescadores prácticos para ocupar los puestos importantes, con el resultado natural que en todo el mundo las posiciones de autoridad fueron llenadas con hombres sin la suficiente educación científica. La mayoría, al empezar, conocían muy poco de la materia, y tenían poca o ninguna idea de cómo podrían orientarse hacia un conocimiento científico; en verdad, bien poco entendían cuán útiles les sería un conocimiento más intensivo, pues el valor de la ciencia y de la aplicación de métodos científicos en la investigación apenas se sospechaba.

LA ACTITUD ACTUAL HACIA LA INDUSTRIA

La escuela vieja de administradores de la pesca pasa lentamente y, en la mayoría de los países, los puestos vacantes se llenan gradualmente con hombres que han tenido un entrenamiento científico y universitario, pero no ha pasado aún la época para los de la vieja escuela, pues un nuevo horizonte se abre para ellos, bajo la dirección de administradores competentes, en el trabajo importante de la inspección de la pesca para asegurar la salud del pueblo y vigilar el cumplimiento de las leyes sobre la materia. Poco a poco se comienza a ver una nueva concepción de lo que se puede esperar de la pesca,

una vez que se relega a la obscuridad, la aclimatización ciega, la pesca en demasía, la ignorancia de las diferencias fundamentales de las especies, y los perjuicios, junto con todos los demás errores del pasado.

ADMINISTRACIÓN

El departamento debe tener como jefe, un director en pesca, quien dependerá directamente del ministro, y cuyo dictamen debe ser final en todo lo que tenga importancia en la materia. Los empleados se dividirán en tres grupos :

1° El grupo científico, debe ocuparse solamente de problemas de valor económico absoluto, y el trabajo de este ramo debe ser compensado por el aumento de la productividad ;

2° El ramo de los inspectores de la pesca, debe administrar los reglamentos, etc., recomendados por el grupo científico ;

3° El ramo general, compuesto de cadetes o estudiantes que más tarde pasarán a una de las otras secciones, incluyéndose también los instructores, quienes deben estar en contacto continuo con el primer grupo.

EL ENTRENAMIENTO DE LOS PESCADORES

En cualquier negocio, un joven, después de unos cinco años de aprendizaje, se halla listo para ser clasificado como un jornalero práctico y así debe ser con la pesca. Bajo una reglamentación ideal para la pesca, ninguna autorización se concederá a pescadores que deseen trabajar por su propia cuenta, hasta que hayan hecho algunos años de aprendizaje con pescadores debidamente autorizados, como, también, deberá rendir un examen, oral o escrito. También se debe exigir que a bordo de cada buque para la pesca se encuentren uno o más hombres con certificados de competencia.

Después de un estudio prolijo de la clase de pescadores probables y de la proximidad a los centros de distribución, sería posible establecer aldeas de pescadores, pero solamente pocas veces se verían resultados financieros en el futuro inmediato.

En Nueva Zelandia los pescadores reciben ayuda práctica del gobierno que les adelanta dinero para la compra de botes, lanchas a motores, aparejos, etc., pero desde la inauguración de este método, no se ha notado que la industria se haya beneficiado en una manera no-

table. Los adelantos pecuniarios sin duda benefician, pero si fuesen acompañados y condicionales al conocimiento de los peces y de la pesca, habría más probabilidades de progreso.

TRAWLERS

Hasta ahora estos buques, en manos de los gobiernos no han dado resultados comerciales, y únicamente han servido para la observación y la inveetigación. Cada gobierno debe reconocer como un deber el fomentar el uso de esta clase de buques y el de ayudar a los grupos de pescadores hasta que adquieran un conocimiento completo de los lugares mejores para pescar, como también el de ayudarles a comprar buques para su propio uso.

Cuando se trata de un *trawler* a vapor se nota que su uso es algo engorroso, y el otro arrastrador llamado *nutria* no es tan eficaz como podría desearse, y queda aún mucho que hacer para descubrir algún método más barato y eficaz para obtener el pescado. Entiendo que, recientemente, un alemán ha inventado un buque que obtiene su fuerza motriz por medio del viento y de la electricidad y que ya el buque ha rendido muchas pruebas satisfactorias. Acaso sería posible que el *trawler* futuro utilizara el viento, cuando sea factible, como generador de electricidad para ahorrar el uso del carbón.

CONSERVACIÓN EN FRIGORÍFICO

Mucho todavía hay que mejorar en el asunto de cómo mantener el pescado en buena condición alimenticia, como también la manera de llevarlo al mercado es un problema que ha de recibir más atención en el porvenir. Podemos decir que la investigación en el acarreo y la conservación del pescado, debe continuar hasta que podamos colocar el pescado en posesión del consumidor en tan buen estado como salió del mar.

LA PESCA EN LOS RÍOS Y EN LOS LAGOS

Una parte de la República Argentina se encuentra en una latitud muy conveniente para aclimatar el salmón y la trucha de Europa y de Norte América. Los grandes sistemas de ríos de la Argentina se-

rán famosos en todo el mundo por la abundancia y la variedad de pescado aprovechable. Nueva Zelandia y Australia ya han podido aclimatar varias clases de truchas y al sur de Nueva Zelandia tanto el salmón atlántico y el salmón quinnat se establecieron definitivamente. Las posibilidades de esta clase que cada país posee en sus aguas frescas son siempre muy grandes, pues se puede ejercer el control en una forma mucho más completa que cuando se trata de la pesca marina. Pero al aclimatar las variedades de pescado, no se debe proceder ciegamente, pues no basta establecer criaderos y colocar la cría de salmón y de trucha en el agua para esperar un resultado abundante. Cuando se trata de agrología terrestre, los chacareros científicos estudian la tierra, y añaden la cal o el fertilizante que precisa, e igualmente con el agua fresca debemos obtener, en cuanto nos sea posible, los datos de las condiciones de vida en el agua antes de comenzar nuestra tarea. No hay duda que un día podremos establecer toda forma de vida necesaria, como también añadir la materia inorgánica que es indispensable para el crecimiento mayor de dicha vida.

En cuanto a los peces en los ríos debe continuarse el estudio de sus escamas para poder estar seguro en el control de la aclimatazación de las especies.

LA ESTADÍSTICA DE LA PESCA

Únicamente por medio de la estadística puede conocerse la potencialidad de un lugar para pesca. Hay tres métodos para utilizar dicha estadística :

1° La estadística de las medidas de los pescados de localidades diversas servirá con el fin de evitar que se pesque en demasía en dichos lugares, y para conocer los límites del sitio apropiado, como también la edad de la especie ;

2° La estadística de la clase, que anoté en 1917 y 1918 sobre los pescados de Wellington N. Z. (que fué publicado en el *N. Z. Journal of Science & Technology,* vol. IV, pág. 124, 1921). Se trata de la estadística del número de veces en que se pudo obtener las especies en el mercado, con el número de días que aparecieron durante el año ;

3° Finalmente, la estadística del peso, sin cuidarse de la clasificación de las especies.

Reconozco que si bien las estadísticas son de suma importancia, en las condiciones que existen actualmente en la mayoría de los paí-

ses, no es posible utilizar los tres métodos detalladamente. El primer paso esencial para todos los países es el conocimiento de la periodicidad de las especies, y el segundo método sería una forma preliminar de estadística que debe desenvolverse hasta que las medidas y pesos de los peces fuesen también anotados. No he podido encontrar cifra estadística alguna de las especies halladas en un año en cualquier país, que incluya todas las regiones que se ha notado la presencia de cada uno de los pescados comestibles, dando los nombres vulgares como también los nombres científicos, con alguna información nueva acerca de las especies, aunque mi propio trabajo durante 1917 y 1918 fué una tentativa para establecer ese nuevo sistema.

Es bien posible que en el porvenir debamos prestar más atención a la clase de pescado que llamaré «intermedio», para significar el pescado que sólo se ve en el mercado unos treinta días en el año. Este es un hecho que me hace creer en la importancia de la estadística de la periodicidad. Si podemos obtener un conocimiento de estos pescados de la clase intermedia, que incluya casi la mitad de los pescados comestibles del mundo, es posible que al seguir ese camino, en la mayor parte de los casos, obtendríamos más producción. En cuanto a los pescados que se reconocen como comunes, es posible que la mejoría del aparejo y de los métodos para pescar nos conduzca solamente al vaciamiento.

La estadística del estudio de las escamas debe tomarse en cuenta como esencial para prevenir el pescar en demasía, como también para la buena reglamentación de la pesca; pero si no es posible establecer algo definitivo al estudiar las escamas de ciertas especies, es lógico que dicho estudio no debe profundizarse.

LEYES SOBRE LA PESCA

En la mayoría de los países hay leyes sobre la pesca para controlar la de las especies que son más comunes, mientras que poca o ninguna atención se presta a la clase que he denominado intermedia. Me parece que el mejor método de hacer que estos pescados intermedios lleguen a ser comunes es realizar la pesca de ellos bajo una reglamentación definitiva y, a medida que nuestro conocimiento de la especie mejore, modificar los reglamentos. El hecho sencillo de que en las cópias de los reglamentos que se encuentran en poder de los pescadores se mencionan ciertas especies que se puede obte-

ner solamente de vez en cuando, bastará para que los más emprendedores tomen pasos definitivos para obtener más pescados de la clase intermedia. En Nueva Zelandia hay menos de treinta especies mencionadas en la legislación, pero yo he anotado noventa especies vendidas para el consumo, y esta observación es típica en la mayoría de los países.

PUBLICACIONES

Las publicaciones de un departamento de pesca serían clasificadas en tres categorías :

1ª La publicación de trabajos de un valor científico y económico en una publicación anual ;

2ª Folletos para enseñar y ayudar a los pescadores en su trabajo ;

3ª La publicación de artículos de propaganda, para enseñar al público y cooperar a la venta del pescado, como también el despertar interés en la tarea.

La segunda es la más importante, pues los pescadores deben recibir el beneficio de todos los estudios acerca de las redes, aparejos, métodos de pescar, etc., que la sección encargada de la investigación haya podido realizar. También, regularmente se debe suministrar a los pescadores las noticias más recientes acerca de los pescados.

EL ARRENDAMIENTO DE LAGOS, RÍOS, ESTUARIOS Y ÁREAS CERCA DE LA RIBERA

La cuestión de arrendar áreas de agua a pescadores individuales, o a grupos de pescadores, es un punto que debe tomarse seriamente en consideración. Cuando los ríos, lagos y áreas cerca de las riberas se han hecho conocer por las cantidades de ciertas especies de pescado que producen, y el gobierno ha mantenido una política sana y económica para protegerla continuamente y hacer crecer los productos del agua, mientras hay una coordinación simpática entre el departamento de pesca y los pescadores, se logra como una consecuencia natural que se obtenga un rendimiento regular, que servirá para continuar el progreso de la industria pesquera. No hay razón alguna que impida que un día centenares de criaderos marítimos produzcan millones de cría de pescados comestibles de todas las clases, para que éstos sean libertados tanto en el agua fresca como salada.

LA ACTITUD FUTURA HACIA LA PESCA

La población del mundo va en aumento y, a pesar de las guerras, existe la posibilidad de que seguirá aumentando, mientras que las áreas de tierra aprovechables para el cultivo del trigo y otras cosechas tienen límites definitivos. Por lo tanto, el profesor Otto Klotz, sir Jorge Knibbs y otros estadistas han demostrado que es menester buscar en otra dirección los alimentos, si la civilización desea marchar adelante en los siglos venideros. Hablando claramente, debemos cultivar el mar en una forma altamente intensiva. Cada espacio de agua, fresca o salada, cercana a la costa, tendrá que ser cultivada para producir algo comestible. Las algas marinas se cultivarán como legumbres, y cada pescado de concha, cangrejo y marisco pequeño será utilizado para su propósito debido. Las algas de agua fresca convenientes para consumo servirán el doble propósito de comestible para la humanidad y de base de la alimentación de los peces. Los pescados serán más numerosos que hasta ahora y la explotación será contraloreada perfectamente. Esto no es un sueño visionario, pues las predicciones se basan sobre las leyes del progreso, y, como dice el profesor Klotz, « no es posible estafar las tablas de multiplicación ».

GENERALIDADES

Debe ser axiomático para los gobiernos que sus secciones científicas se consideren como lucrativos en el grado más alto. Dentro de un período razonable, cualquier rama científica debe hallarse en condiciones de dar informes de un aumento en la riqueza nacional, como consecuencia de sus esfuerzos. No más de una tercera parte del personal científico del departamento debe inscribirse para un censo marítimo, pues, evidentemente, dicho censo sirve solamente para contribuir a la redacción de la reglamentación.

También los científicos deben hacer todo lo posible para que las playas sean productivas. En todos los países se debe proceder al reconocimiento de las entradas (o estuarios) que puedan utilizarse para el cultivo intensivo de los pescados y, en verdad,los científicos deben formarse ideas menos pesimistas del porvenir de los peces y de la pesca.

LA PESCA INTERNACIONAL

Hasta aquí he bosquejado un proyecto aplicable a cualquier país progresivo, pero no he hecho referencia al campo más amplio de la pesca internacional. No cabe duda que en el porvenir, la reglamentación de la pesca internacional y en aguas extraterritoriales, constituirá un problema que debe ser resuelto por los departamentos de pesca de todos los países. Ya los derechos acerca de la pesca se guardan con mucho cuidado, pero cuando nuevos métodos de obtener los pescados lleguen a ser bien conocidos, el problema se hará más interesante.

COMISIÓN INTERNACIONAL DE PESCA

La formación de una Comisión internacional de pesca sería el primer paso hacia la utilización de las grandes existencias de comestibles almacenados en los océanos. Una comisión de tal clase, con representantes de todos los países, debe reunirse cada seis años, y reservar para sí el control de las investigaciones y el desenvolvimiento de la pesca en los océanos, como también indicar los procedimientos para obtenerla en abundancia. Es claro que serían necesarias varias secciones de dicha comisión internacional, como, por ejemplo, una sección del océano Pacífico, con asiento en Hawai, y la sección sudatlántica con asiento en Buenos Aires. Los proyectos necesarios para el adelanto se propondrían por las secciones para obtener la aprobación o la desautorización de la comisión, que tendría su asiento matriz en una institución de Europa. Dicha institución debe radicarse en un punto que sería elegido por la primera reunión de la Comisión internacional. Debe haber un director permanente y, bajo su dirección, la sección de imprenta y de administración, un pequeño núcleo de científicos. La institución debe encargarse de la publicación y distribución de los informes anuales de toda actividad internacional en la pesca. Sería muy conveniente, también, añadir un pequeño laboratorio para investigar acerca de la posibilidad de la utilización de los productos de la pesca que actualmente son inutilizables.

VAPORES INTERNACIONALES DE INVESTIGACIÓN

También la Comisión internacional debe tener y utilizar varios vapores de bastante tonelaje para la investigación. Al principio deben concretarse a la investigación de los mejores métodos de pesca en las áreas del océano y dedicarse a esta cuestión hasta que hayan podido encontrar algunos métodos nuevos y más eficaces. Pero después se presentarán problemas muy variados para la investigación, la que debe ser conducida de tal manera que siempre su uso práctico conduzca al aumento y conservación del abastecimiento.

LABORATORIOS INTERNACIONALES MARÍTIMOS

La coordinación en la investigación es indispensable para obtener algo definitivo y útil y la cooperación entre los vapores y los laboratorios internacionales, debe considerarse como el *sine qua non* en el futuro de la obra internacional. Actualmente no hay coordinación alguna en el trabajo de las estaciones de la biología marina y por ello la utilidad de la mayor parte del trabajo actual es bien discutible. Las funciones de las estaciones biológicas establecidas bajo un proyecto de control de la pesca se controlarían en cualquier país serio por la rama científica del departamento de pesca, y en el proyecto general de la Comisión internacional las estaciones establecidas por ella serían controladas directamente por la institución central.

SUBVENCIONES INTERNACIONALES PARA LA PESCA

Los gastos necesarios para cubrir cualquier proyecto de investigación internacional deberán ser costeados en justa proporción por todas las naciones. Con el fin de evitar gastos inútiles, el director de la Comisión internacional recibirá todos los fondos, e igualmente todos los desembolsos deberán ser abonados solamente por dicha sede matriz.

JUAN BOTTO

EX GERENTE DE LA SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA

Cuarenta años de vida consagrados a una actuación loable constituyen de por sí ejecutoria suficiente para una consideración particular. Tal es el caso de don Juan Botto para con la Sociedad Científica Argentina.

Designado para desempeñar el cargo de Gerente de la Sociedad en fecha 15 de junio de 1886, le alcanzó el fin de sus días el 31 de diciembre de 1925 en el desempeño de su cargo, y cuando sólo le faltaban pocos meses para integrar los 40 años de servicios continuados. La sola enunciación de este dato es suficientemente elocuente para decirnos de consagración, asiduidad y aptitudes varias, correctas; que han consentido tan larga permanencia, al través de tantas presidencias y juntas directivas como se han sucedido.

Era Botto una verdadera institución dentro de nuestra vieja casa. Él había ayudado a sortear las mil vicisitudes de precariedad que han acompañado a la Científica en los años más angustiosos de su vida.

La administración interna (siempre con recursos muy medidos) requería del gestor inmediato un perenne equilibrio entre la escasez y la defensa del decoro de la Sociedad. ¿Qué las juntas directivas han regido esa gestión y arbitrado los medios en cada oportunidad? Convenido. Pero él fué el colaborador asiduo, en muchos casos el sugeridor y siempre el ejecutor material.

La preparación y organización del primer Congreso Científico Latinoamericano, así como la labor correspondiente a los Congresos Científicos ulteriores, tuvieron en Botto el factor de trabajo inteligente que suplía muchas deficiencias con su laboriosidad, puesta a prueba una y otra vez en cada certamen.

Las actas de la Junta directiva testifican con las múltiples firmas de Botto otras tantas suplencias de los secretarios, en esa larga secuela de años, y nos muestran en forma palmaria el tono de su colaboración, que no era la del mero ejecutor, y que interpretó en todo momento el criterio directivo y lo acompañó.

Muchos momentos de desaliento ha soportado la Científica; en ocasiones se creyeron insuperables las dificultades que se presentaron para el transcurso de la vida de nuestra Institución, y en todas ellas la labor continuada de Botto y su cooperación contribuyeron a trasponer el obstáculo.

De la eficiencia de esa labor consuetudinaria habla el estado actual de la Sociedad, consolidado en sus perspectivas.

Don Juan Botto nació en Buenos Aires el 4 de octubre de 1860.

Fué maestro de escuela entre los años 1876 a 1882, bajo la dirección de los señores Amato y Fantova. Fué después comerciante; por unos tres años tuvo agencia de cambios, que no prosperó porque no se avenía con su temperamento reñido con el espíritu centrípeto necesario para tales actividades. Dejó de ser agente comercial para ingresar al servicio de la Sociedad Científica Argentina.

Tal era el hombre cuya desaparición dejó un hondo vacío en nuestros afectos, donde se filtró el duelo.

MEMORIA ANUAL

DEL PRESIDENTE DE LA SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA
ING° EDUARDO HUERGO

CORRESPONDIENTE AL QUINCUAGÉSIMO TERCERO PERÍODO ADMINISTRATIVO
(1° DE ABRIL DE 1925 A 31 DE MARZO DE 1926)
LEÍDA EN LA ASAMBLEA DEL 14 DE ABRIL DE 1926

Señores consocios:

De conformidad a lo prescrito por el artículo 19, inciso 9° del Reglamento, voy a daros cuenta de la actuación y el estado de la Socidad durante el 53 ejercicio administrativo (1° de abril de 1925 a 31 de marzo de 1926).

JUNTA DIRECTIVA

En la Asamblea realizada de acuerdo con el artículo 13 del Reglamento, el 15 de abril de 1925, quedó constituída la Junta directiva en la forma siguiente:

Presidente: Ingeniero Eduardo Huergo, elegido por el período de dos años;

Vicepresidente 1°: Doctor Nicolás Lozano, para completar el período de dos años;

Vicepresidente 2°: Doctor Emilio C. Díaz, elegido por el período de dos años;

Secretario de actas: Ingeniero Juan José C. Mosca, para completar el período de dos años;

Tesorero: Ingeniero Enrique Butty, para completar el período de dos años;

Protesorero: Ingeniero Emilio Mallol, elegido por el período de dos años;

Bibliotecario: Doctor Reinaldo Vanossi, para completar el período de dos años.

Vocales: Ingeniero Enrique Sabaría, ingeniero Nicolás Besio Moreno, ingeniero Pedro Aguirre, ingeniero Juan A. Briano, elegidos por el período de dos años, y doctor Abel Sánchez Díaz, ingeniero Sebastián Ghigliazza, profesor Félix F. Outes, ingeniero Oscar Schoo Lastra, para completar el período de dos años.

En la forma expresada, la Junta directiva ha funcionado hasta la fecha y en las 20 reuniones celebradas, fueron tomadas, entre otras, las siguientes resoluciones:

— Organización de la biblioteca.

— Modificaciones al proyecto para el nuevo edificio social, reduciéndolo en instalaciones especiales muy costosas y estudiando una distribución más adecuada de salones

— Creación de la Sección biología, la cual cuenta ya con las siguientes adhesiones: Santiago Barabino Amadeo, Benjamín D. Martínez (hijo), Augusto Scala, Emilio Cabassi, Virgilio Tedeschi, Frank L. Soler, Horacio Arditi Thompson, Héctor Dasso, Adolfo D. Holmberg, Luis J. Viviani, Juan L. Celasco, Daniel Greenway, Eduardo Carette, Andrés B. Novillo, Juan José Nágera, Silvio Parodi, Emilio Flores.

— Participación en el 2° Congreso de la Industria Argentina, cuya IV^a sección funcionó en nuestro local social.

— Aproximándose la fecha en que habrá de aparecer el 100° ejemplar de los *Anales,* se resuelve celebrarlo con una recepción a los socios.

— Participación en el Primer Congreso de carreteras.

— Aumentar el tiraje de los *Anales,* para responder a los nuevos socios y a los canjes.

— Adherirse a la celebración del centenario de la independencia de Bolivia, enviando a la vez a la Biblioteca nacional de La Paz, los *Anales* de la sociedad, desde el año 1914 hasta la fecha.

— Adhesión moral al homenaje al coronel José María Calaza.

— Adhesión al primer Congreso de la prensa técnica celebrado en París.

— Asociarse a los actos de homenaje tributados a Clemente Onelli.

EDIFICIO SOCIAL

Después de laboriosa y larga gestación, la Dirección general de arquitectura sometió a la aprobación del Poder ejecutivo los planos, cómputos métricos y presupuesto del nuevo edificio social, los que fueron aprobados por decreto del 19 de enero último, que dice así:

Buenos Atres, 19 enero de 1926.

Visto el proyecto que eleva la Dirección General de Arquitectura relativo a la construcción del edificio de la Soiedad Científica Argentina;

Y resultando: Que en virtud de lo establecido por las leyes 11260 y 11319 y por el decreto en acuerdo de ministros de 8 de septiembre de 1924, se dispone con destino a esa construcción de los siguientes créditos: Anexo L, inciso 1°, itém 9, partida 56: presupuesto de 1923, pesos 200 moneda nacional; Anexo L, inciso 1°, itém 9, partida 56: presupuesto de 1924, pesos 100.000,00 moneda nacional; Anexo L, inciso 1°, itém 9, partida 56, presupuesto de 1925, pesos 100.000,00 moneda nacional, 200.200,00 moneda nacional.

Que el proyecto que se eleva ha sido preparado por el ingeniero Schoo Lastra con la intervención de la expresada Sociedad y de la Dirección General de Arquitectura la que ha confeccionado la documentación definitiva y de detalle.

Que el presupuesto de la obra asciende a la suma de pesos 482.942,87 moneda nacional y se descompone en la siguiente forma: Obras generales, pesos 355.540, 72 moneda nacional; Obras sanitarias, pesos 21.699,75 moneda nacional; Instalaciones de luz y fuerza motríz, pesos 20.238,50 moneda nacional; Instalación campanillas y teléfonos internos, pesos 7170,00 moneda nacional; Instalación de calefacción a vapor, pesos 12.392,00 moneda nacional; Instalación bombas, pesos 2660,00 moneda nacional; Instalación gas, pesos 278,00 moneda nacional; Instalación pararrayos, pesos 150,00 moneda nacional; Instalación ascensor para pasajeros, pesos 15.000,00 moneda nacional; Instalación relojes eléctricos, pesos 2910,00 moneda nacional; Imprevistos 10 por ciento, pesos 43.903,90 moneda nacional, total, pesos 482.942,87 moneda nacional.

Que la construcción se realizará en un terreno cedido a la sociedad aludida por la Municipalidad de la Capital, y como se desarrollará en 2200 metros cuadrados de superficie cubierta, demandará un gasto de pesos 217,54 meneda nacional por metro cuadrado.

Que según se desprende de lo actuado, es posible construir con el crédito de que se dispone una importante sección de obras sin inconvenientes.

Que dado el carácter de la institución cultural a que se destinará el edificio es conveniente prestarle todo el concurso de las respectivas dependencias del Ministerio de Obras públicas, a fin de que las obras se realicen en la forma mejor y más económica y rápida que sea posible.

Y atento a lo informado por la Dirección General de Contabilidad:

El Presidente de la Nación Argentina, decreta:

Art. 1°. — Apruébase el proyecto eludido así como su presupuesto de cuatrocientos ochenta y dos mil novecientos cuarenta y dos pe-

sos con ochenta y siete centavos moneda nacional ($ 482.942,87 m/n).

Art. 2°. — Autorizamos a la Dirección General de Arquitectura para preparar la documentación necesaria a efecto de llamar a licitación pública para la ejecución de las obras hasta la concurrencia del crédito de pesos 200.200 moneda nacional de que dispone.

Art. 3°. — El gasto que se autoriza se imputará a las expresadas partidas.

Art. 4°. — Comuníquese a la Sociedad Científica Argentina, publíquese, tómese razón por la Dirección General de Contabilidad, y vuelva a la de Arquitectura a sus efectos.

ALVEAR,
R. M. ORTIZ.

De conformidad con las disposiciones del decreto que antecede, las dependencias de la Dirección General de Arquitectura han preparado la documentación necesaria para licitar las obras hasta la suma de pesos 200.200 moneda nacional que era la disponible en la fecha que se dictó el decreto.

En breve ha de ser elevada esta documentación, y aprobada que sea por el Ministerio de Obras Públicas, es de esperar que ya nada demorará el llamado a licitación cumpliendo las disposiciones legales vigentes, y que en poco tiempo más se empezará la construcción, para lo cual debemos contar con todo el concurso de las dependencias del Ministerio de Obras Públicas, según reza el decreto respectivo.

ASAMBLEAS

La única Asamblea celebrada fué la del 15 de abril del año próximo pasado, en la que se leyó y aprobó la memoria anual, correspondiente al LII° período administrativo, y se renovó la Junta directiva en la forma que prescriben los estatutos. También fué acordado por aquella asamblea el nombramiento de socio honorario al doctor Alberto Einstein.

ANALES

Nuestros *Anales* han continuado bajo la dirección del ingeniero Julio R. Castiñeiras, habiéndose dado a la publicidad las entregas siguientes:

Tomo 99, entrega semestral, correspondiente a los meses de enero, febrero, marzo, abril mayo y junio de 1925.

Tomo 100, entrega trimestral, meses de julio, agosto y septiembre de 1925.

Los interesantes trabajos científicos enviados por nuestros distinguidos colaboradores que han contribuído a la publicación de las entregas mencionadas, son las siguientes:

Julio R. Castiñeiras, *La visita del profesor Alberto Einstein.*

Adolfo T. Williams, *Las líneas específicas de los espectros de arco.*

Carlos Spegazzini, *Nuevas notas cactológicas.*

Ottomar Schmiedel, *Estrellas errantes, meteoros y el cometa « Biela ».*

Otto Gottschaalk, *Cálculo mecánico de sistemas elásticos.*

Tomás Harrington, *Algo sobre la lengua puelche o künnü.*

Ramón G. Loyarte, *Sobre telegrafía sin hilos y un artículo de Jorge Duclout.*

Luis A. Bontempi, *Espectros de absorción en la región ultravioleta de soluciones de morfina.*

Deidamia Giambiagi, *Resultados de la primera expedición a Tierra del Fuego (1921), Crustáceos isópodos.*

Irene Bernasconi, *Resultados de la primera expedición a Tierra del Fuego (1921), Equinodermos. Equinoideos.*

Guido Bonarelli, *Nomenclatura antropotassica.*

Ottomar Schmiedel, *El misterio de las distancias planetarias.*

Moisés Kantor, *La formación entrerriana.*

Antonio Pauly, *La exploración de la laguna Iberá.*

Luis M. Dinelli, *El vuelo planeado.*

M. La Rosa, *Prove astronomiche contrarie alla «teoria della relatività ».*

Bernardo Ig. Baidaff, *La interpolación en el caso de una o varias variables.*

Lorenzo R. Parodi, *La obra botánica del profesor Lucien Hauman.*

MONOGRAFÍAS

La Junta directiva ha seguido dando a publicidad la serie de monografías que, con motivo del cincuentenario de la Sociedad, había ya iniciado.

A las cuatro aparecidas en los dos períodos anteriores, preparadas por los doctores E. Herrero Ducloux, C. M. Hicken, R. G. Loyarte y C. C. Dassen, sobre *Evolución de las ciencias químicas*, *Evolución de la botánica*, *Evolución de la física* y *Evolución de las matemáticas*, respectivamente, han sido publicadas y distribuídas durante el último período, las cuatro siguientes:

Señor Guillermo Hoxmark, *Evolución de la meteorología.*

Doctor Franco Pastore, *Evolución de la mineralogía y geología.*

Doctor Nicolás Lozano e ingeniero Antonio Paitoví, *Evolución de la higiene pública y las obras sanitarias argentinas.*

Doctor Enrique Chaudet, *Evolución de la astronomía.*

CONFERENCIAS

Durante el período fenecido, las conferencias efectuadas en el local social fueron las siguientes:

Julio 29. Doctor Nicolás Lozano, *La vida. La muerte. Cremación.*

Octubre 7. Ingeniero Antonio Pauly, *El magnetismo terrestre, del Sol y de los planetas. El origen de los planetas. La Luna y la Tierra. El Sol. Origen del mundo. Vía Láctea. Evolucion de la Tierra y fin del mundo. La Tierra a través de las épocas geológicas. La teoría de Wegener. El clima en las épocas remotas.*

Octubre 15. Ingeniero Antonio Pauly, *La América del Sur a través de las épocas geológicas. La evolución de la vida. Teorías modernas. El origen del hombre, especialmente en Sud América. La evolución del hombre en Sud Amériea hasta la conquista.*

Noviembre 19. Teniente coronel Antonio Antelo Romero, *Causas físico-geológicas que intervienen en el cambio fisiográfico del suelo de la Argentina. Efectos de estos cambios en el lecho y riberas de nuestro estuario, en el cauce del Riachuelo y en la caída de la « Piedra movediza del Tandil ». Errores en que han incurrido los historiadores al considerar la fundación de Buenos Aires por don Pedro de Mendoza.*

El doctor Abel Sánchez Díaz dió, el 22 de octubre, una conferencia patrocinada por la Sociedad en el local de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, sobre el siguiente tema: *El plomo de Jujuy. Su importancia industrial.*

Por último, en la reunion científica celebrada el 1° de agosto por la Sección Biología, bajo la presidencia del doctor Frank L. Soler, fueron leídos los siguientes trabajos:

Doctor Frank L. Soler, *Oclusión intestinal experimental en el perro.*

Doctor Adolfo D. Holmber, *Asma de origen esplénico (experimental).*

Doctor Juan L. Celasco, *Acción farmacológica de la Hexctona.*

Doctor Benjamín D. Martínez (hijo), *Poder inversivo de la secreción gástrica pura.*

Doctor Virgilio Tedeschi, *Empleo de los detectores en el estudio de las corrientes elétricas fisiológicas*

Doctores Rodolfo Quesada Pacheco y E. Cabasi, *Descapsulación suprarrenal con anestesia raquídea.*

MOVIMIENTO DE SECRETARÍA

Los ingenieros Juan José C. Mosca y Anecto J. Bosisio, a cargo de las secretarías de actas y de correspondencia, respectivamente, han atendido y despachado todos los asuntos resueltos por la Junta directiva en las 20 sesiones realizadas, como lo comprueban las 210 notas redactadas, cuyas copias figuran en los libros de secretaría. A esta última cifra habrá que agregar las 184 comunicaciones pasadas por la Gerencia, lo que hace un total general de 394 notas.

MOVIMIENTO DE TESORERÍA

El movimiento de socios ha sido el siguiente:

	Activos	Adherentes
En 31 de marzo de 1925 los socios eran	338	33
Han ingresado durante el período	22	3
Ha sido reincorporado	1	—
Totales	361	36
Se han eliminado por diferentes causas	24	4
Quedan en 31 de marzo de 1926	337	32

Los socios ingresados durante el período son los siguientes:

Activos: Doctor Eduardo Sarmiento Laspiur, ingeniero Pedro G. Yarcko, arquitecto Carlos E. Geneau, doctor Pedro A. Berdoy, doctor Lucio D'Ascoli, doctor Juan L. Celasco, señor Ángle Hermida Álvarez, ingeniero Guillermo Buontempo, ingeniero Guillermo Céspedes, doctor Víctor Manuel Arroyo, doctor Enrique Ferreyra, doctor Miguel Logarzo, doctor Alfredo D. Calcagno, doctor Ramón A. Alcaraz, doctor Emilio F. Solari, doctor Pedro Uribe, señor Ismael Astrada, doctor Lucio A. García, doctor Carlos V. Mey, doctor Daniel Rubinstein, doctor Estanislao E. Gogénuri, Ingeniero José R. Sánchez.

Adherentes: Señor David M. Zanalda, señor Domingo Álvarez y señor José Bazzanella.

Activo reincorporado: Ingeniero Miguel Cuomo.

De los 28 socios que han dejado de pertenecer a la Sociedad por diferentes causas, figuran 20 activos y 4 adherentes que han renunciado. Además, la Sociedad ha tenido que lamentar el fallecimiento de los socios activos: Ingeniero Carlos de Urquiza, ingeniero Carlos D. Duncan, doctor José Ingenieros e Ignacio Guillermo White, a quienes en su debida oportunidad se les tributó el correspondiente homenaje.

La Sociedad ha contado desde su fundación con 23 socios honorarios, habiendo fallecido de ellos los 16 primeros de la nómina total que es la siguiente: Doctor Pedro Visca, doctor Mario Isola, doc- Germán Burmeister, doctor Benjamín A. Gould, doctor R. A. Philippi, doctor Guillermo Rawson, doctor Carlos Berg, doctor Valentín Balbín, doctor Florentino Amegino, doctor Carlos Darwin, César Lombroso, ingeniero Luis A. Huergo, ingenieros Vicente Castro, doctor Juan J. J. Kyle, doctor Estanislao S. Zeballos, ingeniero Santiago E. Barabino, doctor Walther Nernst, doctor Eduardo L. Holmberg, ingeniero J. Mendizábal Tamborel, ingeniero Guillermo Marconi, doctor Enrique Ferri, doctor Carlos Spegazzini y doctor Alberto Einstein.

Los socios correspondientes son 58.

En resumen, los socios son actualmente:

Honorarios	7
Correspondientes	58
Activos	337
Adherentes	32
Protectores de la organización didáctica de Buenos Aires.	2
Total	436

DEMOSTRACIÓN DE LA CUENTA DE GANANCIAS Y PÉRDIDAS

Debe

A Homenaje pro Ameghino	1.833.54
A gastos generales	12.192.07
A capital	16.751.52
Suma total	30.777.13

Haber

Primer Congreso universitario	55.07
Subsidio de la Municipalidad de la Capital	5.000.00
Subsidio del Gobierno de la Nación	7.760.00
Intereses y comisiones	574.06
Cuotas de socios	17.388.00
Suma total	30.777.13

RESUMEN DEL AÑO ECONÓMICO 1925-1926

Activo

Edificio social	41.893.78
Cédulas argentinas (2ª serie)	3.648.00
— (18ª serie)	1.442.10
Títulos Deuda externa de la Prov. de Buenos Aires.	227.27
Certificados municipales	3.290.70
Muebles y útiles	23.920.20
Caja	95.09
Banco de la Nación	4.087.35
Recibos al cobro (cobrador)	10.256.00
Biblioteca	151.708.66
Deudores varios	1.567.76
Suma total	242.136.91

Pasivo

Capital, marzo 31 de 1925	217.756.34
Organización didáctica de Buenos Aires	3.899.05
Acciones del Edificio social	3.730.00
Utilidad del año 1925-1926	16.751.52
Suma total	242.136.91

Buenos Aires, marzo 31 de 1926.

Vº Bº

J. J. C. Mosca. — *A. J. Bosisio,* Secretarios. *E. Butty,* Tesorero. E. HUERGO, Presidente.

BIBLIOTECA

El movimiento de la biblioteca ha sido el siguiente: Se han recibido en calidad de donación 30 volúmenes y 42 folletos..

Durante el período se han establecido los siguientes canjes nuevos:

Asociación argentina de electrotécnicos (Capital), *Boletín del Instituto de medicina experimental* (Capital), *Akademie der Wisenschaften in Wien* (Austria), *Section Scientifique de l'Academie Rumaine* (Bucarest), *Instituto de ingenieros,* de Chile (Santiago), *Sociedad nacional de minería,* de Santiago (Chile), *Revista de la marina del Perú* (Lima), *Oficina de informaciones y canje del Ministerio de relaciones exteriores,* de Caracas (Venezuela), *University of Missouri,* de Missouri (Estados Unidos), *University of Washington* (Estados Unidos), *Canadian Chemistry and Metallurgy de Toronto* (Canadá),

The University of Chicago Press «Journal Geology», de Illinois (Estados Unidos), *Cereal Chemistry Univsrsity Farm.*, St.-Paul (Estados Unidos), *Revista mexicana de ingeniería y agricultura* (México), *Annales de la Université de Grenoble* (Francia), *Université de Rennes* (Francia), *Museum national d'histoire natural de Paris* (Francia), *Academie des sciences, agriculture, arts et belles lettres*, de Aix en Provence (Francia), *Societé de chimie industrielle*, de París (Francia), *Societé chimique*, de Bruselas (Bélgica), *Roads and Road Constructions*, de Londres (Inglaterra), *Calcutta Mathematical Society*, de Calcuta (India Inglesa), *Università commercial*, de Milano (Italia), *Revista Le vie d'Italia e dell'America latina*, de Milano (Italia), *Circolo matematico*, de Palermo (Italia), *R. Istituto Veneto di scienze letere ed arti*, de Venecia (Italia), *R. Stazione chimico-agraria experimental*, de Torino (Italia), *Carlsberg Laboratorium*, de Copenhague (Dinamarca), *Moniteur du Jardin botanique*, de Tiflis (Georgia), *Institut des recherches biologiques de l'Université de Perm* (Rusia), *Academie des sciences d'Ukraine*, de Kiew (Ukraine), *Scientific Committee of Agriculture*, de Ukraine, *Journal of the Association of Official Chemists*, de Wáshington (Estados Unidos), *Philosophical Society*, de Cambridge (Inglaterra), *American Electrochemical Society Columbia University*, de New York (Estados Unídos), *Mathematische Seminar der Universitat*, de Berlín (Alemania), *Physic Mathematical Society of Japan*, *Musée Polonais d'histoire naturelle, section de zoologie*, de Varsovia (Polonia), *Section entomologique du Muséum national de Prague* (Checo-Slovaquia), *Chemical Technology*, de Tokio (Japón).

Reiniciación de canjes. — Se ha solicitado la reiniciación de canje con las siguientes publicaciones, a las qne se había suspendido el envío de *Anales* con motivo de la guerra europea:

Sitzungsberichte der Naturhistorischen Verein der Preussischen Rhenlander und Westfalons, de Bonn (Alemania), *Abhandlungen Zeransgegeben von Naturwisenschaftichen vereins zu Bremen* (Alemania), *Berichte uber die Verhandlunger der Koniglichensachischen Geselschaft der Vissenschaften zu Leipzig* (Alemania), *Verhandlungen des naturforschenden vereins in Brünn* (Alemania), *Geographische Gesellschaff in Hamburgo* (Alemania), *Observatorio del Ebro, Boletín* (España), *Rivista aeronautica*, de Roma (Italia), *La navigazione aerea*, de Roma (Italia), *Rivista di artiglieria e genio*, de Roma (Italia), *Atti della I. R. Accademie di scienze, lettere ed arti degli agiati*, de Rovereto (Italia), *The Journal of Geography*, de Tokio (Japón), *Comité géologique*, de Leningrado (Rusia), *Academie imperiale des sciences*, de Leningrado (Rusia), *Revista de tierras y colonización* (Capital), *The Museum of the Brooklyn Institut Arts and sciences* (Estados Unidos), *Leopoldina antliches organder Kaiserlichen Leopold. Carolinischen Deutschen Akademie der Naturforscherden*, de Halle (Alemania), *Mathematisch Naturwissen-*

chaftiche Metheilungen in Wurtemberg, de Stuttgart (Alemania), *Rivista do Centro de sciencias, letras e artes,* de Campiñas (Brasil), *Revista de la Universidad de Tegucigalpa* (Honduras), *Anales de la Universidad Central de Venezuela, Asociación de ingenieros industriales de Barcelona* (España), *Memorias y Boletín de la Real Academia de ciencias de Madrid* (España), *Boletín de la Sociedad broteriana,* de Coimbra (Portugal), *Colorado College Publications Society* (Estados Unidos), *Davenport Academy of Natural Sciences,* de Davenport, Iowa (Estados Unidos), *The Engineerinf and Mining Journal,* de New York (Estados Unidos), *Transactions of the Academy of Sciences,* de St. Louis (Estados Unidos), *Bulletin of the Torrey Botanical Club,* de Lancaster (Estados Unidos), *The American Asociation Advancement of Sciences,* de New York (Estados Unidos), *Report to the Gobernor of the advisorg Boar of Consulting Engineers,* de Albany (Estados Unidos), *Royal Society of Canadá,* de Montreal (Canadá), *Annuaire de l'Université Laval,* de Quebec (Canadá), *La Farmacia,* de México (México), *Memoires de la Société Linneene du nord de France,* de Amiens (Francia), *Le Moniteur scientifique* (Francia), *Revue des Deux Mondes,* de París (Francia), *Le Revue de Revue,* de París (Francia), *Nouvelles Annales des mathematiques,* de París (Francia), *Nouvelles Archives des missions scientifiques,* de París (Francia), *The Builder,* de Londres (Inglaterra), *Il Politecnico,* de Milano (Italia), *L'Electricità,* de Milano (Italia), *Atti del Reale Istituto scientifico dí Napoli* (Italia), *Atti del Coleggio degli ingegnieri et architetti in Palermo* (Italia), *Specola Vaticana,* de Rama (Italia), *Rendiconti degli sperenze degli studi* de Roma (Italia), *Il Pitagora,* de Palermo (Italia), *Studi Sassaresi,* Sassari (Italia), *Rivista italiana di science naturali,* de Siena (Italia), *Atti della Reale Accademia delle science di Torino* (Italia), *Memorie dell'Accademia d'agricultura, arti e commercio,* de Verona (Italia), *Anales de la Sociedad rusa de geografía,* de Leningrado (Rusia), *Verhandlungen der Russich Kaiserlich mineralogiech Gesselschaft,* de Leningrado (Rusia).

De éstas ya han contestado favorablemente:

Sitzungsberichte der Naturhistorischen Verein der Proussischen Rhenlander und Westfalens, de Bonn (Alemania), *Abhandlungen Zeransgegeben von Naturwisenschaftichen Vereins zu Bremen* (Alemania), *Berichte uber die Verhandlunger der Koniglichensachischen Geselschaft der Vissenschaften zu Leipzig* (Alemania), *Verhanlungen des naturforschenden vereins in Brunn* (Alemania), *Geographische Gesellschaff in Hamburgo* (Alemania), *Obserranorio del Ebro, Boletín* (España), *Rivista Aeronautica,* de Roma (Italia), *La Navigazione aerea,* de Roma (Italia), *Rivista di artiglieria e genio,* de Roma (Italia), *Atti della I. R. Accademie di scienze, lettere ed arti degli agiati,* de Rovereto (Italia), *The Journal of Geography,* de Tokio (Japón), *Comité Géologique,* de Leningrado (Rusia), *Academie Imperiale des sciences,*

de Leningrado (Rusia), *Revista de tierras y colonización* (Capital), *The Museum of the Brooklyn Institut, Arts and Sciences,* de Brooklin (Estados Unidos).

Suspensión de canjes. — Teniendo en cuenta la circunstancia de no recibirse cierto número de publicaciones con las cuales se mantenían relaciones de intercambio, se resolvió suspender el envío de nuestros *Anales,* a las siguientes :

Agronomía, revista agrícola, ganadera, industrial (Capital), *Revista del Centro estudiantes de ingeniería* (Capital), *Revista del Jardín zoológico* (Capital), *Revista de la Liga agraria* (Capital), *Revista del Centro estudiantes de ingeniería* (Córdoba), *Revista de la Educación de la provincia de Buenos Aires* (La Plata), *Iberoamerikanisches Farschungsinstitut,* de Bonn (Alemania), *Deutsche Geographische Blater,* de Bremen (Alemania), *Sitzungsberichte der Naturforschenden Gesellschaf zu Leipzig* (Alemania), *Buletinul Societatii Regale Romane de Geografie,* de Bucarest (Rumania), *Karpathen Verein-Isch-Turestik,* Alpinis (Checoeslovaquia), *Revista do Centro de sciences, letras e artes,* de Campiñas (Brasil), *Revista Centro de cultura scientifica,* de Pelotas (Brasil), *Instituto «Osvaldo Cruz»,* Butantan, de São Paulo (Brasil), *Revista del Centro farmacéutico uruguayo,* de Montevideo, (Uruguay), *Revista del Museo de historia natural,* de Santiago (Chile), *Actes de la Societé scientific du Chili,* de Santiago (Chile), *Revista chilena de higiene,* de Santiago (Chile), *Revista de ciencias,* de Lima (Perú), *Industria e invenciones,* de Barcelona (España), *Anaes scientificos da Academia Polytecnica do Porto,* Coimbra (Portugal), *Academia das sciencias,* de Lisboa (Portugal), *The Cleveland Engineering Society,* de Cleveland (Estados Unidos), *The Wister Institute of Anatomy and Biology,* de Philadelphia (Estados Unidos), *Bulletin of the Scientific Laboratoires of Denison University,* de Granville, Ohio (Estados Unidos), *Kansas Academy of Sciences,* de Lawrence, Kansas (Estados Unidos), *Military service Institution,* de Gobernors Island, New York (Estados Unidos), *Bulletin of the American Museum of Natural History,* de New York (Estados Unidos), *Bulletin de la Societé d'étude des sciences naturelles,* de Beziers (Francia), *Bulletin de la Societé de topographie,* de París (Francia), *Rivista Ligure,* de Génova (Italia), *Atti della Reale Accademia di scienze, letter ed arti,* de Modena (Italia), *Atti della Società toscana de scienze naturali,* de Pisa (Italia), *Bolletino del Reale Comitato geologico d'Italia,* de Roma (Italia), *Bolletino della Società zoologica italiana,* de Roma (Italia), *Bulletin de la Societé imperiale des naturalistes,* de Moscú (Rusia), *Acta Forestalia Fennica,* de Helsingfors (Finlandia).

En resumen, la Sociedad cuenta actualmente con 296 canjes cuyas publicaciones se reciben normalmente.

Subscripción. — Las subscripciones a revistas alcanzan a 16, tanto extranjeras como del país, que se descompone en 8 francesas, 3 italianas, 1 suiza, 1 alemana, 1 española y 2 argentinas.

Encuadernación. — Los volúmenes encuadernados se elevan a 642, encontrándose, además, en poder del encuadernador 38, que serán entregados en breve.

Donaciones. — La Sociedad envía gratuitamente sus *Anales* a numerosas bibliotecas públicas del país, contribuyendo así al fomento de las mismas, y los envía igualmente a instituciones y casas editoras extranjeras; en un total de 34.

Notas. — Durante el período abril 1925 a marzo 1926, el número de comunicaciones relativas a la biblioteca, que supera al de los años anteriores, es de 606.

Consulta de la biblioteca. — La consulta de la biblioteca efectuada por socios y personas ajenas a la Sociedad, ha sido atendida con horario de mañana, tarde y noche.

Libros prestados. — La cantidad de libros y números sueltos de revistas, que para su consulta se ha permitido a los señores socios llevar a sus domicilios por un tiempo prudencial y de acuerdo con lo establecido por el reglamento interno de la biblioteca, alcanza a 125.

He aquí la nómina de los libros y folletos recibidos durante el período comprendido entre el 1° de abril de 1925 a 31 de marzo de 1926:

Segundo congreso de química, *Actas y trabajos,* 2 tomos. 701 páginas, T. Palumbo, Buenos Aires, 1925.

Segundo congreso de química, *Boletín* número 2, 59 páginas, T. Palumbo, Buenos Aires, 1924.

Mariano R. Ruiz, *Nueva teoría cósmica y su aplicación a las ciencias naturales,* 253 páginas, Asilo «Patricio Sanz», Comitán (México), 1925.

Union géographique internationale, *Congrés international de géographie. Le Caire, avril 1925,* 2 tomos, 372 páginas, 1925.

Anniversary volume dedicated to professor Hantaro Nagaoka, 422 páginas, Tokio, 1925.

P. Eduardo Vitoria, S. J., *Estudios de química contemporánea, Conferencias argentinas,* 419 páginas, Casals, Barcelona.

Centro Nacional de Ingenieros, *Segundo congreso nacional de ingeniería. Relación general,* 468 paginas, Talleres gráficos Guía Expreso, Buenos Aires.

Centro Nacional de Ingenieros, *Segundo congreso nacional de ingeniería. Sección ingeniería sanitaria,* 289 páginas, Imprenta de las Obras Sanitarias de la Nación, Buenos Aires, 1923.

Atilio Cerri, *La teoría de la relatividad o el tiempo y el espacio absolutos*, 142 páginas, Compañía General de Fósforos, Buenos Aires, 1925.

José R. Fowler, *Monografía histórico-geográfica del departamento de Ayacucho*, 303 páginas, Torres Aguirre, Lima, 1924.

Settimo centenario della Regia Università di Napoli 1224-1924, 198 páginas, Tipografia Napoletana, Napoli.

Manuel y Raúl Andino, *La obra del gobierno del doctor Quiñonez-Molina, 1923-1925*, 363 páginas, Imprenta Nacional, San Salvador, 1925.

Ernesto Mullin, *Anotaciones al rededor de impulso y creación. Primer círculo*, 194 páginas, Salto, 1923.

Ángel de Altolaguirre y Duvale, *Cristóbal Colón y Pablo del Pozzo Toscanelli*, 427 páginas, Imprenta de Administración militar, Madrid, 1903.

Abelardo Gallo, *Las ruinas de Tiahuanaco*, 150 páginas, Imprenta de la Universidad, Buenos Aires, 1925.

Obras Sanitarias de la Nación, *Memoria del Directorio, año 1924*, 437 páginas, Imprenta de las Obras Sanitarias, Buenos Aires, 1925.

G. Wery, *Agenda aide-mémoire Agricole*, 251 páginas, J. B. Baillière, París, 1926.

Union internationale de la chimie pure et appliquée, *Comptes rendus de la 5e conférence internationale de la chimie*, 192 páginas, Imprimerie Buttner-Thierry, París.

Union internationale de la chimie pure et appliquée, *Comptes rendus de la 4e conférence internationale de la chimie*, 241 páginas, Imprimerie Buttner-Thierry, París.

Julio R. Castiñeiras, *Curso de construcciones de albañilería. Hormigón armado. Chimeneas*, 124 páginas, T. Palumbo, Buenos Aires, 1925.

Alfonso Toro, *Dos constituyentes del año 1924. Biografías*, 121 páginas, Talleres gráficos del Museo Nacional, México, 1925.

José María Torroja, *La estereofotogrametría en 1924. Conferencias*, 83 páginas, Talleres Voluntad, Madrid, 1925.

Liga Patriótica Argentina, *VI Congreso nacionalista de trabajadores*, 257 páginas, P. Ventriglia, Buenos Aires, 1925.

Alfredo J. Torcelli, *Obras completas y correspondencia científica de Florentino Ameghino*. Volumen IV, *Zoología matemática*, 559 páginas, Taller de impresiones oficiales, La Plata, 1915.

Antonio de Mantero Velarde, *L'espansione politica e coloniale portoghese con speciale riguardo alle Isole di Sao Tomé e Principe*, 180 páginas, «L'Universale», Tipografia poliglotta, Roma, 1924.

Charles Janet, *L'alternance sporophytogamétophytique de générations chez les algues*, 108 páginas, Imprimerie Ducourtieux et Gout, Limoges, 1914.

P. Klein et J. Sanson, *Météorologie et Physique agricoles*, 464 páginas, J. B. Baillière et fils, París, 1925.

Le Radium. Célébration du 25e anniversaire de sa découverte (1898-1923), 85 páginas, Les Presses Universitaire de France, París.

Dardo A. Rietti, *Bibliotecas obreras,* 33 páginas, Imprenta Pereyra, Córdoba, 1921.

Dardo A. Rietti, *Jurisprudencia del trabajo,* 16 páginas, B. Cubas, Córdoba, 1923.

Guillermo Hoxmark, *Solar Radiation and the weekly weather forecast of the Argentine Meteorological Service,* 23 páginas, Smithsonian Institution, Wáshington, 1925.

Pedro T. Canela, *Calendario rural para la provincia de San Luis,* 53 páginas, Imprenta La Cárcel, San Luis (R. A.), 1925.

Centro Nacional de Ingenieros, *Memoria anual,* 21 páginas, L. Bernard, Buenos Aires, 1925.

Lucas Kraglievich, *Un nuevo eslabón en la serie filogenética de la subfamilia Nothrotherinae Senetia Mirabilis, etc.*, 18 páginas, Coni, Buenos Aires, 1925.

Carla von Müller, *Die kolonialen Zeitungen und «La Gazeta de Buenos Aires»*, 36 páginas, Phoenix, Buenos Aires, 1925.

M. Gutiérrez Lanza, S. J., *Huracán sin precedente, Octubre 1924,* 16 páginas, La Universal, Habana, 1924.

Enrique B. Prack, *La ley 11.289 ante el sentido común,* 24 páginas, A. de Martino, Buenos Aires, 1925.

Lorenzo R. Parodi, *Gramíneas bonaerenses. Clave para la determinación de los géneros,* 73 páginas, Imprenta La Universidad, Buenos Aires, 1925.

José Babini, *Aplicaciones de los logaritmos de Gauss al álgebra,* 25 páginas, T. Palumbo, Buenos Aires, 1925.

Enrique Sparn, *Depósitos sedimentarios de la cuenca argentina del Atlántico,* 16 páginas, Cubas Madueño, Córdoba.

Rodolfo Schreiter, *Dysdaemonia, Rothschilda y Copaxa. (Observaciones biológicas sobre las especies tucumanas de los géneros),* 17 páginas, Coni, Buenos Aires, 1925.

L. Luiggi, *Appareils de radoub. Rapport,* 7 páginas, Bruxelles, 1911.

Guillermo Hoxmark, *Las condiciones climatológicas y el rendimiento del trigo*, 44 páginas, Buenos Aires.

Guillermo Hoxmark, *The international olympic games as an index to the influence of climate*, etc., 4 páginas.

León Goldemberg, *La eosina reducida por el hidrógeno naciente,* 7 páginas, Las Ciencias, Buenos Aires, 1925.

León Goldemberg, *Streptobacilo piógeno,* 15 páginas, Las Ciencias, Buenos Aires, 1925.

Sociedad Central de Arquitectos, *Memoria de la presidencia. Período 1924-1925*, 26 páginas, Gadola, Buenos Aires, 1925.

Enrique Ruiz Guiñazú, *El problema espiritual contemporáneo,* 37 páginas, A. de Martino, Buenos Aires, 1925.

Manuel Carlés, *A los padres y a los estudiantes. Discurso,* 23 páginas, Buenos Aires, 1925.

Calvin Coolidge, *Plataforma de política económica,* 12 páginas, Jacobo Peuser, Buenos Aires, 1925.

Liga Patriótica Argentina, *Memoria de 10 escuelas obreras. Comisión central de señoritas,* 51 páginas, P. Ventriglia, Buenos Aires, 1925.

Jean Brèthes, *Nunquam Otiosus,* IV, 16 páginas, Imprenta Ferrari, Buenos Aires, 1925.

Oficina Internacional del Trabajo, *Informaciones sociales,* 95 páginas, Librería Pedagógica, Madrid, 1925.

Paola Manfredi, *Breve nota su di un rotifero nuovo per l'Italia (Apsilus vorax),* 4 páginas, Fratelli Fussi, Pavía, 1925.

Paola Manfredi, *Étude sur le développement larvaire de quelques especes du genre Cyclops,* 19 páginas, M. Forton, Bruxelles, 1925.

Felice Supino, *Malattie di pesci e gamberi osservate in Lombardia,* Ulrico Hoepli, Milano, 1925.

Julio R. Castiñeiras, *Curso de construcciones de albañilería y hormigón armado,* 80 páginas, T. Palumbo, Buenos Aires, 1925.

Pedro M. González Quijano y Leonardo de Torres Quevedo, *Azar y determinismo. Discurso,* 63 páginas, Talleres «Voluntad», Madrid, 1925.

Lactarius, *Anotaciones al problema de la leche en Buenos Aires,* 44 páginas, Buenos Aires, 1925.

Adolf Söderstrom, *Homologie, homogenie und homoplasie,* 8 páginas, Upsala, 1925.

Adolf Söderstrom, *Die Verwandtschaftsbeziehungen der Mollusken,* 30 páginas, F. B. Köhler, Upsala, 1925.

Ángel de Altolaguirre y Duvale, *Declaraciones hechas por don Cristóbal, don Diego y don Bartolomé Colón acerca de su nacionalidad,* en *Revista de archivos, bibliotecas y museos,* Madrid, 1925.

Juan Brèthes, *Nunquam Otiosus,* III, *Coleopteres, principalement Coccinellides, du British Museum,* 16 páginas, Ferrari hermanos, Buenos Aires, 1925.

Emilio Turati, *In memoria di Renato Ferlini e di Enrico Ragusa,* 11 páginas, Luigi di G. Pirola, Milano, 1925.

Las jubilaciones de la ley 11.289. Impugnación parlamentaria, 85 páginas, A. de Martino, Buenos Aires, 1925.

Dante Tessieri, *La relatividad general ante la prueba suprema,* 29 páginas, L. J. Rosso y compañía, Buenos Aires, 1925.

Alfredo L. Palacios, *Consagración universitaria de Vucetich,* 46 páginas, Olivieri y Domínguez, La Plata, 1925.

Escuela Industrial de la Nación, *Extracto de la Memoria correspondiente al año escolar 1924-1925,* 41 páginas, L. J. Rosso, Buenos Aires, 1925.

B. Benigni, *El problema de los subterráneos en Buenos Aires,* 40 páginas, José Tragant, Buenos Aires, 1925.

Ramón G. Loyarte, *La estructura del átomo. Estado actual de la cuestión,* 63 páginas, T. Palumbo, Buenos Aires, 1925.

La presidencia de la Sociedad ha resuelto agregar a esta memoria, como parte integrante de la misma, el informe que le ha presentado el señor bibliotecario, doctor Reinaldo Vanossi, y es para mí un grato deber llamar la atención de mis consocios sobre el referido informe que refleja someramente la ardua, prolija y constante labor desarrollada por su autor, cuya experiencia le permite indicar normas para continuar esa tarea, que por haber seguido de cerca puedo aplaudirla y prestigiarla, al mismo tiempo que agradezco efusivamente y recomiendo a la consideración de los señores socios la actuación del doctor Vanossi.

Es sensible que disposiciones estatutarias no permitan su reelección, pero confío en que la Junta directiva ha de encontrar la forma de asegurar el concurso eficiente del doctor Vanossi para consolidar y proseguir la obra que ha realizado.

A continuación se inserta el informe del señor bibliotecario a que me he referido hace un momento :

Buenos Aires, marzo 20 de 1926.

Señor Presidente de la Sociedad Científica Argentina, ingeniero Eduardo Huergo.

Presente.

Distinguido señor Presidente :

La proximidad de la terminación del período para que fuí designado con el honroso cargo de bibliotecario de la Sociedad de su digna presidencia, me obliga a elevar a usted una memoria resumida que relate las modestas tareas que en el desempeño del mencionado cargo he debido realizar.

A efectos de hacer más clara y concisa la exposición, dividiré el asunto en capítulos, que trataré sucesivamente.

a) Completamiento de las colecciones. — Esta cuestión es de vital importancia para nuestra biblioteca. Poseemos colecciones magníficas y valiosas, pero muchas de ellas adolecen de vacíos que, naturalmente, las perjudican.

Desde hace cuatro años, es decir desde que inicié mi labor, me he preocupado especialmente de completar, en la medida de lo posible, a todas estas series.

Estoy lejos de poder decir que los fines propuestos, o mejor dicho, los fines que debieron haberse alcanzado, hayan sido efectivamente obtenidos, pero algo se ha hecho.

Salvo algunas revistas europeas, todas las demás han sido solicitadas en lo que respecta al envío de los números atrasados que nos faltaban. Estos pedidos se han hecho sobre la base de balances que hice confeccionar, de cada una de nuestras colecciones. En los pedidos se ha ofrecido, a la vez,

reciprocidad con respecto a las faltas que de números atrasados de los *Anales* de la Sociedad, tuviesen las respectivas instituciones a las cuales nos dirigíamos.

El resultado, con todo, ha sido bueno, y en conjunto podemos estas satisfechos. Algunas colecciones hemos podido completarlas, otras más han recibido parte de sus vacíos, y en realidad pocas son las que han quedado como antes.

Convendrá citar que las insistencias en pedidos han sido numerosas, y que hasta hemos debido hacer adquisiciones, por compra, de algunas entregas.

Sin embargo, el ofrecimiento de reciprocidad ha inducido a regular cantidad de direcciones de revistas a prestar atención a nuestros pedidos sobre la base de otros pedidos de nuestros *Anales* que ellas nos hicieron, y que han sido satisfechos siempre que no se perjudicaran las existencias de las reservas.

Se han agotado, pues, los resortes, para la consecución de estos fines; pero es indispensable que se pueda disponer de fondos para adquirir por compra, muchos tomos y entregas que es absolutamente imposible obtenerlos de otra manera; y más aún, que cada año que pasa, a muchos de ellos se hará más difícil el poder conseguirlos.

Cualquier sacrificio que se haga en este sentido será debidamente recompensado por los resultados, y basta observar algunas de las importantes colecciones que se hallan truncas o con lagunas, para deducir el interés que debe haber en completarlas.

Resumiendo, lo relativo al renglón que se trata, citaré las siguientes cantidades que traducen las actividades en este sentido, en el período de los últimos cuatro años (1922-1926) :

Notas enviadas por biblioteca	1226
Notas recibidas para la biblioteca...........	517

Diré entonces que, como programa futuro de trabajo, es necesario continuar con los pedidos a aquellas pocas revistas que no se han pedido aún; insistir en otras que pueda pensarse han de contestar nuevamente en sentido favorable, y, por último, relacionarse con librerías para adquirir aquellas que no pueden obtenerse por otros medios.

b) Subscripciones. — Algunas nuevas se han aceptado; pero en general corresponde hacer dos observaciones con respecto a este renglón :

1°) Algunas revistas a las cuales la Sociedad estuvo abonada en otra época no se reciben desde varios años a esta parte por haberse suspendido por economía.

En algunos casos se ha argüido el carácter mismo de esas revistas para adoptar tal temperamento, pero no debemos olvidar que poseemos de ellas numerosos volúmenes abarcando largos términos de tiempo y que aparte de tener así buenas porciones de las colecciones totales, estas revistas tienen su

interés universalmente reconocido, sin ser precisamente de carácter científico pero sí social y literario. Opino, pues, que en cuanto sea posible deben reiniciarse estas subscripciones y adquirir los años que faltan.

2°) La otra observación se refiere a la necesidad que existe de ampliar también las subscripciones de revistas científicas, importantes, y con las cuales no es posible establecer canje con nuestros *Anales*. Dado el papel desempeñado por esta Sociedad en el seno del ambiente científico del país, creo que no debe descuidarse este renglón, interesante en cuanto se refiere a procurar a los estudiosos publicaciones de valor, que resulta difícil, sino imposible, conseguirlas en las bibliotecas. Me concreto a revistas que tienen relación con las ciencias especialmente cultivadas por los miembros de esta asociación.

Es de esperar que, con la ayuda de los poderes públicos, se pueda cumplir con éste, así como con otros de los fines que se persiguen.

c) Regularización del canje. — Tres disposiciones se han impuesto a efecto de normalizar, dentro de lo posible, las relaciones que, por intermedio de nuestros *Anales,* mantenemos con numerosas instituciones que, con el recíproco envío de sus publicaciones constituyen el valioso canje de la Sociedad. Éstas son : Envío de comunicaciones a las revistas que no se recibían desde un tiempo prudencial, anunciando la suspensión del envío de los *Anales,* a menos de comunicarnos sus deseos de continuar con el canje. En segundo lugar, solicitar a las instituciones que no enviaban sus publicaciones desde años atrás (generalmente desde comienzos de la guerra), y de las cuales se poseen colecciones más o menos completas, la reiniciación del intercambio, procurando, además, el canje de los años que nos faltan. Y, finalmente, se ha procurado también aclarar la situación actual de ciertas revistas, de las que poseemos algunos volúmenes aislados y de fecha muy atrasada, y respecto a las cuales, sin embargo, se tenía conocimiento de que, algunas de ellas, se siguen publicando.

Si bien todavía no podrán apreciarse los resultados finales, hasta la fecha se han obtenido buen número de respuestas.

De las primeras, que eran 37, han respondido 10 en el sentido de sus deseos de mantener el intercambio ya establecido.

De las 55 de la segunda categoría han manifestado 15 que están de acuerdo en reiniciar el canje. Con referencia a las revistas de la tercera clase, tenemos algunas notas aclaratorias que permitirán tomar medidas conducentes a completar la normalización.

En resumen, hemos, a la fecha, aumentado el canje, sobre la base del grupo de los que han existido anteriormente, en número de 15 y hemos disminuído, por concepto de suspensiones, con revistas que no se reciben desde un tiempo a esta parte, en 27, es decir una merma de 12, dentro de esta parte de la cuestión.

Dentro de algunos meses, cuando hayan llegado las contestaciones que se esperan, se podrá considerar definitivamente normalizada la situación de

numerosas revistas que, por desidia de sus direcciones o por inconvenientes de su publicación, no se recibían, en retribución de nuestros *Anales*, con la puntualidad conveniente.

d) Ampliación del canje. — Es sabido que, por razones obvias, nuestra biblioteca aumenta casi exclusivamente su acervo día a día, sobre la base de las revistas que se reciben en retribución de los *Anales*. Así se ha llegado a constituir una serie de colecciones que forman un conjunto que califico de admirable.

Me he interesado pues, y he contado en este sentido, como en todo lo que ha sido desempeñar mi misión de bibliotecario, con el apoyo y beneplácito de usted, señor Presidente, y de la Junta directiva, me he interesado, decía, en explotar esta situación procurando el aumento de canje en revistas que contengan publicaciones del carácter de las disciplinas cultivadas por esta Sociedad.

En los últimos meses se han solicitado 110 canjes y de estos pedidos hasta la fecha se han recibido 32 contestaciones favorables. Algunas han de contestar aún, y otras no han accedido a nuestro pedido, ofreciendo subscripción. De entre estas últimas, algunas importantes y hasta necesarias de poseer, se consideraron las posibles subscripciones a que me permití hacer referencia en un capítulo anterior y cuando los medios de la Sociedad lo permitan.

Si sumamos a esta cantidad de nuevos canjes, otros 61 que han sido solicitados espontáneamente a la Sociedad en el período, tenemos un total de 93 canjes nuevos.

En conjunto el canje total de la Sociedad en la actualidad es de 299 y en 1922 era de 215, de los cuales deben eliminarse los que fueron suspendidos por no recibirse.

Las normas de conducta que se siguen respecto a selección de publicaciones para el canje, están de acuerdo en ser tolerantes, con relación a la importancia de la revista, si ésta trata de asuntos de la naturaleza de los que llevan nuestros *Anales*. Hasta se acepta con revistas en idiomas no muy accesibles (ruso, ukraneano y japonés, por ejemplo), considerando su valor intrínsico y que en un futuro será fácil la tarea de su traducción.

Por otra parte, si bien es cierto que se mantienen canje con revistas del país que no poseen interés mayor (canjes que datan de años atrás), son pocas las revistas que, hoy día, en esas condiciones, piden intercambio y en los casos que se presentan, se contemplan diversos factores antes de resolver.

e) Edición de « Anales » y Archivo. — Para satisfacer las necesidades del aumento del canje, de los socios y de la reserva que de cada edición debe tenerse, ha sido necesario que la Junta directiva autorizase el aumento del tiraje a 900 ejemplares, según la proposición que debí hacer oportunamente.

El margen que queda, después de satisfacer las exigencias normales, es el conveniente para satisfacer pedidos de números que se extravían, ventas

aisladas, canjes retrospectivos y para conservar una reserva de *Anales* debidamente provista.

A propósito del archivo o reserva de *Anales*, debo informar que por resolución de la Junta directiva del año 1924, se ha hecho un recuento de nuestras existencias totales, lo que ha permitido demostrar desigualdades notables de cantidades según las distintas fechas de las entregas. Felizmente debido a la previsión, si no se me ha informado mal, de los ex bibliotecarios, ingeniero doctor Marcial R. Candioti y el fallecido profesor I. T. Ojeda, se poseen algunas colecciones completas, hasta 1915, de los *Anales*. Por lo tanto, a pesar de que en el archivo se carece de algunas entregas, las colecciones que se poseen constituyen un capital muy apreciable y digno para la Sociedad, y que irá aumentando con el tiempo.

Algunas disposiciones deben tomarse con motivo de la regularización de esta reserva y tarifa de números atrasados. Creo conveniente las siguientes: Agregar a las colecciones ya existentes completas hasta 1915, los *Anales* siguientes hasta la fecha y continuar así automáticamente; segundo, establecer un libro Registro de entradas y salidas de entregas de *Anales*, que permita conocer en cualquier momento las existencias de cada entrega. En tercer término, será conveniente hacer una nueva tarifa de *Anales* sobre la base de los factores, fecha y existencia de cada fascículo que poseemos; la tarifa actual se basa sólo en la antigüedad.

Las dos primeras medidas ya se han comenzado a llevar a la práctica, en cuanto a la última está preparándose, y me será grato presentarla oportunamente.

f) Encuadernación. — No siempre se ha dado impulso a este factor y sin embargo merece ser debidamente considerado, particularmente en lo que a revistas se refiere.

Los volúmenes encuadernados entre 1922 y 1926 suman 1398 y se hubiera debido por lo menos duplicar esta cantidad, pero no han respondido los encuadernadores, con la amplitud que se hubiera deseado.

No corresponde que insista en la importancia que debe darse continuamente a esta cuestión, por ser bien conocidos los beneficios que se obtienen, pero es de esperar que ha de seguir intensificándose hasta obtener la biblioteca « encuadernada al día », con lo que se evitarán pérdidas de entregas aisladas, se facilitará la búsqueda y se aumentará el orden.

g) Registro de publicaciones periódicas y Catálogo general de ellas. — El primero ha sido impuesto por la práctica misma del trámite que exigen las numerosas revistas que se reciben en canje o en subscripción; el activo cambio de correspondencia, unido a la especificación de nuestras existencias y vacíos, así como numerosas aclaraciones, para cada revista. El registro mencionado permite conocer rápidamente todos los datos concernientes a cada publicación, y ha demostrado ser de utilidad no despreciable, utilidad que sin duda será más visible con el tiempo, ya que en aquél se establece una verdadera historia de trámites.

El segundo, actualmente casi terminado, ha sido confeccionado sobre la base, no sólo de los títulos principales de las revistas y de las existencias que poseemos, sino anotando los subtítulos que indiquen variaciones de tendencias, o que sean de interés informativo, las instituciones que le dan origen y en fin todos los datos que permitan individualizar cada publicación, su origen, variaciones de títulos, desaparecimientos, reiniciaciones, etc.

Este sistema ha sido aconsejado para salvar las múltiples dificultades que se suelen presentar en la clasificación de revistas, así como el establecer si pertenecen o son órgano o no de determinada institución, y si el título y numeración de tomos conserva o varía sus especificaciones en la sucesión del tiempo. Para este fin se han revisado las colecciones, convenientemente, anotando todas las observaciones que pudieran tener interés. Igualmente, y como algunos tomos aislados de revistas existían diseminados entre las obras, de la biblioteca, todas ellos han sido también revisadas y se han retirado los volúmenes o fascículos pertenecientes a publicaciones periódicas.

Pienso que el catálogo en cuestión, con no referirse sino a una parte de las existencias de la Biblioteca (parte correspondiente a publicaciones periódicas), ha de prestar sin embargo su utilidad a los señores socios, y además, por la disposición misma que seguirá, ha de aclarar muchas dudas que se han presentado con motivo de pretender saber las relaciones que existen entre las instituciones y los títulos y cantidad, y aun variación, de sus publicaciones respectivas, citando este caso entre los varios que sobrevienen.

h) Factores que intervienen en la formación de vacíos en las colecciones. — Se pueden clasificar en tres principales: 1° extravíos postales; 2° no envío de parte de las instituciones que las editan; y 3° pérdidas accidentales.

Se ha procurado evitar al máximo la influencia de los dos primeros factores, pidiendo los números que no llegan a las direcciones de las revistas. El método implantado consiste en que al dar entrada en el libro correspondiente a las entregas recibidas, se debe observar si el número que se anota es continuación directa o no del inmediato anterior anotado. En este caso se hace el pedido de los fascículos que faltan, pedidos que se copian en un libro especial.

Con esta medida se consigue una buena proporción de revistas que de otra manera se perderían. Actualmente pienso introducir alguna innovación en el libro «Registro de entradas», de manera a facilitar la inscripción de las referencias que debe llevar para aumentar el control, así por ejemplo el referente a estos pedidos de números extraviados y la reiteración de los mismos.

Toda insistencia en este sentido no será exagerada pues es importante el número de entregas que no llega a la biblioteca a su debido tiempo.

El tercer factor abarcaría una serie de pequeños hechos, que, actualmente, creo evitados, substracciones, extravíos, y no devoluciones, de parte de los señores socios, de las obras o revistas que se llevan como préstamo.

El primero se ha anulado con el desaparecimiento de la «mesa de revistas», temperamento que propuse y aceptado por la Junta directiva, y en cuanto a las no devoluciones, actualmente se llevan a cabo, pero desgraciadamente algunos volúmenes y fascículos esperan, desde hace años, ser devueltos por socios y ex socios, no consiguiéndose siempre el objeto, a pesar de las reiteradas solicitudes que se han hecho, solicitudes que han dado resultados en escasa proporción.

Es necesario, sin embargo, no cejar y al objeto en algunos casos convendrá hacer insistencias personales para procurar destruir esa apatía que perjudica valiosos intereses colectivos.

i) Fichero de la Biblioteca y Catálogo. — Esto es una aspiración general, aunque los medios para conseguirlo no sean fáciles de obtener.

Numerosas obras están fichadas, habiéndolo sido bajo la dirección del extinto bibliotecario profesor Ojeda, pero día a día las existencias aumentan con la llegada de fascículos, folletos y otros elementos que esperan ser clasificados. Esto no sería lo más grave, pues tenemos una fortuna en literatura científica, que forma parte de publicaciones periódicas directamente clasificable, es decir, de aquellas que apareciendo como órgano de alguna institución, a intervalos de tiempo constituyen en cada edición un tratado sobre un tema único y determinado; y refiérome a este caso especialmente, pues sería mucho exigir, el pretender fichar también, desde ya, los artículos diversos que traen las revistas del tipo general.

Hace algunos meses se reinició la tarea del fichado, dedicando a un empleado exclusivamente para ello, esto, que ha quedado momentáneamente interrumpido, es necesario, que ocupe la atención de la Junta, para que paulatinamente pueda seguirse con este trabajo que, aunque lento, ha de conducir a satisfacer una necesidad imperiosa para la Biblioteca.

Considero, además, que paralelamente al fichado debe irse confeccionando el catálogo, como control de seguridad del primero; y, para darle a aquél el carácter de una obra definitiva, opino que convendrá adoptar el libro de «hojas movibles» que permite todas las ampliaciones necesarias y con entrada, para las clasificaciones por autores, *con las dos primeras letras* de los nombres, es decir, por el estilo de los diccionarios; lo cual también permite, sin introducir confusiones, la adición continua de nuevos nombres.

En cuanto a la clasificación por materias, ya es tarea más delicada y exigirá un cuidado especial.

Una observación final debo anotar, antes de terminar con este capítulo: al fichar las colecciones de revistas se deberá prestar especial atención al contenido de cada volumen, sin limitarse a leer en el lomo o en la primera página, pues he podido observar, con motivo de la confección del catálogo a que ya hice alusión que, en algunos casos, no corresponde lo uno con lo otro induciendo así a errores. En algunos casos se han hecho ya las correcciones de inscripción, pero se impone el completarlas.

j) Comentarios bibliográficos en los «Anales». — Las dificultades que se

presentan para poder obtener comentarios bibliográficos para publicar en los *Anales,* de obras donadas por algunas casas editoras, hace que perdamos de recibir una buena cantidad de ellas. En épocas en que las publicaciones de referencia se hacían puntualmente, la biblioteca se engrosaba con mucho más material.

Me he permitido citar esta cuestión pues si pudiera resolverse en el sentido de hacer bibliografía sobre todas las obras que nos son enviadas, la cantidad de éstas iría seguramente en aumento.

En la actualidad, debido al esfuerzo del señor director de los *Anales* y de otros pocos señores socios se hacen algunos comentarios, pero hemos de declarar que algunas obras quedan sin éstos por no encontrar quien desee hacerlos o, aun en otros casos, por producirse ofrecimientos que no llegan a cumplirse.

Opino que por cada obra que queda sin comentario publicado, por lo menos dos no nos son enviadas por las casas editoras interesadas.

k) Socios correspondientes. Envío de publicaciones. — La aprobación de parte de la Junta directiva de la proposición referente al envío de una circular a los señores socios correspondientes en el sentido de que se sirvan informar si reciben nuestras publicaciones, han de permitir suspender el envío de aquéllas a los que no contesten, pues es de admitir que si no lo hacen es porque la dirección actual es errónea o porque no tienen interés en recibirlas.

Estas suspensiones de envíos permitirán, sin disminuir los ejemplares de reserva de *Anales,* satisfacer las remisiones a los nuevos socios correspondientes, que especialmente del Perú y de México ha de designar próximamente la Junta.

l) Registro general de socios. — Creo que la implantación del registro que indico es una necesidad sentida para la buena marcha administrativa de la Sociedad.

En cuanto a la forma de hacerla efectiva, opino que sería así : Un libro de hojas movibles y en el cual a cada socio honorario, correspondiente, activo o adherente le corresponda una hoja. En el folio relativo a cada nombre se anotarán todos los hechos que tengan atingencia con las actividades del socio dentro de la Sociedad, y otra serie de datos biográficos que puedan interesar. Así se tendrá en cualquier momento las referencias necesarias sobre cualquier miembro o ex miembro de la Sociedad.

Ulteriormente debiera darse mayor amplitud a este registro, estableciendo otro suplementario y que abarcase las actividades de los socios en épocas anteriores a la actual, llegando si fuera posible hasta la fecha de la fundación de la Sociedad.

Es natural que en este caso la fuente de información por excelencia serían los libros de actas.

Considerando que esta labor puede irse haciendo paulatinamente, soy optimista sobre la posibidad de su cumplimiento.

Para resumir, señor Presidente, expondré: que los trabajos efectuados con ayuda del personal de la Sociedad, en este período, fueron:

1° Se trató de completar las colecciones de revistas de la biblioteca sobre la base de nuevos inventarios de existencias de cada colección; 2° Aumento del canje; 3° Regularización del mismo canje, en los casos de revistas que no se recibían con debida normalidad, y en los de aquellas que quedaron suspendidos por diversos motivos; 4° Regularización de los envíos de *Anales* a los señores socios correspondientes; 5° Normalización del archivo de *Anales,* con su recuento y completamiento de las colecciones de *Anales*; 6° Formación del registro general de canje; 7° Confección del catálogo general de publicaciones periódicas (revistas, etc.) de la biblioteca; 8° Procurarse el aumento de comentarios bibliográficos para publicar en los *Anales*; 9° Insistirse en la devolución de libros prestados en poder de socios y ex socios, desde largo tiempo atrás; 10° Continuarse con el fichado de las existencias de la biblioteca.

Como plan futuro de trabajo me permito, entre otros, hacer los siguientes:

1° Continuar con la tarea de completar las colecciones, por canje o compra; 2° Aumentar las subscripciones con revistas de las cuales ya se poseen existencias y con otras de importancia; 3° Prestar debida atención a la ampliación del canje con publicaciones de interés; 4° Continuación con el fichado del catálogo de la biblioteca; 5° Creación del registro general de socios.

Deberá tenerse en cuenta además la conveniencia de continuar con una serie de disposiciones tomadas, y que sin ello conducirá a la completa inutilidad de las mismas.

En este orden de ideas me referiré a los libros «Registros» ya establecidos y los que podrán imponerse ulteriormente, todos los cuales requieren ser debidamente atendidos, y, para ser más general, haré alusión a las normas en general que guían la dirección de la biblioteca, normas que si no ofrecen solución de continuidad en su aplicación, aunque sí perfeccionadas, han de continuar dando a aquélla el carácter de importancia y seriedad que ha ido conquistando en el más de medio de siglo de vida que lleva.

Citaré además el índice de los *Anales* en sus primeros cien tomos, tarea comenzada que deberá continuarse.

La presente memoria ha abarcado quizá más que asuntos referentes a mi misión exclusivamente, otras que pueden tener con ella sólo una vinculación indirecta, pero he preferido ser algo amplio, distrayendo su atención, señor Presidente.

Más aun he tratado detalles que podrán aparecer como pueriles o innecesarios y me he permitido hacer proposiciones que por demasiado lógicas son superfluas en tratándose de la administración de una biblioteca, pero exige una atención constante y con los escasos medios con que cuenta la Sociedad deben duplicarse y triplicarse los esfuerzos para mantener un mínimo de organización tal que puedan recogerse los beneficios que ella es capaz de dar.

Creo que no habrá indicaciones por sencillas que sean supérfluas, porque

así se aspira a inculcarlas en todos cuantos intervienen o han de intervenir en el futuro de las tareas que su correcto mantenimiento demanda.

Para terminar, señor Presidente, debo agradecerle sinceramente, así como a los señores miembros de la Junta directiva, las atenciones que me han dispensado en todo el tiempo que he estado al frente de la biblioteca de la Sociedad, a la cual he dedicado todos mis entusiasmos y cariño, lamentando no haber podido hacer más por ella.

Debo declarar igualmente que he hallado en el personal de la Sociedad el más franco espíritu de colaboración, de lo cual deseo dejar constancia.

Con este motivo, pues, aprovecho la oportunidad para reiterarle las seguridades de mi especial estima y consideración.

Reinaldo Vanossi.

GERENCIA

La Sociedad ha experimentado una sensible pérdida con el fallecimiento de su gerente, el señor don Juan Botto, ocurrido ei 31 de diciembre de 1925.

En la memoria anterior, al referirme a él, dije que estaba ya hace tiempo tan identificado con la Sociedad, que parece formar parte integrante de la misma y en efecto, señores consocios, a mediados de 1926 habría cumplido cuarenta años desde que tuvo aquí su primer empleo.

Su muerte ha venido a comprobar una vez más que el cariño y la confianza que se le dispensaba estaban completamente justificados y sabemos que él los retribuía. El arreglo de los asuntos a su cargo no ha presentado ninguna dificultad, a pesar de que era tan personal en su trabajo, encontrándose sus prolijas anotaciones en forma tal, que nada se alteró en la marcha normal de la Sociedad.

Por todo ello, la institución exteriorizó su pesar en la misma forma en que lo ha hecho siempre con los socios fallecidos.

En cuanto al personal de la casa, me es satisfactorio hacer presente, una vez más, que ha seguido desempeñando sus funciones con toda contracción y buena voluntad.

Se encuentran depositados en custodia en el Banco de la Nación Argentina los títulos y comprobantes siguientes:

1° El título de propiedad del edificio social, Cevallos 269;

2° Dos comprobantes de pago de paredes medianeras;

3° Dos comprobantes de oprobación de cuentas rendidas a la Con-

taduría general de la Nación, por pesos trece mil ochocientos ochenta y tres con tres centavos moneda nacional ($ 13.883,03 m/n), y pesos seis mil ciento diez y seis con noventa y siete centavos moneda nacional ($ 6116,97 m/n), correspondientes a los fondos recibidos del gobierno de la Nación para gastos de representación y publicación de los trabajos presentados al IV° Congreso científico (Primero Panamericano) de Chile;

4° Dos comprobantes de cuentas presentadas a examen de la Contaduría general de la Nación, por pesos cuarenta y un mil novecientos sesenta y dos con veinte y tres centavos moneda nacional ($ 41.962,23 m/n) y pesos ocho mil treinta y siete con setenta y siete centavos moneda nacional (8037,77 m/n), correspondientes a los fondos recibidos del gobierno de la Nación para exploración y estudio de la laguna Iberá;

5° Un título de la Deuda pública externa de la provincia de Buenos Aires número 163.527, por valor de cien pesos oro sellado nominales;

6° 3700 pesos nominales de obligaciones municipales (certificados al portador), 4000 pesos nominales de cédulas hipotecarias argentinas, segunda serie (ley n° 9145) y 1500 pesos nominales de cédulas hipotecarias argentinas, serie décima octava.

EDUARDO HUERGO.

Buenos Aires, 14 de abril de 1926.

ÍNDICE GENERAL

DE LAS

MATERIAS CONTENIDAS EN EL TOMO CENTÉSIMO PRIMERO

SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

Dr. Pedro Visca †.	Dr. Florentino Ameghino †.	Dr. Walther Nernst.
Dr. Mario Isola †.	Dr. Carlos Darwin †.	Dr. Eduardo L. Holmberg.
Dr. Germán Burmeister †.	Dr. César Lombroso †.	Ing. J. Mendizábal Tamborel.
Dr. Benjamín A. Gould †.	Ing. Luis A. Huergo †.	Ing. Guillermo Marconi.
Dr. R. A. Philippi †.	Ing. Vicente Castro †.	Dr. Enrique Ferri.
Dr. Guillermo Rawson †.	Dr. Juan J. J. Kyle †.	Dr. Carlos Spegazzini.
Dr. Carlos Berg †.	Dr. Estanislao S. Zeballos †.	Dr. Alberto Einstein.
Dr. Valentín Balbín †.	Ing. Santiago E. Barabino,†.	

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar, Rafael	México.
Arteaga, Rodolfo de	Montevideo.
Ballvé, Horacio	I. de Año N.
Bodenbender Guillermo..	Córdoba.
Bolívar, Ignacio	Madrid.
Bonarelli Guido	Ancona (It.).
Bertoni, Moisés	P. Bertoni (P.).
Bailey, Willis............	Washington.
Bruce, William	Edimburgo.
Cabrera, Blas............	Madrid.
Carvalho, José Carlos....	Río Janeiro.
Catalan, Miguel A	Madrid.
Corti, José S.............	Mendoza.
Crinin, Demetrio.........	Petrogrado.
Delage, Yves	París.
Fontana, Luis Jorge	San Juan.
Fuenzalida, José del C...	Sgo. de Chile.
Guignard, León..........	París.
Guimarães, Rodolfo	Amadora (P.).
Gez, J. W...............	Corrientes.
Gjertsen Hjalmar, Fredik.	Noruega.
Kinart, Fernando	Amberes.
Lillo, Miguel............	Tucumán.
Luiggi, Luis	Roma.
Lugo, Américo...........	Sto. Domingo.
Lobo, Bruno.............	Río de Janeiro.
Lorin, Henri.............	Burdeos.
Morandi, Luis	Villa Colón (U).
Moore, Clarence..........	Filadelfia.
Moretti, Cayetano........	Milán.
Martinenche, Ernesto.....	París.
Moore, John B...........	Nueva York.
Montané, Luis	Habana.
Medina, José Toribio	Sgo. de Chile.
Montessus de Ballore.....	Sgo. de Chile.
Nordenskjiold, Otto......	Gothemburgo.
Nilsen Fhowal	Noruega.
Paterno, Manuel	Palermo (It.).
Patrón, Pablo............	Lima.
Porter, Carlos E.........	Sgo. de Chile.
Pena, Carlos M. de.......	Montevideo.
Poirier, Eduardo.........	Sgo. de Chile.
Pérez Verdia, Luis.......	Méjico.
Pi y Suñer, Augusto.....	Barcelona.
Prestrud, Christian.......	Noruega.
Recaséns y Girol, Sebastián	Madrid.
Reid, Walter F...........	Londres.
Rey Pastor, Julio........	Madrid.
Risso Patrón, Luis.......	Sgo. de Chile.
Reiche, Carlos	Méjico.
Sklodonska, Curie........	París.
Shepherd, Williams R. ...	Col.Un.N.York
Tobar, Carlos R..........	Quito.
Torres Quevedo, Leonardo.	Madrid.
Uhle, Max...............	Lima.
Von Ihering, Herman....	Florianóp. (B.)
Volterra, Vito	Roma.

SOCIOS ACTIVOS

Adamoli, Pedro A.
Adamoli, Santos S.
Aguirre, Pedro.
Albarracín, Carlos M.
Albizzati, Carlos M.
Aldunate, Julio C.
Almanza, Felipe G.
Allende, César T.
Anargyros, Pastor.
Anasagasti, Horacio.
Amavet, Alejo D.
Ameghino, Carlos.
Anchorena, Juan E.
Anastasi, Camilo.
Añón Suárez, Vicente.
Arreguine, Víctor (h.).
Arrillaga, Francisco C.
Arroyo, Rufino.
Aráoz Alfaro, Gregorio.
Arce, Manuel J.
Arditi Thompson, Horacio.
Arnaudo, Silvio J.
Ayerza, Rómulo.
Ayerza, Rafael.
Aztiria, Ignacio.
Babini, José.
Bado, Atilio A.
Bancalari, Agustín.
Baidaff, Bernardo Ig.
Baez, Juan R.
Bachmann, Ernesto.
Bahía, Manuel B.
Ballester, Rodolfo E.
Barabino, Amadeo Santiago.
Barbieri, Antonio.
Bazterrica, Enrique.
Berdoy, Pedro A.
Beretervide, Roberto.
Berrino, Juan B.
Besio Moreno, Nicolás.
Bianchedi, Rómulo.
Bianchi Lischetti, Ángel.
Blaquier, Juan.
Bodenbender, Otto E.
Bolognini, Héctor.
Bonino, Alfredo (h.).
Bontempi, Luis.
Bordenave, Pablo E.
Bosch, Eliseo P.
Bosisio, Anecto J.
Bonanni, Cayetano.
Bottaro, Juan C.
Botto, Alejandro.
Botto, Armando P.
Bozzini, Luis (h.).
Breyter, Marcos.
Brèthes, Juan.
Briano, Juan A.
Bruch, Carlos.
Bullrich, Jorge M.
Bunge, Juan C.
Butty, Enrique.
Cabassi, Emilio.
Cabred, Roberto G.
Calandra Raúl A.
Camus, Nicolás.
Candioti, Marcial R.
Candioti, Agustín N.
Canale, Humberto.
Campbell, Diego R.
Cano, Héctor M.
Carrea, Juan U.
Canónica, Mauricio.
Carabelli, Juan José.
Carbone, Esteban.
Carbonell, José.
Caride Massini, Pedro.
Carette, Eduardo.
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Castro Escalada, Martín.
Chanourdie, Enrique.
Chelia, Francisco.
Chiappa, Antonio R.
Chiarizia, Eduardo.
Ciampi, Lanfranco.
Clérice, Eduardo E.
Cock, Guillermo.
Colmo, Alfredo.
Contin, Diego T. R.
Coqueugniot, Carlos L.
Corti, Dalmiro.
Cremona, Andrés.
Croveri, Pablo.
Curutchet, Luis.
Curti, Orlando P.
Damianovich, Horacio.
Darquier, Juan A.
Dassen, Claro C.
Dasso, Héctor.
Dasso, Ricardo L.
Debenedetti, José.
Debenedetti, Salvador.
Delétang, Luis.
Delfino, Juan Carlos.
Dellepiane, Luis J.
Demarchi, Marco.
Díaz, Emilio C.
Doello-Jurado, Martín.
Dobranich, Jorge W.
Domínguez, Juan A.
Dotto, Enrique.
Dubecq, Raúl E.
Duclout, Jorge.
Duhau, Luis.
Duncan, Carlos D.
Dupont, Enrique.
Durrieu, Mauricio.
Eiriz, Rogelio.
Elia, Hector de.
Esteves, Luis P.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Fernández, Miguel.
Figini, Ángel.
Fikh, Boris.
Flachot, Emilio.
Flores, Emilio M.
Font, Jaime.
Frenguelli, Joaquín.
Galtero, Alfredo.
Gallardo, Ángel.
Gallo, Abelardo.
Garay Ponce, Filemón.
García, Ricardo S.
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato.
Ghigliazza, Sebastián.
Girado, Francisco J.
González, Juan B.
Gradin, Carlos.
Greemway, Daniel.
Grieben, Arturo.
Gurewitsch, Marco.
Gutiérrez, Avelino.
Gutiérrez, Ricardo J.
Hauman, Lucien.
Hermitte, Enrique.
Herrera Vegas, Marcelino.
Hicken, Cristóbal M.
Hickethier, Carlos F.
Holmberg, Adolfo D.
Howard, Jorge W.
Hoxmark, William.
Hoyo, Arturo.
Huergo, Eduardo.

506.82

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA

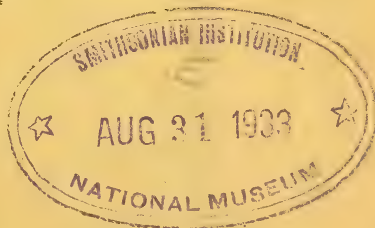
DIRECTOR : INGENIERO JULIO R. CASTIÑEIRAS

JULIO-SEPTIEMBRE 1926. — ENTREGAS I-III. TOMO CII

ÍNDICE

BUENOS AIRES
IMPRENTA Y CASA EDITORA « CONI »
684 — CALLE PERÚ — 684

1926



JUNTA DIRECTIVA

(1926-1927)

Presidente	Ingeniero **Eduardo Huergo.**
Vicepresidente 1º	Doctor **Nicolás Lozano.**
Vicepresidente 2º	Doctor **Emilio C. Díaz.**
Secretario de actas	Ingeniero **Juan José C. Mosca.**
Secretario de correspondencia	Ingeniero **Anecto J. Bosisio.**
Tesorero	Ingeniero **Edmundo Parodi.**
Protesorero	Ingeniero **Emilio Mallol.**
Bibliotecario	Ingeniero **Nicolás Besio Moreno.**
Vocales	Arquitecto **Carlos E. Géneau.** Capitán de navío **Segundo R. Storni.** Ingeniero **Enrique Marcó del Pont.** Doctor **Abel Sánchez Díaz.** Ingeniero **Enrique Sabaría.** Ingeniero **Pedro Aguirre.** Ingeniero **Juan A. Briano.** Doctor **Lucio D'Ascoli.**
Gerente	Señor **Antonio Alonso Ríos.**

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los *Anales (personalmente responsables de la tesis que sustentan en sus escritos)* que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarlo por escrito. Tienen, además, derecho a la corrección de dos pruebas. Los manuscritos, correspondencia, etc., se enviarán a la Dirección, **Cevallos, 269.** — La Dirección.

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTÍFICA

ARGENTINA

DIRECTOR : INGENIERO JULIO R. CASTIÑEIRAS

TOMO CII

Segundo semestre de 1926

BUENOS AIRES

IMPRENTA Y CASA EDITORA « CONI »

684 — CALLE PERÚ — 684

1926

HOMENAJE A LA MEMORIA DEL INGENIERO OTTO KRAUSE

El día 5 de noviembre próximo pasado se realizó en el vestíbulo principal de la Escuela industrial de la Nación el acto de inauguración de un busto colocado en homenaje a la memoria de este hombre ilustre, organizador de la enseñanza industrial en la República Argentina.

Se encontraban presentes los ministros: de Instrucción pública doctor Antonio Sagarna, del Interior doctor José P. Tamborini, de Relaciones exteriores doctor Ángel Gallardo, de Agricultura ingeniero Emilio Mihura, de Marina almirante Domecq García, el rector de la Universidad, doctor Ricardo Rojas, los decanos de las Facultades de Ciencias exactas, físicas y naturales de Buenos Aires y de Ciencias físicomatemáticas de La Plata, ingenieros Huergo y Castiñeiras, senadores, diputados nacionales, profesores universitarios y de la Escuela industrial y la mayor parte de los diplomados y alumnos actuales de la Escuela.

En nombre de los profesores de la Escuela, pronunció un discurso conceptuoso el ingeniero Eduardo Sarrabayrouse, haciendo entrega del busto, discurso que fué contestado por el director de la Escuela, ingeniero Eduardo Latzina.

Hablaron después el ingeniero Julio R. Castiñeiras, en representación de los diplomados en la Escuela industrial, el ingeniero Ricardo García, en representación del Centro nacional de ingenieros, y el estudiante Héctor Prada por los actuales alumnos.

Todos los oradores recordaron la labor meritoria desarrollada por el extinto, como profesional, profesor universitario, director de la Escuela industrial que ahora lleva su nombre, decano de la Facultad de ciencias exactas, físicas y naturales, y en otros cargos importantes.

LA DIRECCIÓN.

LA LUCHA BIOLÓGICA CONTRA EL BICHO DE CESTO

(OECETICUS KIRBYI, var. PLATENSIS)

SEGUNDA SERIE
DE CARTAS CONFIRMATORIAS DE SUS RESULTADOS ALTAMENTE POSITIVOS

POR EL DOCTOR JUAN BRÈTHES

En 1922, la Sociedad Rural Argentina publicó un folleto con el título de *El bicho de cesto, campaña de 1920-1921*. En ese folleto, ilustrado con una serie de dibujos y fotografías pertinentes, se daba una breve reseña de cuanto se había hecho hasta entonces acerca del bicho de cesto y de la lucha que se había emprendido a su respecto.

Allí, también, se publicaron una larga serie de cartas que la Sociedad Rural Argentina había recibido de muchísimas partes de la República Argentina en el inmenso triángulo que tiene por vértices las provincias de Entre Ríos, Mendoza y Buenos Aires: en esas cartas los estancieros se manifestaban satisfechos, varios con palabras que denotaban ese alivio (¡por fin conseguido!) de que no tendrían más que habérselas con una plaga tan importante.

Desde entonces, habiéndose seguido el tomar nota de las cartas que se recibían sobre el mismo asunto, me veo hoy poseedor de una documentación preciosa que no quiero dejar por más tiempo silenciada. De paso, añadiré todavía algunos datos que pueden ser de interés general. Al hacerlo así, creo y estoy convencido que la lucha biológica contra el bicho de cesto por medio de la *Parexorista Caridei* constituye un elemento de inmenso valor para los intereses agrícolas de la República Argentina, y también estoy convencido que hago obra de positiva utilidad al volver sobre el mismo.

Antes que se iniciara la lucha biológica contra el bicho de cesto, había tenido la oportunidad de estudiar varios parásitos que contri-

buyen a destruirlo. Desde el momento que se emprendió esa lucha, tuve también la suerte de participar en ella de un modo directo. Así he podido seguir paso a paso cuanto se ha hecho sobre ese asunto.

Sin embargo, no quiero ir más adelante y relatar cuanto a ello se refiere sin insistir en que no ha pasado ello como si hubiese surgido espontáneamente y por la gracia de una feliz casualidad: son pocos los éxitos así conseguidos...

Desde su iniciación, el Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina recogía y recibía bichos de cesto de todas partes. Esos bichos de cesto se abrían cuidadosamente, se catalogaban las observaciones pertinentes; se tomaba nota de los parásitos que se encontraban y se clasificaban éstos; aquellos cestos cuyos habitantes aparecían « podridos », se estudiaban también del punto de vista bacteriológico, y se procuraban las inoculaciones por ingestión y otras... Todo ello fué un trabajo que se hizo silenciosamente, trabajo largo y por mucho tiempo sin resultados aparentes.

Decir la cantidad de observaciones, de esperanzas frustradas, de desengaños prácticos, ¿ no es ello la parte preliminar y necesariamente silenciada de todos los éxitos ? ¿ No perdió Zeppelin alrededor de un cuarto de siglo en pruebas, contrapruebas, tentativas, experimentaciones, etc., etc., que han quedado todas en el silencio ?

Por lo que toca al bicho de cesto, se publicaron algunos resultados entomológicos en los *Anales de la Sociedad Rural Argentina,* antes de llegar a la *Parexorista Caridei.*

Me complazco en relatar, bien que sea someramente, todos esos trabajos preliminares, no sea que algunas personas crean que el encontrar un parásito significa necesariamente un feliz éxito. El caso del bicho de cesto viene a corroborar esa afirmación; sobre 17 especies parasitantes, tan sólo la *Parexorista Caridei* y el *Tetrastichus platensis* tienen una acción realmente económica.

Pero vino el momento providencial: una de esas ideas verdaderamente geniales vino a proporcionar la clave que se buscaba desde tanto tiempo. Es el doctor don Pedro Caride Massini, tan apreciado bajo otros conceptos, particularmente por su método curativo de la *Autoterapia,* quien hizo la observación inicial, observación tan fecunda en resultados positivos, observación que nos proporcionó la maravillosa *Parexorista Caridei.*

Observó Massini que en ciertas partes de la provincia de Córdoba había una casi total ausencia de bichos de cesto: intrigado por ese hecho insólito, se empeñó en buscar bichos de cesto; después de

buscarlos con ahinco, pudo reunir unos cuantos, pero pocos, y éstos se encontraban en un estado de desarrollo perfectamente normal. Por lo que resulta de ese enunciado, que trato de expresar en términos lo más sencillos posibles, esa observación hubiese podido hacerla cualquier persona. ¿ Por qué le cupo al doctor Caride solo ver lo que todos hubiesen podido ver ? En eso consisten los rasgos geniales, y el doctor Caridé Massini debe reivindicar para sí ese relámpago que había de producir tantos beneficios. El doctor Caride sacó la conclusión : si allí hay pocos bichos de cesto, y si los que existen tienen un desarrollo normal, algo debe destruirlos a medida que aparecen, hay que buscar ese *algo*.

Se concluyó, por lo tanto, en que había que llevar allí bichos de cesto para dar con el *algo* problemático. Y así se hizo... Vueltos a traer a Buenos Aires, esos bichos de cesto proporcionaron una buena cantidad de moscas todas iguales entre sí; tuve el gusto de estudiar esa mosca para su clasificación y reconocí que era un animal aún no señalado en la ciencia universal. Fué para mí un gusto a la vez que un deber dar a ese insecto beneficioso el mismo nombre de su descubridor : *Parexorista Caridei.*

El *algo* que se buscaba estaba bajo nuestra vista : era la misma *Parexorista* recién nombrada. Pero era todavía necesario comprobar que el *algo* problemático correspondía a esa mosca : era necesario cambiar en certidumbre lo que no era todavía más que una posibilidad. Esa mosca pertenece a un grupo de dípteros que son esencialmente parásitos de otros insectos, particularmente de las larvas de las mariposas. Ese grupo de dípteros, las taquinarias, son típicamente benefactoras y no hay peligro que vengan a ser un azote, como sería, por ejemplo, la *mosca brava.*

Era también necesario averiguar si esa mosca *Parexorista* se hallaba en los puntos donde se pretendía llevarla para comprobar sus buenos efectos. Si se hubiese encontrado, por ejemplo, en la provincia de Buenos Aires, donde tanto abundan los bichos de cesto, era inútil pensar en su distribución en dicha provincia, pues no se veían ya sus resultados. Se pidieron bichos de cesto con ese objetivo directo y se comprobó que la *Parexorista* no existía en Buenos Aires. Mientras tanto, se estudiaban también los numerosos parásitos cuyo número, como dije, llegó a ser de 17 especies diferentes, quedando con la convicción que ese número no es todavía el definitivo.

Comprobada la ausencia de la *Parexorista Caridei* en los puntos que se quería saber, se acumularon en Buenos Aires grandes remesas

de bichos de cesto parasitados en Córdoba, y se fueron distribuyendo a los estancieros, arboricultores, etc., que habían hecho los pedidos correspondientes.

Entonces empezaba la lucha biológica por medio de la *Parexorista Caridei.* Como se acaba de ver, ese momento había sido precedido por una larga serie de trabajos que conviene que el lector tome muy en cuenta. Las comprobaciones previas se habían realizado con la mayor escrupulosidad: científicamente no se podía exigir más. A la experimentación le tocaba ahora decir la última palabra.

Ése fué un momento de expectativa personal. Confesaré con toda llaneza que sentí también el aguijón de la duda, y no dudo que cualquiera de buena fe hubiese experimentado las mismas aprensiones. Por otra parte, personas que me rodeaban me manifestaban sin eufemismos y con raciocinios — científicos — que la lucha biológica no representa un medio científico para destruir las plagas... ¡ Qué cinta cinematográfica se admiraría hoy si se viesen las fisonomías intelectuales de todo calibre que actuaban entonces !

Además, ¿ cómo fortalecer mis esperanzas personales y cómo contestar a las personas que negaban una acción verdadera a la lucha biológica ? Era sólo el resultado final el que debía responder afirmativa o negativamente... Si en otras partes del mundo, la lucha biológica había dado resultados óptimos, ¿ no era un deber de probar éste también aquí en que nunca se había hecho nada en ese sentido ? Y ya en ese momento se podían aplicar estas palabras de Silvestri : « En 1907, en contestación a los que querían juzgar *a priori* el método de lucha natural con el fin de desacreditarlo, y de hacer triunfar, por diferentes motivos, de hoy en adelante bien conocidos, el método artificial antes que su eficacia fuese indiscutible... »

Desde cerca de 50 años atrás, la ciencia entomológica económica registra uno de sus primeros triunfos con un éxito feliz con la introducción del *Apanteles glomeratus* a Norte América; después de ese éxito bien comprobado, varios otros éxitos han venido a dar *fuerza de hecho* a la aplicación de la lucha biológica. Luego en sí la lucha biológica no se discute más. Sólo se discute cada caso en particular, pudiendo suceder, en efecto, que un parásito que se ha creído verdaderamente eficaz no sea de tal eficacia. Lo que significa que en los momentos en que se pretendía comprobar la eficacia de la *Parexorista Caridei,* no tenían razón los que querían condenar con una sola sentencia cualquier clase de lucha biológica : en eso demostraban, los que así afirmaban, que hasta ignoraban los hechos ya producidos.

Quiero, por lo tanto, creer que los que afirmaban que la lucha biológica no era de resultados prácticos, afirmaban por simple ignorancia; les hubiese sido peor aplicarles las palabras de Silvestri, que « querían juzgar *a priori* el método de lucha natural con el fin de desacreditarlo y de hacer triunfar el método artificial por diferentes motivos, de hoy en adelante bien conocidos... »

A ese respecto, Silvestri emplea algunas palabras más severas: « Sería verdaderamente criminal... » Repito que no puedo admitir que haya habido personas que criticaron la lucha natural sino por simple ignorancia.

Felizmente que los éxitos conseguidos por medio de la *Parexorista Caridei* vinieron a cumplir todas las esperanzas que se habían cifrado en ella y hasta acallar las exigencias más difíciles.

Las cartas que se publicaron en 1922 y las que se copian a continuación son un caudal enorme de preciosos documentos que se pueden enseñar a amigos y enemigos, a los que aceptan de buena fe y a los recalcitrantes.

Hay que considerar que la lucha biológica comporta una complejidad de condiciones concurrentes que es sumamente difícil controlar: condiciones de clima, de adaptabilidad de una especie zoológica, de parasitismo, de multiplicación suficiente... El que pretendiese *a priori* aplicar una especie parasitante contra una plaga tan sólo después de haber comprobado la aplicabilidad de cada una de las condiciones anotadas, podemos afirmar que aun después de cien años estaría todavía en comprobaciones estériles.

Por lo demás, todos los problemas de aplicación económica, ¿ no quedan siempre supeditados a la experimentación ?

Por consiguiente, al dar hoy a la estampa esta segunda serie de cartas, hágolo con la persuasión de que sirvo los intereses agrícolas de la República Argentina de una manera eminentemente positiva, deseando tan sólo que las personas serias, honradas, bien intencionadas, saquen de este artículo el mayor provecho posible.

A la vez, les ruego no olvidar que ello es el fruto del genio del doctor don Pedro Caride Massini.

CARTAS EN LAS QUE SE DA CUENTA DE LA ACCIÓN DE LA « PAREXORISTA CARIDEI »

1

María L. de Bellocq
Establecimiento « Galpones de Bellocq »
Partido de General Paz
Estación Loma Verde (F. C. M. V.)

Galpones de Bellocq, febrero 2 de 1922.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.
Buenos Aires.

Creo que da buen resultado esa mosca, porque para esta fecha del año pasado no quedaba en el monte una hoja; en cambio este año sólo ha sufrido mucho un rincón, aunque hay bichos de cesto en el resto del monte, pero en cantidad muy reducida...

Saluda a usted muy atentamente.

Por María L. de Bellocq

N. V. Gauly.

2

« San Pedro »
Justo U. de Campos y Compañía
Villa Mantero (F. C. E. R.)

San Pedro, febrero 2 de 1922.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.
Buenos Aires.

Muy señor mío: En mi poder su muy atenta de 28 de enero, que tengo el gusto de contestar. Me complace comunicarle que el resultado de la mosca *Parexorista Caridei,* con que han venido infestando los gusanos que nos han enviado en los dos años anteriores, ha dado un óptimo resultado a juzgar por la diminución de bichos de cesto que ha sido casi total y hoy es raro y difícil encontrarlo en las plantaciones que tenemos. Los que le envié para su observación son de los pocos que quedan.

Muy agradecido por la ayuda que ha prestado ese Instituto contra plaga tan dañina, tiene el gusto de saludar a usted muy atentamente

Por Justo Urquiza de Campos & Cía.

Adolfo Campos Urquiza.

3

Estancia « La Escondida »

Pazos Kanki (F. C. O.), febrero 3 de 1922.

Señor Director del Instituto Biológico.

Sarmiento 834.

Muy señor nuestro : Acompañamos con la presente, guía de encomienda por un cajón de bichos de cesto.

Es nuestra opinión que sus envíos de años anteriores están dando muy buenos resultados en ésta, pues adonde hemos puesto la mosca *Parexorista,* casi no hay bichos de cesto, y en el monte de 10 hectáreas cerca de Coronel Granada y tres leguas de acá adonde no hemos puesto la mosca, las hojas de los álamos y sauces han sido completamente comidas por la plaga...

Por Enrique Brown & Hnos.

Franck Preston.

4

Estancia « La Saudade »
Saavedra (F. C. S.)

Saavedra, febrero 1 de 1922.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Buenos Aires.

Muy señor mío : Por encomienda a domicilio le remito hoy un cajoncito con bichos de cesto sacados de plantas de acacia. No puedo enviar más, pues hay muy pocos; la cantidad que le remito es lo que ha juntado un hombre en medio día. Notamos que en este segundo año de aplicación de la *Parexorista* hay una insignificante cantidad

de bichos de cesto, en proporción a la cantidad que antes había, lo que nos es muy satisfactorio comunicar a usted.

Saluda a usted atentamente

Por Francisco Mendes Gonçalves.

5

Buenos Aires, enero 30 de 1922.

Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Muy señores míos : La mosca en cuestión me ha dado muy buenos resultados en Coronel Brandzen, establecimiento « La Estancia » de Sáenz Valiente hermanos. Felicito a ese Instituto por los resultados obtenidos y saluda atentamente S. S. S.

Guillermo Sáenz Valiente.

6

Juan Lalor
Consignatario
Haciendas, Frutos, Cereales y Comisiones en general
Bartolomé Mitre 311

Buenos Aires, 3 de febrero de 1922.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Sarmiento 834, Ciudad.

Tengo el gusto de comunicarle que he comprobado que la mosca hace un buen trabajo y ha muerto muchos bichos de cesto en la estancia donde se depositaron los mandados el año pasado por ese Instituto.

Siempre a sus órdenes, lo saluda atentamente S. S. S.

Juan Lalor.

7

Carabelas, febrero 3 de 1922.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Muy señor mío : No sé el grado de propagación existente de la *Parexorista Caridei,* pero puedo asegurarle que desde que se repartió la remesa que tuvo a bien hacernos ese Instituto, la plaga del bicho de cesto ha desaparecido casi por completo; tanto es así, que se hace sumamente difícil hasta la recolección de la cantidad necesaria para llenar un simple cajón como el que me solicita.

Saludo a usted con mi consideración más distinguida.

Daniel Iribarne.

Estación Carabelas, C. G. B. A.

8

Julio Vilela
« Las Marinas »
Las Flores (F. C. S.)

Las Flores, febrero 3 de 1922.

Señor Director :

Muy señor mío : El resultado de los bichos de cesto parasitados que me fueron remitidos en su oportunidad por ese Instituto, ha sido muy halagüeño, porque ya desde el año anterior se observó la exterminación de la plaga en toda clase de árboles, casi por completo.

Con mucha dificultad he podido conseguir esos pocos en unas plantitas nuevas de acacia blanca, formados de brotes de raíces alrededor del monte.

Felicitando a usted por el éxito de sus trabajos, me complazco en saludarlo y subscribirme su muy atento y S. S.

Julio Vilela.

9

José Aguirre Urreta e Hijo
Estancia « La Elvira »

Estación Anguil (F. C. O.), febrero 7 de 1922.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.
Buenos Aires.

Muy señor mío: Con esta misma fecha remito un cajoncito conteniendo bichos de cesto que se pudieron recoger de varios árboles, porque los hay muy pocos. El año pasado, para esta época, estaban los árboles deshojados por el bicho de cesto; hoy lo contrario, y sólo se encuentra uno que otro. Es opinión que la *Parexorista Caridei* ha producido buen resultado.

Sin más, saluda a usted atentamente S. S. S.

José Aguirre U.

10

Coronel Suárez, febrero 7 de 1922.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.
Sarmiento 834.

Muy señor mío: El año pasado hubo en el monte una enormidad de bichos de cesto, obligándome a que yo hiciera a ese Instituto el pedido de los bichos de cesto con el parásito *Parexorista Caridei.* Ustedes me dirán ahora, después de examinar los cestos, que yo les envío, si se ha producido el fenómeno, pues este año son muy raros los cestos nuevos que se observan en las plantas.

Saluda a usted muy atentamente

Diego Green.

11

Casón (F. C. S.), febrero 8 de 1922.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.
Buenos Aires.

Muy señor mío: En contestación a su estimada carta de fecha 28 de enero, tengo el gusto de manifestarle que en mis montes ha sido

extirpado el bicho de cesto por la *Parexorista Caridei* que se sirvieron remitirme en el verano de 1920.

Muy agradecido por los servicios que presta ese Instituto, saluda a usted atentamente S. S. S.

Manuel Escudero.

12

Uribelarrea (F. C. S.), febrero 9 de 1922.

Señor Director :

Presente.

Muy señor mío : Adjunto guía por un cajón de bichos de cesto. Se ha juntado próximamente a la parte que ha cundido más y en que el año pasado no se puso de los que usted me remitió infestados, pues en dicha parte es muy poco lo que hay.

Saluda a usted muy atentamente S. S. S.

D. Davel.

13

Flores, febrero 7 de 1922.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Muy señor mío : En contestación a su atenta de fecha 4 del corriente, me es grato comunicarle que del cajón de bichos de cesto que me remitieron el año pasado, fué de una eficacia sorprendente pues no quedaron bichos de cestos ni para semilla.

Sin más, y quedando a sus órdenes, saluda a usted muy atentamente S. S. S.

José M. Pinel.

14

Santa Elena, febrero 8 de 1922.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Muy señor mío : Este año se nota mucho menos bicho de cesto que el año pasado. Saluda a usted atentamente S. S. S.

Juan M. Lavayen.

15

Trenque Lauquen, febrero de 1922.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Muy señor mío: Le remito por encomienda postal un cajoncito de bichos de cesto. Este año hay muy pocos.

Con tal motivo lo saluda muy atentamente S. S. S.

Juan B. A. Bras.

16

Leopoldo Ojea
Abogado
Calle 26, número 268
Mercedes (Bs. As.)

Fortín Tiburcio (F. C. P.), febrero 28 de 1922.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Señor mío: El año pasado había muchos bichos de cesto, pero este año hay muy pocos, no obstante, que en otras partes hay en gran cantidad; el monte se encuentra muy lindo, no sé si será porque la mosca haya producido efecto, o porque se limpió mucho. Esto también se hizo porque ese Instituto me dijo que lo podía hacer.

Lo saluda muy atentamente su afectísimo

Leopoldo Ojea.

17

« La Constancia »
Ramón & Vicente Moras

Treinta de Agosto (F. C. O.), febrero 10 de 1922.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Muy señor mío: Al mismo tiempo me es sumamente grato agradecerle el envío de bichos de cesto infectados con la mosca *Parexorista Caridei,* que ese Instituto me hizo el año pasado en este mes. El resultado ha sido muy satisfactorio, tanto que ahora es muy raro encontrar un bicho de cesto desarrollado y que trabaje, a pesar de ser

el monte bastante grande y con mucha acacia blanca, y ser el primer año que trabaja esa mosca.

Agradecido, lo saluda a usted muy atentamente S. S. S.

Ramón M. Moras.

18

Estancia « Gleen Muy »
Daniel Morgan

Pegasano (F. C. P.), febrero 9 de 1922.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Sarmiento 834.

Muy señor mío : Aquí ha muerto este año mucho bicho, por lo que creo debe estar infectado y si así fuese, y ustedes tuvieran que remitir a alguna persona de esta zona, me ofrezco desinteresadamente a remitir donde ustedes me ordenen.

Sin otro motivo, lo saluda atentamente S. S. S.

Por Daniel Morgan

José J. Morgan.

19

Manuel P. Poblet
Establecimiento « Las Calaveras »

Estación La Negra (F. C. S.), febrero 11 de 1922.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Sarmiento 834, Buenos Aires.

Muy señor mío : He podido constatar actualmente una notable diminución de dicho insecto, al extremo que para recolectar los nacidos este año, hubo que registrar bastantes árboles del monte.

Siempre muy agradecido al señor director por su cooperación en la extirpación de esta plaga, me es grato saludarle muy atentamente S. S. S.

Manuel P. Poblet.

20

Establecimiento « San Ramón »
Manuel y Alberto R. García
Luan Toro (F. C. O.)

Luan Toro, febrero 10 de 1922.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Sarmiento 834, Buenos Aires.

Respecto a los bichos de cesto, comunicamos a usted que en nuestra estancia no hay, siendo éstos poco conocidos por esta zona (Pampa), a pesar de haber grandes arboledas de variadas clases de plantas especialmente álamos, sauces, etc., siendo éstas las plantas que por excelencia ataca el bicho de cesto. El año pasado se nos remitió, de dicho Instituto, un cajoncito con centenares de bichos de cesto con la mosca *Parexorista Caridei* y fueron éstos repartidos como indicaba el prospecto adjunto por el Instituto, y que hasta la fecha no hemos encontrado un solo bicho de cesto, por cuyas razones no podemos complacer a usted con su pedido de remisión.

Si se trata que la mosca *Parexorista Caridei* puede obrar como medida preventiva, rogamos de su amabilidad se nos remita un cajoncito, pues queremos ser cooperadores de tan digna empresa beneficiosa.

Sin otro particular, saludamos a usted atentamente Ss. Ss.

M. y A. García.

21

Carlos Guerrero
« Estancia Chica »
Banderaló (F. C. O.)

Banderaló, febrero 15 de 1922.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Buenos Aires.

Muy señor mío: Los bichos de cesto remitidos por ese Instituto, fueron recibidos en el verano de 1919-1920. Me place informarle que este año noto una gran merma de bichos en el monte que calculo en un 60 por ciento.

Sin más, salúdalo atentamente S. S. S.

Carlos Guerrero.

22

« Gran Balneario Argentino »
de Zárate Hnos.
Nueva Rambla Bristol
U. T. 327
Anexo Playa Pescadores
U. T. 614
Mar del Plata

Mar del Plata, febrero 19 de 1922.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Buenos Aires.

Distinguido señor: Me es grato participarle que hemos combatido en una forma enérgica la plaga y nos dió muy buen resultado la *Parexorista Caridei.*

Sin otro particular, dándole las gracias por su atención, salúdanlo muy atentamente Ss. Ss. Ss.

Zárate Hnos.

23

Establecimiento « La Juanita »
Estación Altona (F. C. S.)

Altona, febrero 17 de 1922.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Muy señor mío: El año pasado infecté un monte que dista unas 20 cuadras del que hoy infecto, y he notado este año que en aquél los bichos de cesto son sumamente escasos y que muchos se encuentran fofos, sin bicho en el interior, lo que presumo será debido al buen efecto producido por la mosca *Parexorista Caridei.*

Muy agradecido a su amable atención, me complazco en saludar a usted S. S. S.

Marcelo Viña.

24

Juan Cousté
Comerciante en Cereales, Agricultor y Criador
Las Martinetas (F. C. S.)

Las Martinetas, febrero 18 de 1922.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Distinguido señor: Pongo en su conocimiento que las moscas que me mandaron el año pasado, me dieron buen resultado; en el monte

en donde puse ese año, se encuentran algunos bichos de cesto, pero pocos, y en los montes donde no puse, los hay en gran cantidad.

Saluda a usted su afectísimo.

Juan Cousté.

25

Estancia « Santa Catalina »
Est. Hale (F. C. S.)
Francisco González
Bolívar 1358, Buenos Aires

Hale (F. C. S.), febrero 16 de 1922.

Quiero creer que aquí la mosca da resultado, por cuanto la invasión es pequeña, y no se nota daño en los montes; en el del número 5, donde el año pasado nació mucho y murió antes de ponerse grande, este año no hay.

Saluda a usted atentamente S. S. S.

Francisco González.

26

Garmendia Hermanos
Remates-Ferias
Saavedra & Tornquist
Escrit. Lavalle 83
Teléf. nº 12
Saavedra (F. C. S.)

Saavedra (F. C. S.), febrero de 1922.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Buenos Aires.

Respecto al resultado obtenido con los enviados el año anterior, nos es muy grato manifestarle que el resultado ha sido muy bueno, pues en la época que fueron distribuídos los bichos de cesto, había una gran cantidad, los que han desaparecido casi en su totalidad, siendo muy escasas las plantas que hoy tengan bichos de cesto.

Muy agradecidos por su atención, lo saluda muy atentamente S. S. S.

Garmendia Hnos.

27

Emilio Barcia Trelles
Ingeniero Agrónomo
Cangallo 824

Buenos Aires, marzo 6 de 1922.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Buenos Aires.

Muy señor mío : De conformidad con sus indicaciones, me es grato remitirle un cajón de bichos de cesto procedentes de un monte situado en la estación Espigas, é infectado el año pasado con la *Parexorista Caridei*, que ese Instituto se sirvió proporcionarme, habiéndose notado una extraordinaria diminución de los efectos destructores de aquel lepidóptero.

Con este motivo, me es grato saludar a usted atentamente

E. Barcia Trelles.

28

Gavagnin & Capdevielle
Dir. Tel. : Capdevielle
v. 36/F. C./BZ

Casilda, marzo 30 de 1922.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Buenos Aires.

Muy señor mío : Respecto a la invasión de este insecto que notábamos, nos satisface manifestarle que observamos una diminución muy apreciable y confiamos en el éxito de las medidas tomadas.

Muy agradecidos por su atención, nos subscribimos de ustedes atentos y Ss. Ss.

Cavagnin & Capdevielle.

29

Nueve de Julio, abril 12 de 1922.

Señor doctor Juan Brèthes, Instituto Biológico de la Sociedad Rural.

Buenos Aires.

Muy señor mío : Tengo el monte de acacia, álamo y sauce, lo más lindo, lo que sucedió todo lo contrario en los años anteriores por el gran daño causado por el bicho de cesto.

Sin más, lo saluda atentamente S. S. S.

Juan Casco.

30

Instituto de Euskal Echea
1a y 2a Enseñanza
Llavallol (F. C. S.)

Llavallol, junio 7 de 1922.

Señor Director del Instituto Biológico.

Buenos Aires.

Con satisfacción debo manifestar a usted que este año hemos estado muy aliviados de la plaga de « canastos », lo que nos inclina a avanzar en el camino de la hipótesis hacia el resultado eficaz de la *Parexorista* en esta zona.

Queda a sus gratas órdenes y saluda a usted atentamente S. S. S.

P. Cipriano.

31

Carlos G. Lehmann
Ingeniero Agrónomo

Tornquist (F. C. S.), junio 8 de 1922.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Buenos Aires.

Muy señor mío: Me es muy grato de comunicar a usted que en el verano pasado había muchos menos bichos de cesto en mis árboles que en años anteriores, y es probable que el envío de bichos infectados que usted ha tenido a bien de hacerme, ha dado ya algún resultado.

Agradeciendo sus grandes servicios, saluda a usted muy atentamente S. S. S.

C. G. Lehmann.

32

José F. Campos
« La Violeta »
Part. de General Viamonte (F. C. P.)
« El Peligro »
Part. de General Alvear (F. C. S.)

« La Violeta », julio 10 de 1922.

A la Sociedad Rural Argentina.

Sarmiento 834, Buenos Aires.

En el establecimiento « El Peligro », en la provincia de Buenos

Aires, ha dado muy buen resultado, y hay una gran diminución de bichos en todos los montes.

Saluda a usted atentamente

Por José F. Campos

N. Campos.

33

Francisco Roca
« La Carmela »
French (F. C. O.)

« La Carmela », agosto 21 de 1922.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Buenos Aires.

Muy señor mío: He notado con muchísima satisfacción que el bicho de cesto ha disminuído en una forma asombrosa. No sé si esto obedece a que el invierno pasado se prolongó casi hasta octubre, o si en realidad es la mosca *Parexorista Caridei* la que los ha destruído.

Si fuera esto último, no habría con que recompensar la obra de ustedes por los beneficios que esto reportaría a la República y muy especialmente a los que tenemos bien arraigado el culto del árbol, fiel compañero del hombre en las soledades de la Pampa.

Saluda a usted atentamente S. S. S.

F. Roca.

34

Piazza Hnos. e Hijos
Azul

Azul, diciembre 23 de 1922.

Señor doctor Francisco Rosenbusch. Instituto Biológico de la Sociedad Rural.

Buenos Aires.

De mi mayor consideración: ...Además tengo el agrado de comunicar a usted, que he constatado la casi total destrucción de los bichos de cesto en el monte donde llevé los infectados que me enviaron el año pasado.

Me es muy grato saludar a usted con toda consideración S. S. S.

Federico T. Piazza.

35

Intendencia Municipal
de la Capital Federal

Buenos Aires, enero 11 de 1923.

Señor doctor don Francisco Rosenbusch, director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Presente.

Me es sumamente grato dirigirme al señor director, solicitándole quiera tener a bien el servirse disponer lo necesario a fin de que por intermedio de la Sección entomológica, a cargo del doctor Juan Brèthes, se facilite a esta Dirección una cantidad de « bichos de cesto » parasitados por la mosca *Parexorista Caridei,* cuya aplicación ha dado óptimos resultados en los ensayos a que fuera sometido.

Con mi mayor consideración

Carlos L. Thays,
Director de paseos públicos.

36

Doctor Emilio B. Iglesias
Abogado
Mercedes (Bs. As.)

Mercedes, enero 12 de 1923.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Buenos Aires.

Muy señor mío : ... pues me han dado muy buen resultado el año pasado, en una parte del monte donde los coloqué.

De usted muy atento y S. S. S.

E. B. Iglesias.

37

Estancia « La Cecilia »
General Alvear

General Alvear, enero 10 de 1923.

Señor Jefe del Laboratorio de la Sociedad Rural Argentina.

Muy señor mío : ... el anteaño pasado puse la mosca en dos montes que los tenía pelados por el bicho de cesto, y en un año quedaron limpios hasta la fecha.

Doctor Pedro A. Robles.

38

Granja « Santa Ana »
F. M. Iribarne
Carabelas (C. G. B. A.)

Carabelas, enero 11 de 1923.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Buenos Aires.

Distinguido señor: Hace dos años tuvieron a bien enviarme una remesa de bichos de cesto con *Parexorista Caridei,* los que repartí, obteniendo un resultado excelente.

Saluda a usted atentamente S. S. S.

Daniel Iribarne.

39

« Estancia Vieja »
Villanueva (F. C. S.)

Villanueva, enero 17 de 1923.

Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Sarmiento 834, Buenos Aires.

Muy señores míos: Habiendo tenido excelentes resultados con el bicho de cesto infectado cuando estuve en la zona de 25 de Mayo, les remito ahora por separado un lote de bichos, rogándoles devolvérmelos una vez infectados.

Agradeciendo a ustedes de antemano, saluda a ustedes muy atentamente S. S. S.

Harold W. Bingham.

40

« La Constancia »
Ramón y Vicente Moras

Treinta de Agosto, enero 17 de 1923.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Buenos Aires.

Muy señor mío: El año pasado, como tuve el placer de manifestar a usted, esta mosca y avispitas que vinieron en cestos infectados dieron un resultado muy bueno, de lo que estuve muy satisfecho.

Saluda a usted atentamente S. S. S.

Ramón M. Moras.

41

A. Bordelois
Alberdi (Pacífico)

La Calandria, febrero 1º de 1923.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Buenos Aires.

Muy señor mío: Noto este año una considerable merma de la plaga, lo que no sé si debo atribuir a la acción de la mosca *Parexorista Caridei,* o bien a otras causas.

Saluda a usted muy atentamente

A. Bordelois.

42

Alberto Brondi
Estancia « La Paterna »

Estación Curarú (C. G. B. A.), febrero 5 de 1923.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Buenos Aires.

Señor director: Tengo el agrado de acusar recibo a su circular del 26 de enero pasado, referente a la mosca *Parexorista Caridei;* y en contestación me es grato manifestarle que el resultado ha sido eficaz, estando libres las avenidas y montes donde se pusieron los bichos inoculados que el Instituto se sirvió remitirme, habiendo avenidas de acacia blanca (Robinia), que son tan perseguidos por este parásito que conservan toda su hoja; — como se puede dar una idea por la fotografía que adjunto; la hilera de árboles de la derecha es de acacias — en cambio, en los montes de los puestos de este establecimiento donde no se pusieron bichos tratados, en razón de no alcanzar los que remitió el Instituto, los montes están completamente arruinados pòr el bicho de cesto, presentando un aspecto desconsolador. Reitero, por lo tanto, con esta oportunidad, que se sirva ordenar que se me remita la cantidad posible de bichos inoculados para distribuir en los ocho puestos de esta estancia, y para llevar también a otro establecimiento que poseo en Colonia Seré, donde la plantación presenta un aspecto desconsolador, tan atacada está por el bicho de cesto.

Saluda al señor director atentamente S. S. S.

Alberto Brondi.

43

Establecimientos « Pastizales »
Berutti (F. C. O.)

Berutti (F. C. O.), febrero 5 de 1923.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Buenos Aires.

Muy señor mío: Al mismo tiempo he de manifestarle que este año la invasión de esta plaga ha sido considerable, pero hemos observado que en los montes donde se repartió la mosca *Parexorista Caridei*, el daño ha sido casi imperceptible.

Sin otro motivo, saluda a usted muy atentamente S. S. S.

Por Establecimientos Pastizales, Estancias Argentinas S. A.

Juan J. Piridal.

44

Enrique C. Crotto
« La Italia »
Estación Crotto (F. C. S.)

Febrero 9 de 1923.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Buenos Aires.

Muy señor mío: Hace tres años, ese Instituto me remitió cestos infectados con la mosca *Parexorista Caridei*, y hoy cumplo comunicándole que la existencia de bichos de cesto, aquí es *diez veces* menor que la que era hace tres años. También van en el cajoncito los palitos de manzano infectados pudiendo proporcionarles mayor cantidad si es que así lo desearen.

Saluda a usted atentamente S. S. S.

Enrique C. Crotto.

45

« La Cheltonia »
Venado Tuerto (F. C. C. A.)

12 de febrero de 1923.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Muy señor nuestro: Me es grato comunicarles que noto una gran diminución en la cantidad de bichos de cesto, este año en los puntos

adonde coloqué los cestos infectados con la mosca *Parexorista Caridei* el año pasado; las acacias blancas, que ya eran siempre peladas en esta fecha, se presentan con unas hojas un poco comidas, y creo que, si no fuera por la seca que ha causado la caída de tantas hojas, la diferencia en el follaje sería muy notable.

Saluda a usted S. S. S.

Por Foster Hermanos

D. H. Mathew.

46

Estancia « La Lola »
Mones Cazón (C. G. B. A.)

Mones Cazón (C. G. B. A.), febrero 18 de 1923.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Buenos Aires.

Muy señor mío : Este año noto que hay más bichos de cesto que el pasado, pero en los sitios donde puse la mosca el año pasado hay muchos menos.

Se despide de usted y lo saluda atentamente S. S. S.

Nicolás Achaval (hijo).

47

Estancia « Santa Ana »

James Craik (F. C. C. A.), febrero 19 de 1923.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Buenos Aires.

Muy señor mío : He notado que en la primavera ha salido mucho de esta peste, pero ahora no se nota más, y los bichos chicos no han criado más. Así que es seguro que la mosca *Parexorista Caridei* ha dado este resultado.

Con este motivo, saluda a usted atentamente S. S. S.

Por. J. M. Pinnell

G. W. Bagnall.

48

Municipalidad de Cosquín
Córdoba

Cosquín, febrero 19 de 1923.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Buenos Aires.

Este año se nota mucho menor cantidad de bichos de cesto, lo que es de presumir se haya aclimatado la mosca *Parexorista Caridei.*

Agradeciendo al señor director el interés que se toma por este asunto de interés general, queda a la espera de sus gratas órdenes

Agustín Marcuzzi,
Intendente.

49

Enrique S. Pérez
Establecimiento ganadero « Las Yucas »
Estación Monasterio (F. C. S.)

Febrero 15 de 1923.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina, doctor Francisco Rosenbusch.

Buenos Aires.

Muy señor mío : Aquí este año la invasión es muy extensa e intensa, alcanzando a devastar montes donde antes no se conocía, en un total para este establecimiento de más o menos 70 hectáreas, repartidas por todo el campo. Sin embargo, me complazco en comunicarle que en los montes donde el año pasado se colocaron bichos parasitados, este año el destrozo es menor. Por eso desearía enviasen la cantidad de bichos parasitados necesaria, para hacer la destrucción en forma.

Saluda a usted atentamente

Por Enrique S. Pérez

E. Pérez Catán.

50

« La Puna »

Catriló (F. C. O.), febrero 19 de 1923.

Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Buenos Aires.

Muy señores nuestros : Nos es grato avisarles que aparentemente la mosca está dando buen resultado, pues donde hemos colocado la mosca, este año hay mucho menos bichos de cesto, que hemos tenido por muchos años.

Saludámosles atentamente

Drysdale & Oldham.

51

« La Enriqueta »
Enriqueta T. de Lütjohann

Capilla del Señor (F. C. C. A.), febrero 20 de 1923.

Señor Director :

Agradezco doblemente su envío de bichos de cesto, sabiendo el buen resultado que se obtiene de ellos. Hace dos años, tenía en mi propiedad una cierta parte, donde los árboles estaban completamente pelados por el efecto de esos bichos. Hoy en día, están más lindos que nunca.

Dándole nuevamente las gracias por su atención, saluda a usted muy atentamente

Enriqueta T. de Lütjohann.

52

M. Ibáñez Frocham
Granja Roja
Saladillo (F. C. S.)

Saladillo, 22 de febrero de 1923.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Sarmiento 834, Buenos Aires.

Ha de recordar usted que hace dos años me envió bichos de cesto parasitados, y mi amigo, el ingeniero Delio Demaría Massey, debe

haberle dicho el resultado favorable que me dió ese envío, pues le pedí le expresara ese buen éxito.

Soy atentamente S. S. S.

M. Ibáñez Frocham.

53

José M. de Nevares
« El Rosario »
General Pinto
Eduardo Costa (F. C. O.)

Febrero, 23 de 1923.

Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Sarmiento 834, Buenos Aires.

Muy señores míos : En el monte donde se pusiera la mosca el año pasado no había casi bichos de cesto, pero en general hay una cantidad enorme.

Saluda a ustedes atentamente S. S. S.

Por José M. de Nevares

N. J. Nelson.

54

Ricardo Henckel
Buenos Aires

Superí 1629, mayo 8 de 1923.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Sarmiento 834.

Muy señor mío : Tengo la satisfacción de anunciarle que en mi jardín (superficie 2000 m^2), casi no existen más bichos de cesto ; la mosca *Parexorista* va a tener que morirse de hambre o emigrar.

Felicito a usted muy calurosamente por el maravilloso éxito de sus afanes científicos, pero ante todo por la tenacidad y el entusiasmo puestos en la obra de divulgación.

Saluda a usted atentamente S. S. S.

Ricardo Henckel.

55

Ángel Marini
Estancia « Los Ángeles »
Estación Blaquier (F. C. P.)
Escritorio : Sarmiento 1519
Buenos Aires

Buenos Aires, junio 7 de 1923.

Señor Gerente de la Sociedad Rural Argentina.

Muy señor mío : ...los bichos de cesto infectados con la mosca *Parexorista Caridei,* que me dieron tan buen resultado los años pasados.

Con las gracias anticipadas, saluda a usted atentamente S. S. S.

Ángel Marini.

56

Juan Lalor
Consignatario
Haciendas, Frutos, Cereales
y Comisiones en general
Bartolomé Mitre 311

Buenos Aires, 21 de junio de 1923.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Presente.

Muy señor mío : Acuso recibo de su atenta de fecha 18 del actual. Tomo nota de su contenido y en contestación, manifiesto a usted que sin embargo, yo he notado en dos de mis estancias una gran diminución de bichos de cesto, desde que me mandó ese Instituto. Estimaré que cuando lo crea conveniente, me haga mandar a este escritorio algunos cajoncitos más.

Agradeciéndole sus atenciones, y felicitándolo por los éxitos obtenidos, lo saluda atentamente S. S. S.

Juan Lalor.

57

Estancia «La Margarita»
Estación Rosales (F. C. P.)
Agentes en Buenos Aires
Drabble Hnos. & Cía.
73, Chacabuco, 73

Estancia « La Margarita », agosto 27 de 1923.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Buenos Aires.

Muy señor nuestro: Como nosotros hemos adoptado este procedimiento hace ahora dos años seguidos, y los señores Brown y Wilson (a quienes compramos este establecimiento), los dos años anteriores, es decir, cuatro años desde que empezamos la campaña contra el bicho de cesto, y como hemos obtenido muy buenos resultados con dicho procedimiento, pues los bichos que hay están en muy pequeñas cantidades.

Lo saludan a usted muy atentamente Ss. Ss. Ss.

Por Gerard A. & Marión A. Dale

Thomas E. Flood.

58

Gavagnin & Capdevielle
Dir. Tel.: « Capdevielle »

Casilda, marzo 2 de 1923.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Buenos Aires.

Muy señor nuestro: Para su mayor ilustración, nos es grato manifestarle que dichos bichos fueron sacados del mismo sitio donde se largaron el año pasado los inoculados, notando este año una menor aparición.

Aguardando sus gratas, lo saludamos atentamente Ss. Ss. Ss.

Gavagnin & Capdevielle.

59

« San Pedro »
Justo U. de Campos & Cía.
Villa Mantero (F. C. E. R.)

Estancia « San Pedro », marzo 6 de 1923.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Buenos Aires.

Muy señor nuestro : Al mismo tiempo nos complace de comunicarle que el resultado de las remesas de años anteriores ha sido muy bueno y hoy ya es difícil de encontrarle en las plantaciones.

Muy agradecido por la ayuda que nos ha prestado ese Instituto contra una plaga tan dañina, tenemos el gusto de saludar a usted muy atentamente y S. S.

Por Justo Urquiza de Campos & Cía.

Adolfo Campos Urquiza.

60

Juan E. Auzmendi
« El Campito »
Bonifacio (F. C. S.)

Febrero 4 de 1923.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Buenos Aires.

Muy señor mío: Este año se conocen bien los efectos seguramente de la *Parexorista,* pues hay mucho menos bicho de cesto que otros años.

Lo saluda atentamente S. S. S.

J. E. Auzmendi.

61

Junín, marzo 10 de 1923.

Señor Presidente de la Sociedad Rural Argentina.

Sarmiento 834, Buenos Aires.

Muy señor mío : Tengo el agrado de dirigirme al señor presidente, para preguntarle con respecto a la mosca *Parexorista,* para combatir al bicho de cesto si habiéndose aplicado ella el año pasado a su tiempo se quedó sin hojas por efecto de la gran cantidad del mismo, y este año después de haberle aplicado la mosca, la que fué remitida por esa Sociedad Rural, se ha notado la aparición de muy pocos bichos de cesto y no ha sufrido nada.

Desearía saber si se debe continuar poniendo la mosca *Parexorista* o es suficiente con la del año pasado.

Quedándole altamente agradecido, lo saluda atentamente S. S. S.

Antonio Regés.

62

« La Monita »
Nicanor Insúa
(F. C. O.), Carhué (F. C. S.)

Adolfo Alsina, marzo 12 de 1923.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Sarmiento 834, Buenos Aires.

Muy señor mío: Como puede verse, los cestos han sido completamente destruídos y comidos por la mosca *Parexorista Caridei,* quedando muchos también con el bicho muerto antes de colgarse en los árboles.

Es entendido que a todos no los ha debido atacar la mosca y le ruego quiera informarme del resultado que obtengan al hacer el estudio de los que les remito de mi establecimiento.

Agradeciéndoles su atención, me es grato saludarlo muy atentamente S. S. S.

Nicanor Insúa.

63

Estancia « Chucul », S. A.
Mosso Hnos. Ltda.
Coronel Baigorria (F. C. C. A.)

Coronel Baigorria, 8 de septiembre de 1923.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Buenos Aires.

Muy señor nuestro: Acusamos recibo a su muy atenta 23 de agosto próximo pasado, comunicándonos que se ha notado la existencia de la mosca *Parexorista Caridei,* en los bichos de cesto que en su oportunidad le hemos remitido. Le agradecemos y nos interesa mucho tener científicamente comprobado lo que nosotros hemos hecho prácticamente hace ya bastante tiempo, por la disminución en forma inesperada de la citada plaga en esta estancia.

Poniéndonos a sus órdenes, nos complacemos en saludar al señor director muy atentamente Ss. Ss. Ss.

Por S. A., *Mosso Hnos Ltda.* (ilegible).

64

San Francisco de Venado Tuerto, Quinta « El Día »

Octubre 25 de 1923.

Señor Director del Instituto Biológico.

Buenos Aires.

Distinguido señor: Remítole el cajoncito con algunos bichos de cesto, para que los mande analizar. Ha tenido muy buen efecto aquí la mosca sobre los bichos de cesto, y estoy por creer que no quedan más; pero si algunos se han salvado, cuando aparezcan los días cálidos, serán exterminados.

Doy las infinitas gracias a la ciencia que ha descubierto una salvación para los árboles, principal adorno de la naturaleza.

Agradeciendo nuevamente las finas atenciones de esa honorable institución biológica, donde los hombres pacientes investigan para el bien de la humanidad, saluda atentamente S. S. S.

Elías Casagrande Hnos.

65

Doctor Pedro A. Robles
Clínica general, especialmente niños y señoras
B. de Irigoyen 1152

Diciembre 21 de 1923.

Señor Director del Instituto Biológico de la Sociedad Rural Argentina.

Tengo el placer de informarle que la aplicación del bicho de cesto infectado, me ha vuelto a dar este año un resultado espléndido. Hasta la fecha no noto que se haya desarrollado casi ningún cesto: tengo más de 300.000 plantas de álamos, sauces y acacias. Estoy por esto muy grato y con mis felicitaciones, hago partícipes a ustedes del buen resultado obtenido. Este otro año, recién tendré macizos de hoja permanente para que la mosca *Caridei,* pueda refugiarse y no sea destruída por el frío de invierno, cual me pasó la otra vez. S. S. S.

P. A. Robles.

Por mi parte, agregaré también mi modesta observación. En el verano 1915-1916, noté particularmente la calle Bebedero, en General Urquiza (F. C. C. A.), desde la plaza Esteban Echeverría hacia el oeste. Allí los bichos de cesto asolaban lastimosamente los árboles en ambas veredas: las deyecciones de esos insectos caían al suelo como una fina granizada de municiones. En el verano 1917-1918, el mal había seguido en todo su esplendor. Llevé a mi casa unas cuantas pupas de *Parexorista Caridei* (no llegarían a 20) y dejé que las moscas se desarrollaran libremente. Los años subsiguientes observé una admirable diminución de bichos de cesto. Hasta la fecha no he vuelto a ver las cantidades de aquellos años, ni por mucho...

. . . .

Las arriba de 60 cartas, que acaban de leerse, forman con las que se publicaron en 1922, un precioso caudal de documentos que en cualquier momento servirán para demostrar la importancia que representa el descubrimiento de esa mosca maravillosa, la *Parexorista Caridei*. Quiera el lector echar una ojeada sobre el mapa, señalar la enorme serie de puntos geográficos en donde se ha hecho sentir la acción benéfica de esa mosca.

No me desagradaría que las personas dadas a los estudios psíquicos descubrieran los múltiples caracteres que han redactado esos diferentes documentos: allí se notarían los caracteres sanguíneos que, sin poder reprimir su admiración por la falta ya de bichos de cesto en sus estancias, se expresan con las palabras que vuelan; en otra carta se lee a un carácter más reposado que no se atreve, por miedo a errar, sino a manifestar que le parece que hay diminución de bichos de cesto en su propiedad. Y toda la infinita serie de los colores cromáticos se puede recorrer allí con una satisfacción imposible de sofrenar: son cientos de personas cuyas firmas no se pueden poner en duda, son cientos de estancieros que cuidan sus intereses, son cientos de hombres que expresan su sentir honradamente.

Hágome la impresión que ésta es la *Vox populi* sensata, reposada, meditada... en lugar de la *vox populi* multitudinaria...

Por lo cual, creo que la lucha biológica contra el bicho de cesto por medio de la *Parexorista Caridei*, es de resultados positivos, siendo de aconsejar su aplicación en toda la República Argentina y en las repúblicas vecinas.

SOBRE UNA GENERALIZACIÓN DEL DESARROLLO EN SERIE DE LAURENT

Por J. C. VIGNAUX
Doctor en Ciencia matemática

INTRODUCCIÓN

1. Importancia fundamental tiene, en la teoría de funciones de variable compleja, *la serie de Laurent,* la cual permite representar una función $f(z)$ holomorfa dada en una corona circular, mediante la suma de dos series convergentes, una según las potencias positivas de $x - a$ y la otra según las potencias positivas de $\frac{1}{x-a}$.

M. Borel, utilizando su teoría de las series divergentes sumables, ha logrado extender el campo de representación de una función dada por su desarrollo tayloriano, a una región mucho más amplia, en general, que su círculo de convergencia; región que la denomina *polígono de sumabilidad* (1).

En este trabajo nos proponemos encontrar para la serie de Laurent una generalización análoga a la conseguida por M. Borel para la serie de Taylor.

Demostraremos, en efecto — imitando el razonamiento de Borel y del trabajo antes citado — la sumabilidad (B) de la serie de Laurent divergente, en una región que llamaré *dominio* (L), el cual contiene en su interior la corona circular de convergencia de la misma. La sumabilidad es además uniforme y absoluta en todo dominio finito interior al *dominio* (L).

(1) E. Borel, *Leçons sur les séries divergentes,* capítulo III, 1913, y *Leçons sur les fonctions monogènes,* 1918.

J. C. Vignaux, *Sobre el desarrollo de una función holomorfa en serie de Taylor-Borel,* en *Revista de la Universidad de Buenos Aires,* 1926.

Con el fin de facilitar la lectura de este trabajo a los lectores no familiarizados con la teoría de las funciones analíticas, recordaremos en pocas líneas las nociones indispensables en todo lo que sigue.

2. *Generalidades.* — Sea una serie de potencia de una variable compleja z

$$a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots + a_n z^n + \dots \qquad (z = x + iy)$$

cuyo radio de convergencia suponemos finito e igual a *uno*; es decir

$$\overline{\lim_{n \to \infty}} \sqrt[n]{|a_n|} = 1. \tag{1}$$

Para todo punto z cuyo módulo supere a la unidad, la serie es divergente.

Formemos la serie de potencia

$$u(t, z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n \frac{t^n}{n!}, \tag{2}$$

llamada *serie asociada* de la (1), donde t representa una variable *real* y *positiva* y tal que para cada valor de z sea una trascendente entera respecto a t.

Si la integral impropia

$$s(z) = \int_0^{\infty} e^{-t} u(t, z)\, dt, \tag{3}$$

tomada sobre el eje real positivo, es convergente, diremos con Borel que la serie (1) es *sumable* (B) en el punto z y su *suma generalizada* es el valor de la integral (2).

La serie (1) es *absolutamente sumable* para $z = z_0$, según Borel, si las integrales

$$\int_0^{\infty} e^{-t} \left| u^{(\nu)}(t, z_0) \right| dt, \qquad (\nu = 0, 1, 2, \dots)$$

son convergentes. Las series enteras sumables absolutamente son las únicas estudiadas por Borel [1].

Del estudio de las series *simplemente sumables* (B) nos hemos ocupado en un trabajo anterior, publicado en este mismo lugar.

Finalmente, diremos que la serie (1) es *uniformemente sumable* (B)

[1] *Loc. cit.*

para todo punto z de una cierta región D, si la integral de Borel (3) *converge uniformemente;* esto es, *dado un número* ε *positivo arbitrariamente pequeño, se puede hacer corresponder otro número* $L > 0$, *tal que*

$$\left| \int_l^\infty e^{-t} u(t, z)\, dt \right| < \varepsilon,$$

para $l \geq L$; *siendo* L *el mismo para todo punto* z *del dominio* D [1].

3. *Serie de Laurent.* — Consideremos una corona circular limitada por las circunferencias C y c concéntricas de radio respectivamente igual a R y r $(R > r)$ y centro en el punto $z = 0$. Sea $f(z)$ una función holomorfa en esta corona y sobre las circunferencias C y c, y del punto x perteneciente a la corona como centro describimos el círculo (γ) situado todo él entre C y c. Se tiene la igualdad

$$\int_{(C)} \frac{f(z)\, dz}{z - x} = \int_{(c)} \frac{f(z)\, dz}{z - x} + \int_{(\gamma)} \frac{f(z)\, dz}{z - x},$$

las integrales son tomadas sobre estas circunferencias en un determinado sentido. Además, por la fórmula de Cauchy, se tiene

$$f(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{(\gamma)} \frac{f(z)\, dz}{z - x},$$

luego la relación anterior se reduce a

$$f(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{(C)} \frac{f(z)\, dz}{z - x} + \frac{1}{2\pi i} \int_{(c)} \frac{f(z)\, dz}{x - z}, \tag{1}$$

las integrales son tomadas respectivamente sobre (C) y (c) en el sentido positivo.

Consideremos la primer integral del segundo miembro de (1). Se tiene

$$\frac{1}{z - x} = \frac{1}{z\left(1 - \dfrac{x}{z}\right)} = \frac{1}{z} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x}{z}\right)^n, \tag{2}$$

y como x es un punto interior al círculo C de radio $R = |z|$, resulta

$$\left|\frac{x}{z}\right| < 1,$$

[1] Ver J. C. Vignaux, *Sobre la sumabilidad de las series enteras divergentes con el método de Borel. Revista Matemática,* número 17, año 1926.

y la serie (2) es convergente, cualquiera sea z sobre C; además como converge *uniformemente*, se tiene

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{(C)}\frac{f(z)\,dz}{z-x}=\frac{1}{2\pi i}\int_{(C)}f(z)\left(\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{z^{n+1}}\right)dz=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{2\pi i}\int_{(C)}\frac{f(z)\,dz}{z^{n+1}}.$$

Poniendo

$$a_n=\frac{1}{2\pi i}\int_{(C)}\frac{f(z)\,dz}{z^{n+1}}$$

resulta

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{(C)}\frac{f(z)\,dz}{z-x}=\sum_{n=0}^{+\infty}a_n x^n.$$

Para obtener el significado de los coeficientes a_n se nota que mediante n sucesivas derivaciones de la fórmula de Cauchy, se obtiene

$$f^{(n)}(x)=\frac{n!}{2\pi i}\int_{(C)}\frac{f(z)\,dz}{(z-x)^{n+1}};$$

y haciendo $x=0$ en ésta y dividiendo por $n!$,

$$\frac{1}{n!}f^{(n)}(0)=\frac{1}{2\pi i}\int_{(C)}\frac{f(z)\,dz}{z^{n+1}}=a_n.$$

De aquí resulta

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{(C)}\frac{f(z)\,dz}{z-x}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!}f^{(n)}(0). \qquad \text{(A)}$$

En cuanto a la segunda integral de (1), se tiene

$$\frac{1}{x-z}=\frac{1}{x}\,\frac{1}{1-\dfrac{z}{x}}=\frac{1}{x}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{z}{x}\right)^n,$$

y puesto que

$$\left|\frac{z}{x}\right|<1,$$

la serie del segundo miembro, es uniformemente convergente cuando z está sobre c y x es un punto *exterior al mismo*. Se tiene

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{(C)}\frac{f(z)\,dz}{x-z}=\sum_{n=1}^{\infty}b_n x^{-n} \qquad \text{(B)}$$

donde

$$b_n=\frac{1}{2\pi i}\int_{(C)}\frac{f(z)\,dz}{z^{-n+1}} \qquad (n=1,2,\ldots)$$

Finalmente, teniendo presente (A) y (B), la igualdad (1) se puede escribir

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{x^n} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \tag{3}$$

que constituye el desarrollo de una función en serie de Laurent.

En las fórmulas que dan los coeficientes a_n y b_n se puede integrar a lo largo de una curva cualquiera l cerrada, toda ella contenida en la corona circular y circundando la circunferencia (c); puesto que, las funciones integrandos son holomorfas en la corona.

Se podrá, por tanto, substituir los coeficientes a_n y b_n por

$$c_n = \frac{1}{2\pi i} \int_{(l)} \frac{f(z)\, dz}{z^{n+1}},$$

igualdad cierta para todo valor de n positivo o negativo, con lo cual el desarrollo de Laurent toma la forma

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} c_n z^n. \tag{4}$$

Además, la serie (4) es *uniformemente convergente* en la corona circular comprendida entre las circunferencias de radio $(R - \varepsilon)$ y $(r - \varepsilon_1)$ donde ε y ε_1 son números positivos arbitrariamente pequeños.

Si los centros de los círculos coinciden, con el punto $z = a$, se obtiene un desarrollo análogo al (4), pero ahora con respecto a las potencias positivas y negativas de $(x - a)$; es decir

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} c_n (x - a)^n \tag{5}$$

donde

$$c_n = \frac{1}{2\pi i} \int_{(l)} \frac{f(z)\, dz}{(z - a)^{n+1}}.$$

Sentado esto, demostraremos, en primer lugar, la sumación (B) absoluta y uniforme de la serie geométrica divergente, indispensable en lo que sigue.

4. Sea la serie divergente

$$1 + z + z^2 + \dots + z^n + \dots \qquad |z| \geq 1,$$

de la variable compleja $z = x + iy$. La serie asociada correspondiente es la serie de potencias

$$u(a, z) = 1 + \frac{az}{1!} + \frac{a^2z^2}{2!} + ... = e^{az}.$$

La suma generalizada de la serie (1) será

$$s(z) = \int_0^\infty e^{-a} u(az)\, da = \int_0^\infty e^{-a(1-z)}\, da,$$

la integral está tomada sobre el eje *real positivo.*

Con una integración directa se obtiene, poniendo

$$J = \int_0^t e^{-a(1-z)}\, da = \int_0^t e^{-a[1-(x+iy)]}\, da;$$

$$J = \frac{1}{1-(x+iy)}(1 - e^{-[1-(x+iy)]t}).$$

De aquí resulta

$$|J| < \left| \frac{e^{-[1-(x+iy)]t}}{1-(x+iy)} \right| \leq \frac{e^{-(1-x)t}}{1-x};$$

e indicando con m una constante positiva tal que

$$1 - x > m, \qquad (\alpha)$$

se tiene

$$|J| \leq \frac{e^{-mt}}{m},$$

es decir,

$$\lim_{t \to \infty} \frac{e^{-mt}}{m} = 0,$$

en consecuencia

$$\int_0^\infty e^{-a(1-z)}\, da = \frac{1}{1-z}. \qquad (2)$$

Luego, la condición necesaria y suficiente, para que la integral (2) sea convergente, es que *la parte real de z* sea inferior a la unidad. Simbólicamente

$$R(z) < 1. \qquad (3)$$

Por tanto, si en el punto A de coordenadas (1,0), trazamos la tangente al círculo de radio *uno* (círculo de convergencia de la serie (1); la región de sumación (B) de la serie (1) es la parte del plano (D) cuyos

puntos satisfacen a la condición (3), es decir : $x < 1$; región formada por el semiplano que contiene el origen y limitado por dicha tangente (fig. 1).

En toda esta región, la serie (1) representa por su suma generalizada (2) la misma función $\frac{1}{1-z}$ que cuando el punto z pertenece al círculo de convergencia; es decir, se obtiene su prolongación analítica fuera de este dominio circular.

Consideremos ahora una región (D′) finita y limitada por el con-

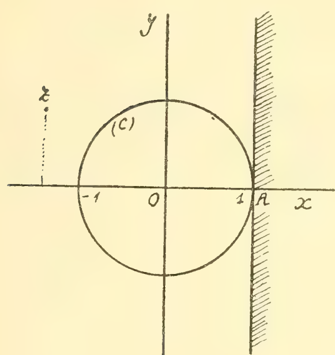


Figura 1

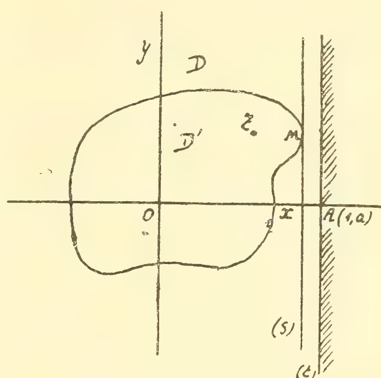


Figura 2

torno c de la región D (fig. 2). En esta área la serie (1) *es absoluta y uniformemente sumable* (B). En efecto, se tiene

$$\int_0^\infty |e^{-a(1-z)}|\, da = \int_0^\infty e^{-(1-x)}\, da;$$

y como el punto z pertenece al dominio interior de D′, se podrá determinar una constante $\delta > 0$, *independiente de* z, tal que

$$1 - x > \delta,$$

por tanto, se tiene

$$\int_0^\infty |e^{-a(1-z)}|\, da < \int_0^\infty e^{-a\delta} da = \frac{1}{\delta}, \tag{A}$$

luego la integral del primer miembro existe. Además, como se tiene

$$u^{(\nu)}(az) = z^\nu + \frac{a}{1!} z^{\nu+1} + \frac{a^2}{2!} z^{\nu+2} + \ldots = z^\nu e^{az},$$

resulta para las integrales de Borel

$$\int_0^\infty e^{-a} \,|\, u^{(\nu)}(az) \,|\, da = \int_0^\infty |\, z^\nu e^{-a(1-z)} \,|\, da. \qquad \text{(B)}$$

El integrando se puede escribir

$$|\, z^\nu e^{-a(1-z)} \,| = |\, z^\nu \,|\, e^{-a(1-x)} < M^\nu e^{-a\delta},$$

donde M es una constante positiva, tal que $|z| < M$ en todo punto z del dominio (D′). Resulta

$$\int_0^\infty e^{-a} \,|\, u^{(\nu)}(az) \,|\, da < M^\nu \int_0^\infty e^{-a\delta} da = \frac{M^\nu}{\delta} \qquad (\nu = 1, 2, 3, ...),$$

por tanto las integrales (B) son convergentes.

De la existencia de las integrales (A) y (B) se concluye que la serie (1) es *absolutamente sumable* (B) en un dominio cualquiera D′ del campo de sumabilidad.

Por otra parte, la integral

$$\int_0^\infty e^{-a(1-z)} da,$$

es *uniformemente convergente* en (D′); pues se tiene

$$\left| \int_l^\infty e^{-a(1-z)} da \right| \leq \int_l^\infty |\, e^{-a(1-z)} \,|\, da < \int_l^\infty e^{-a\delta}$$

donde l es un número positivo; es decir

$$\left| \int_l^\infty e^{-a(1-z)} da \right| < \frac{e^{-l\delta}}{\delta}.$$

Dado el número $\varepsilon > 0$ arbitrariamente pequeño, se puede determinar, en correspondencia, un número $L > 0$ *independiente* de z, tal que

$$\frac{e^{-l\delta}}{\delta} < \varepsilon \qquad (\delta \text{ fijo})$$

para $l \geq L$. Por tanto, *la serie geométrica es uniformemente sumable* (B) en D′.

Se puede decir de todo esto, que la función

$$\Phi_n(z) = \int_0^n e^{-a(1-z)} da$$

donde n es un entero positivo, tiende uniformemente a su límite $\frac{1}{1-z}$, cuando n crece indefinidamente.

5. *Sumación de la serie de Laurent.* — Consideremos una función $f(z)$ holomorfa en el interior y sobre el contorno C de una área conexa (no simplemente) D que contiene en su interior el origen O. Sea (c) una circunferencia de círculo de centro O interior toda ella a la región D.

Si x es un punto cualquiera de la región limitada por las curvas C y c, se tiene

$$f(x) = \frac{1}{2\pi i}\int_{(C)} \frac{f(z)\,dz}{z-x} + \frac{1}{2\pi i}\int_{(c)} \frac{f(z)\,dz}{x-z}; \tag{1}$$

las integrales son tomadas sobre C y c en el sentido positivo.

Considerando la primer integral de esta igualdad

$$f_1(x) = \frac{1}{2\pi i}\int_{(C)} \frac{f(z)\,dz}{z-x},$$

se tiene

$$\frac{1}{z-x} = \frac{1}{z\left(1-\frac{x}{z}\right)} = \frac{1}{z}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{x}{z}\right)^n. \tag{2}$$

La serie geométrica

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{x}{z}\right)^n,$$

donde z es un punto cualquiera del contorno C será sumable (B), si se tiene, según hemos visto

$$\mathrm{R}\left(\frac{x}{z}\right) \leq 1-\varepsilon \qquad (\varepsilon > 0), \tag{α}$$

es decir, cuando el punto x pertenece a una cierta región que designaremos con (A).

Multiplicando ambos miembros de la igualdad (2) por $f(z)$ e integrando a lo largo de C, resulta

$$f_1(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \tag{3}$$

donde

$$a_n = \frac{1}{2\pi i}\int_{(C)} \frac{f(z)\,dz}{z^{n+1}}. \tag{4}$$

La serie entera (3) es sumable (B). En efecto, la serie asociada correspondiente es

$$u(t, x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{x^n t^n}{n!},$$

y según la igualdad (4)

$$u(t, x) = \frac{1}{2\pi i}\int_{(C)} \frac{f(z)}{z}\left(\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n t^n}{n! z^n}\right) dt = \frac{1}{2\pi i}\int_{(C)} \frac{f(z)}{z} \cdot e^{\frac{xt}{z}} dt$$

Por tanto, resulta

$$e^{-t} u(t, x) = \frac{1}{2\pi i}\int_{(C)} \frac{f(z)}{z} e^{-t\left(1-\frac{x}{z}\right)} dt$$

de donde

$$\int_0^t e^{-t} u(t, x)\, dt = \frac{1}{2\pi i}\int_{(C)} \frac{f(z)}{z}\left[\int_0^t e^{-t\left(1-\frac{x}{z}\right)} dt\right] dz. \qquad (5)$$

Teniendo presente que la relación (α) se cumple cuando z varía sobre c y x pertenece al dominio (A), la integral

$$\int_0^t e^{-t\left(1-\frac{x}{z}\right)} dt,$$

tiende *uniformemente* a su límite

$$\frac{1}{1-\frac{x}{z}} = \frac{z}{z-x}$$

para $t \to \infty$. En consecuencia, el segundo miembro de (5) tiende hacia un límite finito para $t \to \infty$ y, por tanto, también el primero. Se tiene

$$\int_0^{\infty} e^{-t} u(t, x)\, dt = \frac{1}{2\pi i}\int_{(c)} \frac{f(z)\, dz}{z-x} = f_1(x).$$

La condición (α) nos permite determinar la región (A) de variación de x.

Pongamos

$$x = r \,.\, e^{i\omega}, \qquad z = \rho e^{i\theta},$$

se tiene

$$\frac{x}{z} = \frac{r}{\rho} e^{i(\omega-\theta)} = \frac{r}{\rho}[\cos(\omega-\theta) + i \operatorname{sen}(\omega-\theta)],$$

luego resulta

$$\mathrm{R}\left(\frac{x}{z}\right) = \frac{r}{\rho}\cos(\omega-\theta) \leq 1 - \varepsilon. \qquad (\alpha')$$

Supongamos el punto z fijo sobre el contorno c, y trazemos la recta (s) de la ecuación polar

$$r \cos(\omega - \theta) = \rho,$$

la cual resulta perpendicular en z a la recta que une el origen con este punto z. La condición (α') estará, por tanto, satisfecha de todos los puntos x que están en el semiplano que contiene el origen O y limitado por la recta (s) (fig. 3).

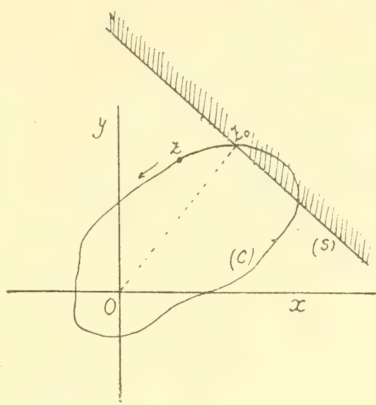


Figura 3

Cuando el punto z recorre toda la curva (C), la curva envolvente de las rectas (s), limita una área (A) tal que para todo punto x interior a la misma, la serie (3) resulta *sumable* (B). La curva (γ) que limita el dominio (A) es la *antipodaria* de la curva c respecto al punto O.

La serie (3) es, además, *absoluta y uniformemente sumable* (B) *en toda región interior a la región de sumación* (B). En efecto, sea M el módulo de $\dfrac{f(z)}{z}$ sobre el contorno c, se tiene

$$e^{-t} \left| u(t, x) \right| < \frac{M}{2\pi} \int_{(C)} e^{-t\varepsilon} \left| dz \right| = \mathrm{ML} e^{-t\varepsilon} \tag{6}$$

donde $\varepsilon > 0$ y L es la longitud de la curva (C). De aquí se concluye que la integral

$$\int_0^{\infty} e^{-t} \left| u(t, x) \right| dt,$$

es convergente. Del mismo modo se concluye que las integrales

$$\int_0^{\infty} e^{-t} \left| u^{(\nu)}(t, x) \right| dt \qquad (\nu = 1, 2, 3, \ldots)$$

existen; por tanto, la serie (3) es *absolutamente sumable* (B) *en el dominio* (A') *interior al* (A).

La desigualdad (6) nos da, además,

$$\int_0^{\infty} e^{-t} \left| u(t, x) \right| dt < \mathrm{ML} \int_0^{\infty} e^{-t\varepsilon} dt;$$

luego

$$\left| \int_l^\infty e^{-t} u(t, x)\, dt \right| \leq \int_l^\infty e^{-t} \left| u(t, x) \right| dt < \frac{\text{ML}}{\varepsilon} e^{-\varepsilon l} \qquad (\varepsilon > \text{fijo}).$$

Dado el número $\eta > 0$ arbitrariamente pequeño, se puede determinar en correspondencia un número N *independiente de x* tal que

$$\left| \int_l^\infty e^{-t} u(t, x)\, dt \right| < \eta$$

para $l \geq \text{N}$. Por tanto, la serie (3) es *uniformemente sumable* (B) *en todo dominio* (A′) *interior al* A.

Consideremos, ahora, la segunda integral de la igualdad (1) y pongamos

$$f_2(x) = \int_{(c)} \frac{f(z)\, dz}{x - z},$$

donde x representa un punto x exterior al círculo c y z de la circunferencia c. Se tiene

$$\left| \frac{z}{x} \right| < 1,$$

luego, la serie

$$\frac{1}{x - z} = \frac{1}{x\left(1 - \frac{z}{x}\right)} = \frac{1}{x} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z}{x}\right)^n$$

es convergente. Además, la convergencia es uniforme en todo dominio exterior al círculo c.

La fórmula de Cauchy da entonces lugar al siguiente desarrollo :

$$f_2(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{x^n}, \qquad (7)$$

donde

$$b_n = \frac{1}{2\pi i} \int_{(c)} \frac{f(z)\, dz}{z^{-n+1}}.$$

Este resultado nos dice que : *una función $f(z)$ holomorfa fuera de un círculo de centro en el origen $z = 0$, es desarrollable en una serie de potencias negativas de x.* Además, la convergencia es uniforme en toda región finita, exterior al círculo c.

Puesto que la serie (7) es convergente en el exterior del círculo c,

ella es también *sumable* (B) en dicho campo [1] con la misma suma $f_2(x)$.

Finalmente, sumando las series (3) y (4), se obtiene, según la relación (1),

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b^n}{x^n} \tag{8}$$

la serie de Laurent, correspondiente a la función $f(x)$; pero con validez, en un campo limitado por la circunferencia c y la curva (γ) antipodaria del contorno C respecto al origen O. A esta región que contiene, evidentemente, la corona de convergencia de la serie dada la denominaremos *dominio* (L).

Este dominio (L) está formado por la región (A) de sumabilidad de la serie (3) menos el círculo c de centro en O.

En toda área interior al *dominio* (L) la serie (8) *es absoluta y uniformemente sumable* (B).

En las fórmulas que dan los coeficientes a_n y b_n de la serie (8), la integración se puede también efectuar a lo largo de un camino único, formado por una curva l cerrada, toda ella contenida en la región limitada por la circunferencia c y el contorno C y circundando la primera; puesto que las funciones integrandos son funciones holomorfas en dicho dominio.

Se podrá, en consecuencia, substituir los coeficientes a_n y b_n por

$$c_n = \frac{1}{2\pi i} \int_{(l)} \frac{f(z)\,dz}{z^{n+1}},$$

donde n es un número entero positivo o negativo.

El desarrollo de Laurent tomará la forma

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} c_n x^n,$$

igualdad que se cumple en el *dominio* L.

Corona poligonal de sumabilidad. — Consideremos una función $f(z)$ holomorfa, en todo el plano complejo, excepto en los puntos de un cierto círculo (c) de centro en O, y con un número finito de singularidades.

Sean $z_1, z_2, ..., z_i$, estos puntos singulares de $f(z)$ y efectuemos la

[1] Ver J. C. VIGNAUX, *Sobre las series divergentes sumables*, en *Anales de la Sociedad Científica Argentina*, 1926.

siguiente construcción : trazando las rectas $s_1, s_2, ..., s_i$, respectivamente perpendiculares a $Oz_1, Oz_2, ..., Oz_i$ en dichos puntos y suprimiendo la porción de plano que no contiene el origen O, limitado por las rectas $s_1, ..., s_n$, se tendrá formado así un dominio cerrado o abierto limitado por el polígono así formado y el círculo c, que denominaremos *corona poligonal de sumabilidad* (B) (fig. 4).

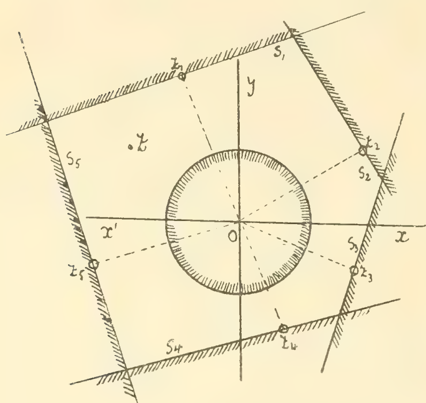


Figura 4

Llamaremos *corona poligonal de sumabilidad* (B) *la región del plano* (finito o no) *que contiene el origen* O, *limitada por las perpendiculares trazadas en los puntos singulares respectivamente a las rectas que unen dichos puntos con el origen y un cierto círculo (c) de centro en* O.

En consecuencia, la serie de Laurent de la función $f(z)$ es sumable (B) en la corona poligonal de sumabilidad (B), y la sumación es absoluta y uniforme en toda región finita interior a dicha corona poligonal.

En el caso más general que los puntos singulares de $f(z)$ formen uno curva cerrada C, el polígono de sumabilidad coincide con la región que hemos denominado *dominio* (L).

Además, resulta evidente que el *dominio* (L) o la *corona poligonal de sumabilidad* contiene totalmente en su interior la corona circular de convergencia de la serie de Laurent.

LA INFLUENCIA DE LA TEMPERATURA

SOBRE

LA ENERGÍA FÍSICA DEL HOMBRE

ESTUDIO HECHO A BASE DE LOS JUEGOS OLÍMPICOS DE AMBERES 1920 Y PARÍS 1924

POR GUILLERMO HOXMARK

Probablemente todos poseen una somera y vaga idea respecto a la influencia que desarrolla el clima sobre la energía física de la raza humana.

Varios hombres de ciencia han establecido zonas de energía y actividad humanas y también de civilización, entre ellos especialmente el doctor Ellsworth Huntington, de la Universidad de Yale, Estados Unidos (Ellsworth Huntington, *Civilization and Climate,* Yale University Press, 1915).

La base de estas investigaciones ha sido las relaciones entre las condiciones climatéricas y diversas manifestaciones humanas, como el trabajo en las fábricas, las clasificaciones obtenidas por los escolares, la salud pública y las actividades comerciales.

Se pueden emplear muchos otros factores para establecer relaciones análogas entre el clima y la energía humana sobre una base científica y uno de ellos es los resultados alcanzados en los Juegos olímpicos Internacionales exteriorizados en los puntos ganados por los distintos países.

La cantidad de puntos ofrece una excelente base para efectuar una investigación del efecto del clima sobre la constitución y actividad del hombre.

Para obtener valores fácilmente comparables a fin de calcular los posibles efectos del clima, el primer paso consistió en dividir la can-

tidad de habitantes (censo de 1920) por el número de puntos obtenidos respectivamente en Amberes y París.

El resultado de esta operación demuestra cuántos habitantes correspondían por cada punto en las naciones que participaran en los juegos.

CUADRO I

Resultados de los Juegos olímpicos internacionales en Amberes (Bélgica), 1920

País	A Puntos ganados	B Miles de habitantes por punto	C Números indicadores	D Temperatura media anual °C
1. Noruega	66.0	40	1.0	3.8
2. Finlandia	74.0	46	1.1	3.1
3. Suecia	121.5	49	1.2	5.1
4. Dinamarca	28.0	117	2.9	7.2
5. Luxemburgo	2.0	135	3.4	8.9
6. Bélgica	40.0	192	4.8	9.1
7. Suiza	17.0	229	5.7	8.6
8. Estonia	7.0	250	6.2	4.4
9. U. Sudafricana	21.0	330	8.2	16.4
10. Holanda	18.0	391	9.7	8.7
11. Canadá	18.0	488	12.2	4.6
12. Gran Bretaña	87.0	544	13.6	9.6
13. Estados Unidos	201.5	585	14.6	10.6
14. Francia	63.0	622	15.5	11.7
15. Italia	54.0	719	17.9	15.2
16. Australia	5.0	1.087	27.1	17.2
17. Nueva Zelandia	1.0	1.320	32.9	12.7
18. Grecia	2.0	3.500	87.3	16.3
19. Brasil	6.0	5.106	127.3	21.7
20. España	4.0	5.337	133.1	13.6
21. Checoeslovaquia	2.0	6.798	169.5	8.3
22. Japón	5.0	15.401	633.5	11.6

Este resultado aparece en la columna B en los cuadros I y II.

En estos cuadros las naciones no han sido puestas en el orden de la cantidad de puntos ganados (columna A), pero de acuerdo al coeficiente de habitantes necesario para ganar un punto.

CUADRO II

Resultados de los Juegos olímpicos internacionales en París (Francia), 1924

País	A Puntos ganados	B Miles de habitantes por punto	C Números indicadores	D Temperatura media anual °C
1. Noruega	31.25	85	1.0	3.8
2. Finlandia	34.00	99	1.2	3.1
3. Suecia	44.05	134	1.6	5.1
4. Uruguay	10.00	156	1.9	16.4
5. Dinamarca	17.00	193	2.3	7.2
6. Estonia	7.00	250	3.0	4.4
7. Holanda	19.00	370	4.4	8.7
8. Bélgica	17.75	433	5.1	9.1
9. Francia	64.00	613	7.2	11.7
10. Argentina	13.00	622	7.4	13.5
11. Hungría	8.00	980	11.6	9.7
12. Gran Bretaña	41.25	1.147	13.5	9.6
13. Estados Unidos	94.00	1.254	14.8	10.6
14. Austria	5.00	1.295	15.3	8.1
15. Suiza	29.05	1.318	15.6	8.6
16. Italia	25.75	1.508	17.8	15.2
17. Checoeslovaquia	8.00	1.699	20.1	8.3
18. Australia	3.00	1.812	21.4	17.2
19. Haití	1.00	2.045	24.2	24.7
20. Portugal	2.00	3.200	37.8	14.8
21. Yugoeslavia	4.00	4.250	50.2	10.7
22. Rumania	4.00	4.500	53.1	9.3
23. U. Sudafricana	1.00	6.929	81.8	16.4
24. España	3.00	7.116	84.0	13.6
25. Egipto	0.75	17.849	210.8	20.7
26. Polonia	0.25	108.640	1282.9	7.4

Comparando los dos cuadros no es difícil observar que los métodos aplicados para calcular los puntos deben haber sido diferentes en Amberes y París. Fué indispensable calcular los números indicadores que aparecen en la columna C. Para este fin se determinó el menor número de habitantes por punto, caso ocurrido a Noruega, tanto en Amberes como en París, fué establecido en 1 y los demás países fueron clasificados conforme a esta base. La capacidad de las naciones decrece naturalmente con el aumento en los números indicadores.

La temperatura media de cada país en grados celsius se encuentra en la columna D de los cuadros I y II.

CUADRO III

Promedios de los resultados de los Juegos olímpicos de Amberes y de París, y temperatura media anual en centígrados, de diez y seis naciones.

País	Promedio de los números indicadores	Temperatura media anual °C
1. Noruega	1.00	3.8
2. Finlandia	1.14	3.1
3. Suecia	1.40	5.1
4. Dinamarca	2.60	7.2
5. Estonia	4.59	4.4
6. Bélgica	4.95	9.1
7. Holanda	7.05	8.7
8. Suiza	10.63	8.6
9. Francia	11.37	11.7
10. Gran Bretaña	13.55	9.6
11. Estados Unidos	14.70	10.6
12. Italia	17.86	15.2
13. Australia	24.26	17.2
14. U. Sudafricana	45.02	16.4
15. Checoeslovaquia	94.80	8.3
16. España	108.56	13.6

En el cuadro III se hallan los resultados medios de Amberes de 1920 y de París de 1924 para las 16 naciones que ganaron puntos en ambos juegos.

El gráfico de la figura 1 demuestra muy bien las relaciones entre la temperatura y los puntos alcanzados, siendo evidente que una baja temperatura y un número indicador bajo son signos de superioridad atlética en general.

La correlación entre los resultados de 1920 y 1924 son notables. Sería interesante estudiar los resultados de los futuros juegos olímpicos para ver si los puntos en el diagrama figura 1 se diseminarán o se concentrarán, como debe ocurrir si la temperatura realmente es el factor dominante en la producción de energía física.

El profesor A. V. Hill (*The Physiological Basis of athletic Record «Nature»,* págs. 544-548, nº 2919, vol. 116, October 10, 1925, London) ha encontrado que la cantidad de oxígeno empleado por el cuerpo humano es una medida de la energía gastada.

Un litro de oxígeno consumado representa cerca de 5 calorías de energía empleada, lo que es suficiente para calentar 5 litros de agua a 1 °C. Expresado en términos de energía mecánica, es suficiente para levantar el peso de 1000 kilos hasta $2^{m}10$ de altura.

Se ha establecido que el oxígeno no es indispensable durante los momentos de un esfuerzo. Los músculos tienen un mecanismo depen-

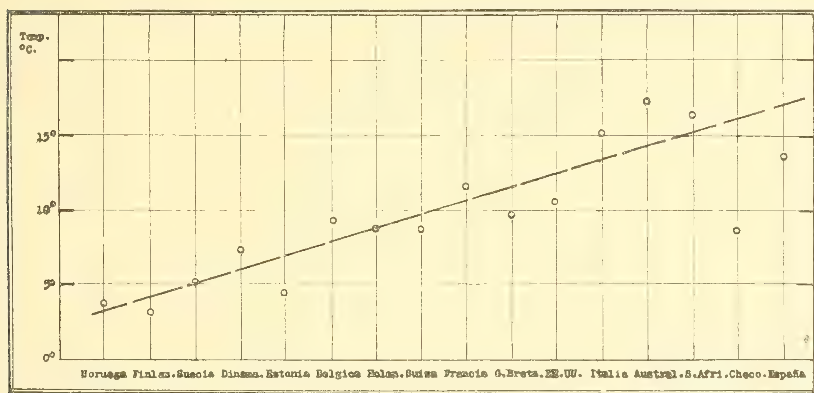


Fig. 1. — Relación entre los promedios de los números índices de los Juegos olímpicos de 1920 y 1924 y la temperatura media anual de cada país

diente de la formación del ácido láctico, por medio del cual se puede retardar una gran parte del proceso de oxidación hasta después de la prueba. El proceso de recuperar después de un esfuerzo físico requiere esta oxidación retardada, siendo tan importante para los músculos como la recarga de un acumulador eléctrico.

El grado en que el cuerpo puede *hacer deudas* a este respecto es limitado. Cuando *se debe* alrededor de 15 litros de oxígeno, el cuerpo se halla incapaz de más esfuerzos: está completamente agotado.

Un hombre puede hacer un esfuerzo muy superior a su reserva de oxígeno. Este esfuerzo necesita oxígeno después y el oxígeno total que se precisa por minuto para seguir el ejercicio puede ser medido. Esto es lo que se llama el *requisito de oxígeno,* que caracteriza el esfuerzo.

Los experimentos han demostrado (fig. 2) que el *requisito de oxíge-*

no varía considerablemente con la velocidad y aumenta en mayor proporción que ésta llegando al doble, triple y aun más en relación a la velocidad: así que alta velocidad y esfuerzos intensos son muy desgastadores.

En la figura 2 se hallan expuestos gráficamente algunos resultados

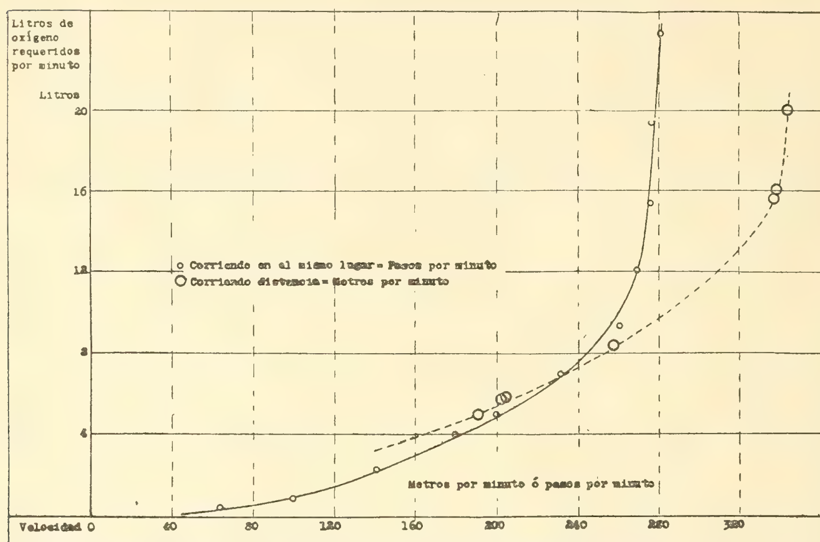


Fig. 2. — Observaciones del oxígeno requerido por minuto para atletas corriendo en el mismo lugar y corriendo distancias de varias velocidades. Corriendo se ha tomado como base metros por minuto y corriendo en el mismo lugar pasos por minuto.

que demuestran perfectamente el aumento del *requisito de oxígeno* simultáneamente con el aumento de la velocidad.

Los atletas de los países fríos deben su superioridad atlética probablemente a la mayor aptitud de sus cuerpos para efectuar esfuerzos violentos con un gasto limitado de oxígeno.

Esta condición especial es evidentemente el resultado de las bajas temperaturas y el producto de la aclimatación de muchas generaciones.

DETERMINACIÓN DE LONGITUDES GEOGRÁFICAS

MEDIANTE EL EMPLEO DE LA RADIOTELEGRAFÍA

Por el ingeniero civil JOSÉ ARAMBURO
Ex jefe de Comisión de estudios de los Ferrocarriles del Estado. Ingeniero en la Inspección de obras del Ferrocarril provincial de Buenos Aires

---

Al doctor Enrique S. Pérez, estadista.

SEGUNDA PARTE

Críticas y réplicas

> Habla sólo de lo que entiendas, y con lenguaje honesto y clarísimo.
> Si ocultas algún pliegue de tus pensamientos, podrá creerse que quieres disfrazar tu inseguridad o, en el mejor de los casos, que buscas mantener una supremacía intelectual que es sólo egoísmo y soberbia.

Débese esta *Segunda parte* de nuestra monografía publicada en los *Anales* (t. CI, págs. 11 y siguientes), a las comunicaciones que nos han dirigido algunos profesionales que han leído y analizado minuciosamente nuestra *Primera parte.*

En general, en estas cartas se nos hacen algunas observaciones de poca importancia, junto con la frase amable de congratulación; pero como en una se formulan objeciones fundamentales en lo que concierne a la combinación de los resultados de nuestras observaciones astronómicas, hemos creído necesario exponer ahora y con la extensión debida, nuestro punto de vista sobre cada una de las cuestiones planteadas.

En esta monografía perseveramos en nuestra norma de conducta de tratar impersonalmente las controversias doctrinarias. La crítica no nos molesta: nos agrada; y sólo ante la que nos ha parecido ex-

cesiva hemos empleado la penetración que conviene a la defensa de ideas profesadas tras maduro examen.

En esta *Segunda parte* completamos el texto de la *Primera* con algunas indicaciones necesarias sobre la teoría que nos guió. Llegamos así a un conjunto de exposición y crítica que cobra un valor que nuestra sola pluma no hubiera alcanzado a darle; y como se trata de un tema controvertido, aunque de corto alcance, esperamos que logrará interesar a los especialistas. Por si así fuere y nos resultaran adversas las opiniones de otros colegas, declaramos que no reanudaríamos la discusión, porque consideramos que nada importante podríamos agregar en apoyo de los procedimientos aplicados en nuestro trabajo geodésico.

Crítica

RESUMEN DE LAS OBJECIONES HECHAS A LA PRIMERA PARTE

I. *Prioridad de aplicación.* — Respecto de la prioridad en la aplicación de las radiocomunicaciones para comparar los tiempos locales en la determinación de longitudes geográficas en nuestro país, el autor debió mencionar la campaña realizada en 1920-1921 por el Ministerio de marina en la costa patagónica, en la que se determinaron doce longitudes radiotelegráficamente, y que estuvo a cargo del teniente de navío Luisoni con la colaboración del geodesta Jansen.

Los resultados de estos trabajos aparecieron en *Anales hidrográficos*, tomo V, páginas 29 a 130, Buenos Aires, año 1923.

Ensayos no del todo satisfactorios y que no han sido publicados aún, fueron realizados en 1911 por el Instituto geográfico militar en la determinación de la diferencia de longitud Buenos Aires-Montevideo.

II. *Ocultaciones debajo del horizonte.* — Las disquisiciones de la página 20, relativas a la recepción de las señales radiotelegráficas, podrían haberse dejado de lado, lo mismo que las del tercer párrafo de la página 23, ya que el llamado innecesario « aprendizaje teórico » hubiera justamente evitado el esperar inútilmente en un dado lugar, una ocultación que debía producirse debajo del horizonte.

III. *Equipo del geodesta Jansen.* — En la noticia que del equipo del geodesta Jansen da el autor en el apéndice de su obra, no ha mencionado datos que lo caracterizan fundamentalmente. Así, el autoregistro de las señales radiotelegráficas de la Dársena, que significa el progreso más grande alcanzado en las determinaciones radiográficas de longitud.

IV. *Correcciones al cálculo de α Virginis, según observaciones del 6 de junio de 1923.* — Tratándose de operaciones con instrumento de nonius, basta el empleo de tablas logarítmicas a cinco decimales.

Para el cálculo de las refracciones resulta cómodo el empleo de nomogramas.

Desde que el instrumento empleado sólo aprecia hasta 10″, en la refracción bastará con tomar en cuenta el segundo. El empleo de más cifras que las que los datos comportan como fidedignas, debe evitarse.

Aunque el promedio que el crítico ha obtenido para ΔT, al rehacer los cálculos, difiere en 0^s3 del promedio que el autor ha obtenido con más cifras, no hay duda que esta diferencia ha de ser del orden de los errores de observación, dado el poder del anteojo, el alcance de los nonius y la forma indirecta de ligar astro y reloj.

El crítico compara sus series C. I. y C. D., y obtiene los siguientes resultados :

C. I.		C. D.	
	4^m50^s		
4^s2		5^s6	
3.5		5.7	1^s23
3.4		5.7	16.40
3.1		5.3	28.70
2.2		6.4	4^s51
16^s4		28^s7	

Sumando y dividiendo por diez, se tiene 4,51 como promedio general. Restando y dividiendo por diez, da 1,23 como semi-diferencia entre los promedios de las dos series.

Dada la regularidad de los resultados, dentro de cada serie, la diferencia entre los dos promedios debe atribuirse al error de índice del círculo zenital ; y aplicando a los resultados individuales la corrección 1^s2 para C. I. y — 1^s2 para C. D., se obtiene el cuadro siguiente :

	v	vv
5,4	0,9	0,81
4,7	0,2	0,04
4,6	0,1	0,01
4,3	— 0,2	0,04
3,5	— 1,0	1,00
4,4	— 0,1	0,01
4,5	0,0	0,00
4,5	0,0	0,00
4,1	— 0,4	0,16
5,2	0,7	0,49
45,2	1,9	$[vv]$ = 2,56
4^s5	— 1,7	

Según esto, el error probable del promedio es

$$r_0 = 0{,}675 \sqrt{\frac{2{,}56}{10 \times 9}} = \pm 0^s10;$$

el error probable de una observación aislada es

$$r = 0{,}675 \sqrt{\frac{2{,}56}{9}} = \pm 0^s36$$

(hay seis valores residuales menores y cuatro mayores); y según el criterio de Chauvenet,

$$V = 2{,}9\, r = 1{,}04,$$

es el mayor valor que se puede aceptar para un error residual.

Las observaciones son, pues, todas aceptables; y dado el corto tiempo en que han sido hechas y su error probable pequeño, ellas ponen de manifiesto la prolijidad de los operadores.

El autor no ha hecho lecturas de nivel zenital, limitándose a centrar la burbuja, con lo cual esa lectura queda reducida a cero. El crítico sólo procede así cuando, ocasionalmente, tiene que observar con el teodolito Zeiss, modelo II, que no tiene graduación en el nivel pero que, con un juego de prismas, permite centrar la burbuja con facilidad.

Cuando opera con el Breithaupt de nonius o con el Bamberg de microscopios, trata de que la burbuja se mantenga cerca del centro, pero anota las lecturas correspondientes; y la primera corrección que aplica a la lectura zenital es la de nivel, de acuerdo con lo que explica en un folleto que tuvo la gentileza de enviar al autor.

V. *Opiniones sobre el método de ocultación de estrellas por la Luna, el de Gauss y otros.* — El crítico está de acuerdo con el autor sobre la poca ventaja que ofrece la observación de ocultación de estrellas por la Luna. Y agrega que trabajar tanto para la predicción y otro tanto, o más, después, para la reducción, para obtener *un solo* resultado, es algo que nunca lo ha entusiasmado; y piensa que no es en un curso de Geodesia donde debe figurar ese método, pues en Geodesia la longitud se determina exclusivamente por el procedimiento telegráfico, con o sin conductor metálico.

Tampoco le entusiasman los métodos combinados (Gauss, Stechert, Díaz Covarrubias y otros) a los cuales dedicó bastante tiempo en años ya lejanos.

El inconveniente que les ve a estos métodos es que la confección

de los programas es laboriosa ; si por cualquier causa falla algún elemento en la observación, toda la operación queda perdida ; y, en general, después de no poco trabajo, no se obtienen resultados sino en número limitado, lo que no pasa con los procedimientos directos, donde se determina una cosa cada vez.

Para el tiempo, si no hay que pensar en el instrumento de pasos, las distancias zenitales cerca del vertical primario dan muy buenos resultados, como el autor lo ha podido comprobar experimentalmente.

VI. *Eliminación de observaciones inobjetables (crítica fundamental).* — Al final de la página 17 dice el autor : « Se obtenían, así, cada noche, cuarenta valores de la corrección cronométrica y se eliminaban los que resultaban defectuosos. »

Si se relaciona este procedimiento con el seguido efectivamente en la combinación de los resultados de las distintas noches, se advierte una grave anomalía que no es justificable. Criterios para desechar resultados de observaciones, hay varios y todos objetables. Están, unos, fundados sobre la medida de precisión de las observaciones y admiten que pueda desecharse el resultado de una medición que se aparte del promedio en más del triple del error medio. La probabilidad de una tal observación es apenas 0,0027, es decir que se presentará una vez en un conjunto de 370. El criterio de Peirce, aparatosamente fundado, no es más valedero que el anterior.

Los criterios habitualmente empleados están fundados sobre la teoría de la probabilidad y deben ser usados con suma discreción.

Sobre todos ellos, está el siguiente : no debe desecharse el resultado de una medición si el observador no la declaró deficiente en el mismo instante de tomarla.

En su trabajo, el autor ha procedido arbitrariamente al desechar, en gran proporción, resultados de mediciones inobjetables.

Aún más : al combinar los resultados de observaciones tomadas en las dos posiciones del instrumento (C. I. y C. D.) el autor ha elegido invariablemente, salvo dos excepciones afortunadas, un número de observaciones en una posición y las ha combinado con un número diverso de observaciones correspondientes a la otra posición, perdiendo de esta manera una de las preciosas ventajas del método.

Igualmente injustificable es el procedimiento seguido por el autor al seleccionar arbitrariamente los valores con que en la página 21 ha calculado el error probable de observación. Así mismo, en la adopción de valores correspondientes a los tiempos de recepción de las señales, página 75.

VII. *Error probable del resultado final.* — El resultado definitivo de la longitud está caracterizado por un error probable que no corresponde a la realidad, ya que el autor no lo ha depurado de los errores constantes inherentes al método usado. Con la salvedad que implican las consideraciones precedentes, el error probable asignado, representaría el error probable interno del resultado alcanzado.

Réplica (¹)

I. El autor ignoraba los antecedentes mencionados.

Ciertamente, la campaña realizada en 1920-1921 por el teniente de navío Luisoni y el geodesta Jansen, es anterior a la nuestra. Se trata de una contribución interesantísima, pero nos parece que podemos ratificarnos en lo dicho en la primera página de la *Primera parte :* « La primera y formal aplicación de la radiotelegrafía en el país, destinada a la determinación de una longitud geográfica con fines técnicos, fué llevada a cabo el 24 de abril de 1923. » En efecto, nuestra campaña no tuvo como finalidad la determinación aislada de una o varias longitudes geográficas, sino su aplicación inmediata a un problema de ingeniería ferroviaria, a un problema en cuya discusión técnica jugaban importante papel los errores probables de las determinaciones astronómicas. Este mayor alcance distingue nítidamente a nuestro trabajo y es, desde este punto de vista (que no tenemos interés en mantener), que lo señalamos como el primero.

II. El autor ha vuelto a leer el tercer párrafo de la página 23, *Primera parte*, y se ha reído de su viciosa construcción. Pero es extraño que el comentarista no haya caído en la cuenta de que se trataba de un *calamo currente*, pues el autor no quiso referirse al fenómeno mismo, sino al cálculo de su predicción. Para desvanecer la sospecha de que hayamos podido esperar, en un lugar determinado, una ocultación que debía producirse debajo del horizonte, manifestamos que obran en nuestro poder los cálculos de la predicción de unas veinte ocultaciones correspondientes a fines del año 1922 y principios del 1923 (de noviembre a abril).

III. El autor sufrió un olvido imperdonable cuando, al referirse al equipo del geodesta Jansen, dejó de mencionar el auto registro de las señales radiotelegráficas.

(¹) En esta Réplica, el número de orden de cada tema corresponde al de la crítica precedente.

En el número VI, capítulo D, damos la nómina completa de aquel equipo y de otros.

IV. Hemos revisado los cálculos del crítico relativos a las observaciones de Spica, del 6 de junio de 1923 y, sin que ello importe dar por necesario o por justificado el empleo del criterio de Peirce o el de Chauvenet, encontramos, con los datos del cuadro VII limitados al décimo de segundo, que debería eliminarse la observación quinta cuyo error residuo, 1^s1, sobrepasa al máximo valor residual aceptable: 0^s, 92. Llegamos, así, a un valor de

$$\Delta T = - 4^m 54^s 86 \pm 0^s 06 \text{ a } 11^h 48^m$$ (1),

en lugar de $4^m 54^s 83$, como figura en el cuadro VII.

Por encima de la teoría de la probabilidad y de los criterios de eliminación aparatosamente fundados, como dice otro de los comentaristas, está el criterio que el observador se forma, dado el objeto de su trabajo, las condiciones de su ejecución y la precisión *económica* que le exige el problema técnico cuya solución busca con tales o cuales procedimientos impuestos por las circunstancias.

Con toda claridad manifestó el autor que asignaba escaso valor científico a su publicación; con decir esto, entendió que se libraba de justificar, en cada caso, la eliminación de resultados individuales. La forma indirecta de ligar el astro con el reloj, a la que se ha aludido, marca a nuestras observaciones un lugar modesto y es hacerles mucho favor el elevarlas al solemne estrado de los cuadrados mínimos.

Creyóse, en cambio, que cabía la determinación del error probable de la longitud geográfica, operando con los resultados individuales finales, lo que ya es otra cosa.

Dentro de este mismo orden de ideas, el autor no se aventuró mayormente en el examen del error probable de observación; la planilla de la página 21 podría, en realidad, alargarse mucho más, sin detrimento para el resultado que allí figura; la planilla es, simplemente, un esbozo que tiende a dar la impresión de que si los operadores hubieran contado con instalación cronográfica, el orden de precisión de los resultados individuales habría sido el décimo de segundo y aun menos.

Así, por ejemplo, se permite señalar las observaciones del cuadro XXV que, a pesar de la técnica grosera utilizada, conduce a un error probable de 0^s04 si no se desprecia ningún resultado individual. De otros cuadros podría decirse más o menos lo mismo.

(1) Véase el anexo a continuación de esta réplica.

En resumen: procedimos honestamente y no nos pareció que lo alcanzado con medios primitivos mereciera pulirse con fino instrumento matemático.

Anexo (véase la referencia en la réplica anterior).

Del cuadro VII de la *Primera parte* :

	C. I.	C. D.
	— $4^m54^s.10$	— $4^m55^s.70$
	4.00	6.10
	3.70	5.80
	3.40	5.70
	2.40	6.30
	$17^s.60$	$29^s.60$
Promedios :	— $4^m53^s.52$	— $4^m55^s.92$

Promedio general : — $4^m54^s.72$

$$\frac{\Sigma\,(\mathrm{C.\,I.}) - \Sigma\,(\mathrm{C.\,D.})}{10} = +\,1^s20.$$

Valores corregidos del error de índice :

	v	vv
— $4^m55^s.3$	0,6	0,36
5.2	0,5	0,25
4.9	0,2	0,04
4.6	— 0,1	0,01
3.6	— 1,1	1,21
4.5	— 0,2	0,04
4.9	0,2	0,04
4.6	— 0,1	0,01
4.5	— 0,2	0,04
5.1	0,4	0,16
— $4^m54^s.7$	1,9	$[vv] = 2{,}16$
	— 1,7	

Error de una observación aislada :

$m = 10$

$\mu = 1$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{[vv]}{m-\mu}}$$

luego

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{2{,}16}{9}} = \pm\,0^s49.$$

Criterio de Peirce (tabla X, en Chauvenet, tomo II) :

$$\chi^2 = 3{,}526; \qquad \chi \sim 1{,}88$$

luego

$$\chi\varepsilon = 1{,}88 \times 0{,}49 = 0^s92.$$

Por lo tanto, se elimina la observación quinta y queda :

C. I.	C. D.
— $4^m54^s.10$	— $4^m55^s.70$
4.00	6.10
3.70	5.80
3.40	5.70
—	6.30
— $4^m53^s.80$	— $4^m55^s.92$

Semi-diferencia : $1^s.06$

Valores corregidos :

	v	*vv*
— $4^m55^s.16$	0,30	0,0900
5.06	0,20	0,0400
4.76	— 0,10	0,0100
4.46	— 0,40	0,1600
4.64	— 0,22	0,0484
5.04	0,18	0,0324
4.74	— 0,12	0,0144
4.64	— 0,22	0,0484
5.24	0,38	0,1444
$43^s.74$		$[vv] = 0{,}5880$

— $4^m54^s.86 \pm 0^s.06$

Error medio probable :

$$\varepsilon_0 = 0{,}6745 \sqrt{\frac{0{,}5880}{9 \times 8}} = \pm\, 0^s06.$$

En el cuadro VII, con el procedimiento allí usado, resultó :

$$-\ 4^m54^s83.$$

Objeciones a nuestra réplica IV. — La réplica precedente fué refutada por el mismo crítico que la motivó, a fin de dejar perfectamente sentado que fué, precisamente, el carácter de *operaciones en campaña* de nuestro trabajo, lo que le indujo a ocuparse de él en la forma que lo hizo.

El crítico ha trabajado con las comodidades que ofrecen las instalaciones permanentes de los observatorios y con las incomodidades inherentes a las instalaciones temporarias en campaña; y considera que tiene mucho más mérito un resultado mediocre en el segundo caso que uno mejor en el primero, dadas las condiciones distintas en que uno y otro se obtienen.

Respecto de la aplicación de los cuadrados mínimos a la discusión de los resultados obtenidos por el autor, la considera perfectamente justificada. A pesar de la modestia con que el autor los califica, el examen comparativo de los valores obtenidos hace ver que se trata de observaciones prolijas, ninguna de las cuales deberá ser desechada *prima facie*, si es que en el registro no hay alguna indicación que la sindique de sospechosa.

Continúa diciendo que el método de los cuadrados mínimos es muy racional, desde que en casos como el nuestro todo él se basa en el error probable $r = 0{,}6745 \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}}$ de una observación aislada; y este error probable tiene cada vez un valor diferente, puesto que él depende del método, del instrumento, del operador y de las condiciones en las cuales se ha operado.

En cuanto al criterio para el rechazo o la retención de observaciones dudosas, el crítico recuerda que ya Airy ponía en duda la posibilidad de establecerlo basándole en el cálculo de probabilidades. Por otra parte, el doctor Gould, que después dirigió con tanto acierto nuestro observatorio nacional de Córdoba, en un informe fechado el 15 de noviembre de 1854 y publicado en la página 131* de la memoria para 1854 de la U. S. Coast an Geodetic Survey, dice: « ...In the criticism of various series which I had to do in the study of the telegraphie results of the Coast Survey I have applied Peirce's criterion *with signal advantage* and have been led to the preparation of tables for facilitating its use... »

El crítico se atiene a esta última opinión; pero, en casos como el nuestro, en vez del criterio de Peirce, recurre al de Chauvenet, de aplicación mucho más fácil. Más: aún en este caso, si da con valores residuales un poco afuera del límite calculado y nota que el exceso de esta v sobre aquel límite, dividido por el número de observaciones, le da un valor que alteraría el promedio en una cantidad cuya magnitud es del orden de los errores de observación, no tiene reparo en conservar la observación correspondiente.

A este propósito, el crítico recuerda que hace más de treinta años,

explicando a uno de sus ayudantes la forma de aplicar el método de los cuadrados mínimos a la discusión de resultados, le dijo el ayudante: « Entonces ¿ el método sirve para declarar buena cualquier observación ? No — le contestó — lo que hace es substituir un criterio científico a uno arbitrario [1].»

V. Las opiniones del comentarista acerca de los métodos de Stechert, Gauss y otros, no las comparte completamente el autor.

Aun cuando se trata de una cuestión que queda al margen de lo que aquí se ventila, diremos, brevemente, que los métodos de combinación tienen el inconveniente que señala el crítico ; pero este inconveniente poco significa ante las innegables ventajas que, por sabidas, no nos entretendremos en enumerar.

VI. *Réplica fundamental.*

Dícese que: « *No debe desecharse el resultado de una medición si el observador no la declaró deficiente en el mismo instante de tomarla.* »

Si el observador declara deficiente una observación en cuanto acaba de realizarla, es de suponer que la rechazará inmediatamente y que no hará cálculo alguno con ella. Lo asombroso sería que la aceptara si, por casualidad, no discrepara de las demás, libres de mancha. Llegamos, así, a esto : *No debe desecharse el resultado de ninguna medición.*

Ésta podría ser, acaso, la inflexible regla de un geodesta de primera fuerza o de un astrónomo que « finit par faire corps avec son instrument habituel, de même qu' un mécanicien de chemin de fer finit par épouser sa machine » (Bouasse : *Astronomie théor et prat.,* pág. 144). Pero pretender que un ingeniero de campaña, sólo ha de eliminar los resultados de observaciones tildadas de defectuosas al tomarlas, es contrario al buen sentido, es caer en una obediencia ciega que repugna cabalmente al matemático, pero que es instintiva en el maquinista que, sin discusión, obedece las señales colocadas en la vía férrea.

El astrónomo que, instalado en un ambiente cómodo y tranquilo, efectúa determinaciones de tiempo teniendo el manipulador del cronógrafo bajo su mano, consigue acomodarse al más riguroso criterio tanto en lo que respecta a la precisión de las observaciones como a los métodos de reducción.

Pero a un ingeniero que trabaja con un teodolito en un descampado, al lado de una vía férrea, combatiendo con los mosquitos o defendiéndose de las inclemencias del tiempo ; que debe limpiar los lentes empañados por la humedad ; que trabaja con iluminación deficiente ;

[1] El criterio del crítico y el del autor son opuestos.

que no tiene cronógrafo ni siquiera cronómetro que le permita observar a ojo y oído; que depende, por lo tanto, de otra persona, de un cronometrista que también sufre las mismas incomodidades, ¿ podrá exigírsele que se someta a un rigor que, al fin de cuentas, escapará a la *precisión económica* del problema técnico ?

Bien claramente se dejó establecido en la monografía anterior que sólo atribuíamos a la misma muy escaso valor científico.

Por todo esto, dejamos sentado con toda la convicción que nos ha dado la experiencia, que en nuestro trabajo no era pertinente utilizar el instrumento matemático a ciegas y que era lógico someter los resultados a una *interpretación personal,* propia del objeto, del procedimiento y de las circunstancias.

Si en cada observación intervienen dos personas, prácticamente resultará difícil determinar cuáles fueron deficientes. Se puede equivocar el observador, se puede equivocar el cronometrista; a veces lo advertirán y *otras no lo advertirán.* Por ejemplo, el cronometrista podrá anotar correctamente los quintos de segundo de una observación y equivocarse en los enteros, en una unidad de más o de menos.

Podríamos acumular más pruebas, sacadas de la realidad, en apoyo de nuestra tesis. ¿ Cómo exigir que no ha de desecharse ningún resultado individual ?

Esta pregunta, que la consideramos totalmente pertinente en el estudio crítico de nuestro trabajo, cabe también hacerla en las observaciones astronómicas más precisas. Y la repuesta la da Bouasse (obra citada, pág. 429) con su estilo cruelmente satírico que nosotros no compartimos, pero que en la transcripción respetamos :

« He aquí un pasaje que encuentro en Tisserand y que pone en evidencia el estado de alma de los sabios ¡ ay! más inteligentes. »

« Se trata de la paralaje de Marte determinada por el método descrito en el artículo 236. Las observaciones datan del año 1672 ; ellas fueron realizadas por Cassini I en París y por Richer en Cayena y encontraron que la paralaje vale 9″5, lo que es prodigioso. »

« Pero para Tisserand no es prodigioso, porque :

« Il faut dire *toutefois* que ce résultat n' avait été obtenu que par un choix des observations les plus exactes et les plus conformes entre elles. »

« Este *toutefois* de Tisserand vale por un poema ; yo, como no soy un pontífice de la ciencia, me avergonzaría de haberlo escrito. »

Pero si continuamos nuestra réplica con tales argumentos, podrá parecer que perdemos inútilmente terreno, ya que nos empeñaríamos

en rebajar el valor técnico de un trabajo en el que, según el autorizado crítico, se han desechado en gran proporción resultados de mediciones inobjetables. En otros términos, nuestras observaciones merecerían un trato matemático más delicado.

Pero ¿ qué es lo que se entiende por medición inobjetable ? Puesto que, según se nos ha dicho, son objetables todos los criterios que existen para seleccionar resultados de observaciones, carecemos de fundamento formal para definir lo que es una medición correcta.

Están los criterios de Peirce y de Chauvenet, universalmente adoptados, pero que admiten tolerancias que repugnan al buen sentido.

Véase un caso que es realmente instructivo : un ingeniero tuvo a bien rehacer los cálculos del Cuadro VII, valiéndose de un nomograma para las refracciones y limitando las reducciones al décimo de segundo de tiempo. Encontró, previa corrección del error de índice :

— $4^{m}55^{s}.4$
4.7
4.6
4.3
3.5
4.4
4.5
4.5
4.1
5.2

El calculista aplica a estos resultados el criterio de Chauvenet y deduce que no debe desechar ninguno. Hay en esto, evidentemente, un error de concepto. Si entre los diez resultados hay seis :

— $4^{m}54^{s}.7$
4.6
4.3
4.4
4.5
4.5

que son concordantes, dentro de la precisión que puede esperarse y exigirse de los procedimientos empleados, no podrá admitirse jamás, lógicamente, que el quinto resultado, $53^{s}5$, pueda agruparse con aquellos seis, pues está afectado de un error grosero, vale decir, impropio del método, del instrumento y de la habilidad normal de los operadores.

Bouasse, que no siempre exagera, dice a propósito :

« A la verdad, no debe tenerse ninguna confianza en la teoría de las probabilidades ; una medida bien hecha vale más que un millón de medidas mal hechas. Pero si se admite que las medidas sean bien hechas, claro es que ofrecerán más garantías cuando se las repita *en condiciones muy diferentes :* he aquí el unico medio que permite descubrir — y por lo tanto corregir — los errores sistemáticos contra los cuales es impotente el valor medio en cualquier caso. »

Y más adelante, Bouasse dispara este tiro certero :

« Los razonamientos teóricos sobre la eliminación de los errores son verdaderos en el papel : *olvidan la mayoría de las condiciones reales.* Por esto, los astrónomos que son inteligentes (los hay) desconfían de las combinaciones y faramallas en que se gozan los experimentadores de corto vuelo. Cuando delante de vosotros se ensalcen estas bagatelas, desconfiad de vuestro interlocutor : no conoce su oficio ».

Acabamos de tocar el fondo del asunto : las condiciones reales a que se sujetaron las observaciones para determinar la longitud geográfica de Avía Teray.

Presentemos de inmediato la sinopsis que contempla la cuestión en todos sus aspectos :

A. *Objeto de las observaciones astronómicas :*
   1. Resolución de un problema ferroviario;
   2. Precisión económica.

B. *Calidad del trabajo :*
   a) Valor geodésico :
   3. Instrumentos utilizados;
   4. Control de las señales radiotelefónicas;
   b) Valor técnico :
   5. Técnico, del problema;
   6. Técnica de los operadores.

C. *Método y procedimientos.*

D. *Condiciones de ejecución :*
   7. Campaña expeditiva;
   8. Clima desfavorable;
   9. Enlace astro-reloj;
   10. El reloj;
   11. El teodolito.

Y pasemos ligera revista a estos conceptos.

A. — OBJETO DE LAS OBSERVACIONES ASTRONÓMICAS

1. Las observaciones astronómicas que se llevaron a cabo, tanto en el *puesto* San Martín (Departamento de Anta, Salta) como en Avía Teray (Departamento de Napalpí, Chaco) tuvieron por objeto el servir de datos para la resolución del siguiente problema ferroviario: dadas las coordenadas geográficas de los dos mencionados puntos, calcular y trazar la geodésica que los une partiendo simultáneamente de los dos extremos y sin que se sufra, en el rumbo, una desviación superior al uno por mil de la longitud del trazado.

Podrá extrañar *a priori*, que se hable de una geodésica, de 294 kilómetros de longitud, cuyo replanteo admita una desviación del uno por mil. Sin embargo, prácticamente se trazará en la superficie terrestre una geodésica o, si se parte de los dos extremos, dos geodésicas que tal vez se cortarán o no se encontrarán. En efecto, si consideramos definida a la geodésica por la propiedad de su plano osculador y si admitimos que en la superficie terrestre las verticales se confunden con las normales, una geodésica será la que prácticamente trazaremos si, partiendo de un punto con un azimut dado, nos mantenemos siempre en línea por sucesivos transportes de un instrumento de tránsito. Será una geodésica de poco valor geodésico, pero como geodésica será trazada.

2. Dado el objeto de nuestro trabajo, se explica que bastara una precisión afectada de un error inferior al uno por mil. Con toda propiedad podría hablarse de precisión *económica*. El trazado de una línea férrea en una vasta zona casi totalmente desierta, se ajusta a un presupuesto de mínima que excluye, de entrada, la adquisición de instrumentos y cronómetros de precisión y que, técnicamente, se considerará bien ejecutado sea que la desviación alcance a los 294 metros, sea que alcance a la mitad. Al ferrocarril no le interesa absolutamente que se disminuya el error. Es sólo una cuestión de amor propio o, si se quiere, de amor al arte.

De un detenido estudio que más adelante publicaremos, Dios mediante, deducimos que un error de desviación del uno por mil ya se alcanza con errores de $\pm$ 2″ en *cada* latitud y $\pm$ 0^s5 en cada longitud. Claro está que este par de valores no es único. Los errores probables cometidos por nosotros fueron:

En el *puesto* San Martín :

$$d\omega = 0^s37$$

$$d\varphi = 0''7$$

En Avía Teray :

$$d\omega = 0^s08$$

$$d\varphi = 0''9$$

y con ellos se llega a una total desviación probable de 117 metros, equivalentes al 0,4 por mil de la longitud de la geodésica.

B. — CALIDAD DEL TRABAJO

a) Valor geodésico

3. *Instrumentos utilizados.* — Nuestro trabajo es de un valor geodésico casi nulo; pero lamentaríamos que esta afirmación, dicha simplemente y con la honestidad que se debe a la ciencia, bastara a ciertos profesionales que dan los primeros pasos en estos menesteres o que aún no los han dado, para menospreciar una labor que es de alto mérito técnico y fruto de una penosísima campaña. Lo lamentaríamos por ellos [1].

Que nuestras observaciones no alcanzan valor geodésico, lo dicen los mismos instrumentos utilizados: un teodolito común de 10″ y un reloj de bolsillo. Ni una palabra más.

4. En desacuerdo también con un valor geodésico, estaba la falta de registro de las señales radiotelegráficas ; de este registro o comprobación no supimos absolutamente nada hasta mucho después ; y resultó que no lo hubo de parte de la estación transmisora. De parte de la estación receptora sólo cabía, lógicamente, un control de segunda mano y que se tuvo presente, a saber: la comparación de los valores de la longitud geográfica obtenidos en varios y discontinuos días. Y ahora viene una observación personal : los cinco tops que daba la

(1) Hemos cambiado inopinadamente de estilo para referirnos, no ya a la presente crítica sino a esas plumas volanderas que no escriben pero borronean y constituyen la negación de toda crítica.

La crítica es la fuerza creadora que incita noblemente a cavar en las ideas.

Lo otro, es la engañosa quietud del pantano en cuya superficie, tersa al parecer, revientan calladamente los gases del pequeño organismo que se asusta de la misma onda que provoca.

Dársena norte por noche, no eran rigurosamente concordantes. Así, para referirme sólo al caso que tengo más presente, en junio 7 de 1923 (véase pág. 75, t. CI de los *Anales)* yo registro el tercer top a los 47^s2, el cuarto a los 47^s0 y el quinto otra vez a los 47^s2. Tuve esta noche, y otra más, la impresión neta de que en la Dársena había maniobra y no mecanismo integral. Por lo tanto, este defecto, no compensado con el registro de los tops en la misma estación transmisora, ya nos eximía de tratar a los resultados individuales con exagerada cortesía.

b) Valor técnico

5. El problema planteado por el trazado de la línea de Metán a Barranqueras preocupó desde el primer momento al ingeniero jefe de la construcción, don Alberto R. Pasquini; y una vez que fué adoptada la línea recta para una gran parte del trazado, desde un punto determinado de Salta hasta Avía Teray, se tuvo el firme propósito de dar a las operaciones una base científica que garantizara una precisión económica e infundiese la más absoluta confianza a todo el personal de las comisiones de estudio. El problema era interesante; no cabía una ejecución grosera, impropia de universitarios y artera apañadora de las indecisiones; las indecisiones ocasionan siempre pérdidas de tiempo y de dinero; era, pues, necesario, el examen que determinara la influencia de los errores de las observaciones astronómicas sobre el rumbo del trazado y fijara hasta cierto punto la categoría del método y el tipo de los instrumentos a emplear.

Había que desarrollar técnica, pero técnica geodésica en el fondo, aun cuando ella se aplicara al trazado de ferrocarriles; y que lo entendimos así, desde el primer momento, lo prueban las gestiones que hicimos para dotar a la Comisión de estudios de:

Un teodolito geodésico;

Dos cronómetros; y

Un equipo radiotelefónico (nos dió casualmente la idea el ingeniero Antonio Rebuelto).

No conseguimos nada. Comprar cronómetros astronómicos, pareció excesivo, puesto que ninguna otra comisión de estudios los había aún pedido...; en cuanto al receptor radiotelefónico, no se aceptó que pudiera ser útil a tal distancia; y descartada la recepción de señales radiotelegráficas, sólo quedaban las ocultaciones de estrellas por la luna, y entonces ya estaba de más el teodolito con microscopios micrométricos que nos hubiera procurado determinaciones de tiempo y

de azimut de una precisión notablemente superior al registro de las ocultaciones.

Digamos, de paso, que las determinaciones de longitud por el método de ocultación de estrellas por la luna, resultan muy caras si han de acompañarse con el certificado de garantía de su precisión. ¿ Cuánto ? A nosotros ya nos parecería extraordinario el cuarto de segundo.

6. Limitado, pues, el instrumental a un teodolito y a un mal reloj de bolsillo que pudo reemplazarse más tarde por otro mejor de propiedad particular, asombra que los operadores hayan llegado triunfalmente a la meta; pero para valorar cabalmente la constancia de los operadores geodésicos que actuaron en la Comisión de estudios del ferrocarril en construcción de Metán a Barranqueras, se necesita haber hecho algo parecido en condiciones parecidas : las inclemencias del tiempo; los alimentos podridos, los gusanos en el agua y las alimañas en la carpa ; las garrapatas, las vinchucas, el cocinero, vinchuca real; las abejas, las moscas, los mosquitos, los tábanos y los polvorines; la soledad, la estupidez de algunos, la hostilidad de otros; los cambios frecuentes de campamento trabajando, no a la par sino más que los peones ; y, como única perspectiva natural, el túnel de la picada, enorme tubo acústico donde resonaba a mediodía la estridente polifonía de los insectos llevada al paroxismo.

Con el pobre instrumental mencionado, ¿ qué son mediciones inobjetables ?

Para un operador determinado, son mediciones inobjetables aquellas que pueden estar afectadas de un error que oscile alrededor del promedio de los errores residuos a que aquél esta acostumbrado. Ciertamente esta definición, que no la tomamos de nadie, podrá adoptarse cualquiera que sea el instrumental, pero nos parece, y a esto vamos, que si se toma como base de las reducciones en nuestro caso, tendremos el derecho de eliminar sin contemplaciones los resultados individuales *objetables*, pese a la idea de que no debe desecharse ninguna observación que no haya sido marcada como defectuosa.

Veamos algunos casos concretos.

Sea el cuadro XIII (tomo CI de los *Anales*, págs. 50 y 51).

Nótese que desechamos el primer valor y que ello nos conduce a una corrección cronométrica definitiva de

$$— 4^{m}45^{s}14 \text{ a } 10^{h}23^{m}.$$

Tengamos ahora en cuenta la primera observación, obedeciendo al criterio que nos ha sido señalado de que no debe despreciarse ningún

elemento experimental que no haya sido objetado. Llegamos así, a este resultado :

$$-\ 4^m 45^s 10 \text{ a } 10^h 23^m,$$

es decir, prácticamente, al mismo resultado anterior. Prácticamente sí, lógicamente nó; el primer resultado es correcto, el segundo está afectado de un vicio de nulidad. Expliquemos esta paradoja. Limitemos los resultados individuales a los décimos de segundo :

C. I.	C. D.
— 4m43s.70	— 4m46s.10
4.00	6.20
4.30	6.00
4.30	6.10
4.30	6.00
— 4m44s.12	— 4m46s.08

Semi-diferencia : 0s.98.

Corrijamos los resultados individuales de esta semi-diferencia, que es, aproximadamente, el error de índice y obtenemos :

	v	*vv*
— 4m44s.68	— 0,42	0,1764
4.98	— 0,12	0,0144
5.28	0,18	0,0324
5.28	0,18	0,0324
5.28	0,18	0,0324
5.12	0,02	0,0004
5.22	0,12	0,0144
5.02	— 0,08	0,0064
5.12	0,02	0,0004
5.02	— 0,08	0,0064
— 4m45s.10		[*vv*] = 0,3160

Error medio probable :

$$\varepsilon_0 = 0,6745 \sqrt{\frac{0,3160}{10 \times 9}} = \pm\ 0^s 04.$$

Aceptar la aplicación que precede, implicaría desconocer un concepto fundamental de la teoría de los errores. No sería necesario aplicar el criterio de Peirce : bastará el buen sentido para señalar como defectuosa la primera observación, cuyo error residuo es de 0,42. El mencionado criterio señala, en este caso, como máximo error aceptable, el valor $0^s 35$. Luego, el promedio $-\ 4^m 45^s 10$ es falso

aunque difiera extremadamente poco del promedio más exacto — 4^m45^s14.

Tomemos otro ejemplo, el cuadro XXV (pág. 70 del tomo CI). No despreciando ninguna observación, llegamos a un promedio general de — 4^m29^s74, en lugar de — 4^m29^s60 determinado con la eliminación de las observaciones 1ª, 2ª, 9ª y 10ª. Un décimo de segundo de diferencia : ¿qué importancia tiene ante lo primitivo de nuestra instalación ?. Nosotros no tratábamos los resultados individuales con el sombrero a la mano. Conocíamos bien su modesto origen, su obtención penosa; de ahí que nos propusiéramos suplir, aunque defectuosamente, la precisión individual por la extensión y por la repetición en condiciones distintas : por los cambios atmosféricos, por las alturas de observación, por las estrellas utilizadas, por los métodos astronómicos y la confrontación de los tops radiotelefónicos de un día para otro.

Volvamos al cuadro XXV. Admitiendo que

$$\frac{\Sigma\,(\text{C. I.}) - \Sigma\,(\text{C. D.})}{10} = 2^s6$$

pueda atribuirse íntegramente al error de índice, llegamos a los siguientes resultados, limitados al décimo de segundo:

	v	vv
— 4^m29^s9	0,2	0,04
30.0	0,3	0,09
29.8	0,1	0,01
29.5	— 0,2	0,04
29.5	— 0,2	0,04
29.6	— 0,1	0,01
29.7	0,0	0,00
29.6	— 0,1	0,01
30.0	0,3	0,09
29.8	0,1	0,01
— $4^m29^s7/4$		$[vv] = 0,34$

$$\varepsilon_0 = 0,6745 \sqrt{\frac{0,34}{10 \times 9}} = \pm\, 0^s04.$$

Nos guardaríamos de fundar conclusiones optimistas sobre este pequeño error probable, deducido de sólo diez observaciones que conducen a altos valores residuales.

Aceptamos, con Bouasse, que no debe hilarse muy delgado en las aplicaciones numéricas de los cuadrados mínimos, porque se cae en lo rídiculo. Este autor cita, en su Astronomía teórica y práctica, la

determinación de la diferencia de longitud entre París y Wáshington, mediante el empleo de la telegrafía sin hilos; y dice:

«Pareciera que a propósito se complicó la operación con un cúmulo de comparaciones accesorias que, de ninguna manera, la señalan como modelo. Me bastará decir que las determinaciones aisladas difieren en más de 0^s3 para que el lector sepa lo que valen los milésimos de segundo del número *definitivo*: $5^h17^m36^s651$.»

Echemos nueva ojeada sobre la planillita precedente y preguntémonos si no hubiera sido más discreto, *más en armonía con la naturaleza de las cosas,* suprimir a ojo los resultados individuales segundo y noveno, con sólo verlos en el cuadro XXV (son los resultados — 4^m32^s63 C. I. y — 4^m27^s43 C. D.). Suprimiéndolos, llegaríamos al siguiente promedio: — 4^m29^s67, que difiere en 0^s07 del promedio de la planillita... Estamos perdiendo el tiempo.

Bueno está que las observaciones obtenidas con el manejo de un buen instrumental y con una sola persona, se respeten más en el cálculo. Sean, como ejemplo, las observaciones hechas por el autor con altazimut Gautier y cronómetro sidéreo Fénon, el 15 de febrero de 1917, trabajando a ojo y oído:

		v	vv
1......	— 1^m15^s55	— 0,01	0,0001
2......	15.50	— 0,06	0,0036
3......	15.54	— 0,02	0,0004
4......	15.32	— 0,24	0,0576
5......	15.54	— 0,02	0,0004
6......	15.68	0,12	0,0144
7......	15.68	0,12	0,0144
8......	15.71	0,15	0,0225
	— $1^m15^s56/5$		$[vv] = 0,1134$

$$\varepsilon_0 = 0,6745 \sqrt{\frac{0,1134}{8 \times 7}} = \pm 0^s03.$$

¡Lástima que desentone tanto la cuarta observación! Habría que eliminarla pero, que se la deje o se la saque, el resultado será prácticamente el mismo con un error probable prácticamente igual.

He aquí un ejemplo que tomamos de Herr-Tinter (*Lehrbuch der sphärischen astronomie,* Viena, 1923).

El 4 de julio de 1869 fueron observadas en Viena, con instrumento universal Starke y Kammerer, de limbo zenital de diez pulgadas, las siguientes distancias zenitales de α *Coronae borealis,* al Este:

¿A ojo y oído?

Posición del círculo	Tiempo sidéreo	Lecturas micrométricas I	Lecturas micrométricas II	Nivel: $1^p = 2''26$ *a*	Nivel: $1^p = 2''26$ *i*	Barómetro
	$11^h53^m53^s.9$	256°00′07″.2	0′18″.7	13,5	16,1	
	55 57.9	255 39 37.0	39 47.7	13,1	16,6	
C. D.	58 11.5	255 17 34.6	17 45.8	13,2	16,4	11^h40^m : 753^{mm} a 24°.2 C
	12 00 20.0	254 56 23.0	56 34.8	13,0	16,8	
	2 38.4	254 33 39.7	33 50.6	12,9	16,9	
	12 06 59.2	166 09 27.5	9 24.9	18,2	11,7	
	9 10.0	166 30 56.0	30 53.1	18,0	11,8	
C. I.	11 27.7	166 53 28.1	53 25.8	17,5	12,4	12^h25^m : 753^{mm} a 24° C
	13 25.5	167 12 40.7	12 37.7	17,5	12,5	
	15 48.2	167 35 57.8	35 55.5	17,1	12,8	

La reducción de estas observaciones condujo a los siguientes valores:

C. D.	C. I.
$1^m56^s.78$	$1^m57^s.12$
56.90	57.34
56.95	57.30
57.00	57.08
56.73	57.14

Los resultados individuales aparecen aquí *mezclados* y sin tendencia definida. Se aceptan todos.

Finalmente, si se trabaja con cronógrafo, las diferencias entre los resultados parciales serán menores y ya no cabrá distinguir, puesto que aquéllas girarán alrededor del error medio de observación.

He aquí un ejemplo que tomamos de nuestras observaciones con un telescopio zenital Wanschaff, realizadas el 14 de septiembre de 1917 en el Observatorio astronómico de La Plata:

Número	*v*	*vv*
1	0,030	0,0009
2	0,034	0,0012
3	0,012	0,0001
4	0,139	0,0193
5	0,021	0,0004
6	0,172	0,0296
7	0,026	0,0007
8	0,039	0,0015
	[*vv*] =	0,0537

$$\varepsilon_0 = 0,6745\sqrt{\frac{0,0537}{8\times 7}} = \pm\, 0^s02.$$

C. — MÉTODOS Y PROCEDIMIENTOS

Sobre el método de determinación del tiempo con alturas aisladas de un astro, nada tenemos que agregar a lo poco que dijimos (capítulo V de nuestra primera monografía, tomo CI de los *Anales*).

Pero corresponde aquí que nos hagamos cargo de la siguiente crícrítica ([1]):

« El resultado definitivo de la longitud está caracterizado por un error probable que no corresponde a la realidad, ya que el autor no lo ha depurado de los errores constantes inherentes al método usado. Con la salvedad que implican las consideraciones precedentes, el error probable asignado representaría el error probable interno del resultado alcanzado. »

Preguntamos: ¿cómo podíamos haber depurado *completamente* nuestro resultado definitivo si la estación de la Dársena norte daba las señales horarias en 1923, en forma tan primitiva que ni siquiera quedaba el testimonio cronográfico de las mismas?

Preguntamos: ¿por qué pretender que nosotros desplegáramos una ampulosa actividad de gabinete cuando nuestras observaciones adolecían de dos defectos fundamentales: *a)* enlace astro-reloj por intermedio de *dos* personas; *b)* ignorancia sobre el funcionamiento de la estación radiotelegráfica transmisora?

El puesto de San Martín, en Salta, se encontraba a 130 kilómetros de la estación ferroviaria más próxima; y como sólo cada diez o doce días el auto-correo nos ponía en comunicación con el resto del mundo, hubiera sido inútil, y hasta inaceptable para el desarrollo de las demás operaciones de campaña, esperar noticias de Buenos Aires para saber a qué atenerse. Así y todo, solicité inmediatamente al ingeniero jefe de la construcción que recabara informes sobre la estación de la Dársena norte. Nunca los obtuve oficialmente. Sólo más tarde, cuando quedé libre de trabas administrativas, supe lo que consta en mi monografía primera (tomo CI de los *Anales*, pág. 14).

Creo sinceramente que, tanto en Salta como en el Chaco nacional, desarrollamos la estrategia que mejor convenía a nuestros medios de combate. Dados los defectos fundamentales mencionados, el buen sentido indicaba que, a pesar de tratarse de una campaña expeditiva,

([1]) Es la crítica VII.

era necesario repetir, durante varios días, las operaciones astronómicas y radiotelegráficas. Con riguroso registro en la Dársena norte y en nuestro campo, dos días habrían bastado; faltando este registro, la confianza debía venir de otra parte; y declaramos que los tops de la Dársena norte merecieron nuestra confianza cuando comprobamos que con ellos y en varios y discontinuos días, obteníamos resultados que, ante nuestro equipo, podían calificarse de altamente concordantes.

¿Qué hacíamos, pues, nosotros cada noche? Recogíamos una abunte cosecha de resultados individuales y luego apartábamos, *manu militari,* los que no nos gustaban. Si después de cinco o seis días de tal selección — que tal vez deje espantado a algún miope de gabinete que no tenga la visión neta de nuestra campaña por no haberla vivido nunca — alcanzamos resultados cuya concordancia nos satisfizo plenamente, nada más necesitábamos para convencernos: nuestra misión quedaba cumplida *de la manera más perfecta posible.*

D. — CONDICIONES DE EJECUCIÓN

Después de cuanto dejamos dicho, caeríamos en redundancia si tocáramos los puntos 7, 8 y 9 de la sinopsis de la página 25.

En lo que concierne a los puntos 10 y 11, bastará que patenticemos la modestia de nuestras observaciones confrontando nuestro equipo con los utilizados por otros en campañas análogas:

Teniente de navío Luisoni (División hidrografía del Ministerio de marina, 1922).

- Teodolito universal Bamberg, con micrómetros de 2″;
- Un cronómetro sidéreo Leroy, de contactos eléctricos;
- Un cronógrafo eléctrico Fabarger;
- Estación receptora, con lámpara detectora y cinco lámparas amplificadoras.

Geodesta Jansen (Instituto geográfico militar, 1923):

- Teodolito universal Bamberg con nivel Talcott;
- Dos cronómetros Nardin y Bond, de contactos eléctricos;
- Un cronómetro acompañante Nardin;
- Un cronógrafo a diapasón Fénon;
- Estación receptora con lámpara detectora y dos lámparas amplificadoras, provista de mecanismo autorregistrador de las señales.

Ingenieros Lascano y Aramburo (Ferrocarriles del Estado, 1923):
Teodolito Breithaupt de 10″;
Un reloj de bolsillo marca Omega;
Estación receptora, con lámpara detectora y dos lámparas amplificadoras.

Conclusiones

A modo de conclusiones y de complemento de esta réplica — cuyo excesivo desarrollo débese, tal vez, a la fruición que se experimenta recordando y grabando acontecimientos que dejaron huella en nuestro espíritu, — analicemos las observaciones astronómicas del día 7 de junio de 1923 (cuadros XX al XXIV y XXVII, tomo CI de los *Anales)* (1).

Observaciones de ε Sagittarii

Círculo a la izquierda. — Imposible aceptar el conjunto de los cinco resultados finales. Tal vez en el cuarto haya habido un error grosero de lectura cronométrica, leyéndose 52^s2 en lugar de 53^s2.

Prima facie, hay dos grupos de adopción probable:

Primer grupo	Segundo grupo
— $4^m47^s.66$	— $4^m47^s.66$
47.14	47.95
47.34	48.20

El segundo resultado del primer grupo es francamente anómalo. Para determinar la causa de semejante anomalía deberíamos entrar en lo conjetural. No perdamos tiempo y razonemos sobre los resultados mismos: no puede aceptarse un 47^s14 después de haber encontrado un 47^s95 y un 48^s20. Nos decidimos, pues, por el segundo grupo.

Círculo a la derecha. — Eliminamos el quinto resultado y nos quedan otros cuatro cuya discrepancia máxima es de 0^s5. Es la discrepancia que, a manera de norma general, se admitía en los grupos de valores.

(1) No es nuestro propósito justificar *à outrance* el camino que seguimos en la reducción de estas observaciones o de otras cualesquiera que quisiéramos nuevamente analizar. Más que todo, nos place ahora hacer confesión, generosa e imparcial, de la lógica y del procedimiento que allí nos guiaron. Así, pues, repetimos lo dicho en la monografía *(Anales,* tomo CI, pág. 17): «Si examináramos nuevamente los cálculos, tal vez nos guiara otro criterio en cierta parte de la reducción de las observaciones.»

Observaciones de β Leonis

Círculo a la izquierda. — Muy buenos los últimos cuatro resultados. Se desechó el primero.

Círculo a la derecha. — Estamos probablemente en presencia de las cinco observaciones más discordantes de toda la serie. Sólo divagaríamos si pretendiéramos determinar el origen de anomalías tan desconcertantes. Los resultados cuarto y quinto no sirven, sea que se les compare entre sí o con los otros tres. Estos otros tres podrían admitirse; resolvimos, sin embargo, eliminar el segundo, ya que consideramos que debía ejercer más influencia indirecta el quinto resultado que el cuarto. Llegamos, así, al promedio con C. D. de $4^{m}46^{s}31$.

Para los que consideran que no debe despreciarse ninguna observación que no haya sido tachada o señalada por los operadores, hacemos presente que el promedio de los cinco resultados da $-4^{m}46^{s}29$, valor que, prácticamente, coincide con el anterior.

La combinación de las observaciones de ε *Sagittarii* y de β *Leonis* nos lleva a este valor de la longitud:

$$\omega_1 = 4^{h}02^{m}56^{s}74 \text{ (cuadro XXVII)}.$$

Claro es que a un resultado obtenido de esta manera poco neta y aisladamente, le habríamos concedido escasísima importancia. Por suerte, otras observaciones del día 7, nuestras también, nos brindaron una abundante comprobación.

Primera comprobación

El Gauss, con γ *Velorum,* α *Scorpii* y α *Leonis* da: a $7^{h}24^{m}$ una corrección cronométrica de $-4^{m}46^{s}29$.

Por otra parte, ε *Sagittarii* con β *Leonis* dan: a $9^{h}44^{m}$, una corrección de $-4^{m}44^{s}27$.

Marcha por minuto: $-0^{s},0144$.

Corrección por la marcha, de las $9^{h}44^{m}$ a las $10^{h}02^{m}$ (época del último top radiotelefónico): $+0^{s}26$.

Corrección cronométrica final $= -4^{m}44^{s}27 + 0^{s}26 = -4^{m}44^{s}01$.

Luego

$$\omega_2 = 14^{h} - (10^{h}01^{m}47^{s}20 - 4^{m}44^{s}01) = 4^{h}02^{m}56^{s}81.$$

Este resultado difiere del anterior en $0^{s}07$.

Segunda comprobación

El Gauss, con η *Boötis,* δ *Aquilae* y δ *Centauri* nos da — 4^m43^s54 a 10^h57^m, que, en combinación con — 4^m44^s27 a 9^h44^m del grupo ε *Sagittarii* — β *Leonis,* conduce a un valor

$$\omega_3 = 4^h02^m56^s89.$$

Tercera comprobación

El Gauss, con ε *Virginis,* δ *Pavonis* y δ *Aquilae* da una corrección cronométrica de — $4^m43^s{,}51$ a 10^h45^m, que, combinada otra vez con la dada por el grupo ε *Sagittarii* — β *Leonis,* conduce a este valor de la longitud geográfica:

$$\omega_4 = 4^h02^m56^s77.$$

Finalmente, he aquí una comprobación, limpia de todo defecto:

Los tres Gauss que han sido utilizados en las comprobaciones precedentes dan las siguientes correcciones cronométricas:

$$- 4^m46^s29 \quad a \quad 7^h24^m$$
$$- 4\ \ 43.51 \quad a \quad 10\ \ 45$$
$$- 4\ \ 43.54 \quad a \quad 10\ \ 57.$$

Los dos últimos resultados podemos fundirlos en uno solo y poner

$$- 4^m43^s52 \quad a \quad 10^h50^m;$$

y aplicando la fórmula (1):

$$C = \frac{C_1 + C_2}{2} - 30\mu (T_1 + T_2 - 2T)$$

dada en los *Anales,* tomo CI, página 16, tenemos:

$$C_1 = - 4^m46^s29;$$
$$C_2 = - 4\ \ 43.52;$$
$$\mu = - 0{,}01345 \text{ seg/min}^{-1};$$
$$T_1 = \ \ 7{,}40 \text{ horas};$$
$$T_2 = 10{,}83 \quad » \quad ;$$
$$T = 10{,}03 \quad » \quad ;$$

y luego

$$C = -4^m 44^s 16 \quad a \quad 10^h 01^m 47^s 20.$$

Así llegamos a este *nuevo* valor individual de la longitud :

$$\omega_5 = T_0 - (T + C) = 14^h - (10^h 01^m 47^s 20 - 4^m 44^s 16) = 4^h 02^m 56^s 96,$$

que coincide rigurosamente con otros tres valores del cuadro XXVII (*Anales,* tomo CI, págs. 74 y 75).

En resumen, el valor ω_1 pudo aceptarse como valor individual: primero, porque, según el cuadro XXIX, no es un valor extremo (aun limitándose a la serie de Aramburo); y segundo, porque comparadas las observaciones que conducen a ω_1 con otras absolutamente independientes, se llega a resultados cuya discrepancia no tiene nada de anormal en la misma serie.

ACELERACIÓN MÁXIMA Y ABSORCIÓN DEL MEDIO

Por GALDINO NEGRI

CON LA COLABORACIÓN DE ROSA LAUBERER DE KERN

Un elemento que se debe tener en cuenta en el cálculo de la intensidad y de la aceleración máxima en un punto cualquiera de la superficie terrestre, es la pérdida debida a la absorción del medio.

Como todas las energías que se propagan a través de un medio, así también se comprende que la intensidad del terremoto en un punto cualquiera de la superficie del globo, además que de su distancia del centro del sacudimiento (hipocentro), debe depender de la naturaleza del medio, a través del cual se propagan las ondas producidas por el sacudimiento.

Es de muy fácil comprensión que en dos estaciones que distan del epicentro igual cantidad de kilómetros (200, por ejemplo), pero que el medio interpuesto entre la primera y el epicentro esté constituído por terrenos incoherentes, arenosos; y el interpuesto entre el hipocentro y la segunda estación esté constituído por rocas duras, como los gneis, los doritas, las sienitas, etc., se tendrá, si bien igualmente distante del hipocentro, en la primera una intensidad menor que en la segunda. Esta mayor pérdida de energía con respecto a la primera estación es debida al hecho de que el terreno incoherente arenoso, absorbe más energías que las rocas duras y compactas.

Sabemos que la intensidad del terremoto en un punto, M es medida por la energía desarrollada por ese terremoto sobre la unidad de masa en la unidad de tiempo.

La relación general :

$$I = \frac{1}{2} mV^2 = \frac{1}{2} mA^2t^2,$$

resulta :

$$I = \frac{1}{2} A^2;$$

y con respecto a otro punto tendremos :

$$I_1 = \frac{1}{2} A_1^2;$$

y por lo tanto será :

$$\frac{I}{I_1} = \frac{A^2}{A_1^2},$$

y siendo las intensidades inversamente proporcionales al cuadrado de las distancias, tendremos :

$$\frac{I}{I_1} = \frac{r_1^2}{r^2};$$

o sea :

$$\frac{A^2}{A_1^2} = \frac{r_1^2}{r^2};$$

y en fin tendremos :

$$\frac{A}{A_1} = \frac{r_1}{r}; \qquad (1)$$

es decir, las aceleraciones máximas son : inversamente proporcionales a las respectivas distancias del hipocentro.

Si una de las dos estaciones consideradas fuera el mismo epicentro, se tendría :

$$A_1 = A_0, \qquad r_1 = q;$$

y por lo tanto se tendrá :

$$\frac{A}{A_0} = \frac{q}{r}. \qquad (2)$$

En la práctica se puede substituir S en lugar de r (porque r no es medible directamente, no conociéndose q) y el error de esta substitución si S es superior a algunos centenares de kilómetros es despreciable, puesto que la profundidad de los hipocentros a lo sumo alcanzan valores seguramente menores de 70 kilómetros, valor este que representa la profundidad media de la costra terrestre.

Tendremos así :

$$\frac{A}{A_0} = \frac{q}{S}. \qquad (3)$$

A . A_0 y S son medibles directamente, y, por lo tanto, podremos calcular q.

Pero en la medida de la A y A_0 de la (2) no se tiene en cuenta la pérdida que experimentan las A y las A_0 por la absorción del medio, respectivamente a lo largo de la r y de la q.

Kövesligethy, sismólogo húngaro, introdujo una variante tomando en cuenta dicho factor, y la (2) se convierte en la

$$\frac{A}{A_0} = \frac{q}{r} \cdot e^{-\frac{\alpha}{R}(r-q)}, \qquad (4)$$

donde α es la energía absorbida, e es la base de los logaritmos neperianos, R el radio de la tierra, r el radio sísmico hipocentro estación, q la profundidad del hipocentro.

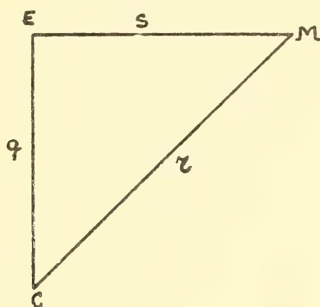


Figura 1

Vamos a ver cómo varía la intensidad con el aumentar de la distancia epicentral. Sea entonces I la intensidad a la unidad de distancia del hipocentro C. Tendremos que para un punto P la intensidad será:

$$I_P = = \frac{I}{r^2};$$

y si asumimos la unidad de distancia bastante pequeña, el kilómetro por ejemplo, tendremos que sensiblemente (a lo menos con muy pequeño error, tanto más considerando que el concepto de hipocentro-punto es una mera abstracción) subsistirá la relación

$$I_P = \frac{I_C}{r^2},$$

donde I_C es la intensidad en el hipocentro, o sea tendremos :

$$I_P = \frac{I_C}{S^2 + q^2}. \qquad (5)$$

Para que la (5) sea sensiblemente verdadera, es necesario que S no sea demasiado grande, para poder sin sensible error, o por lo menos

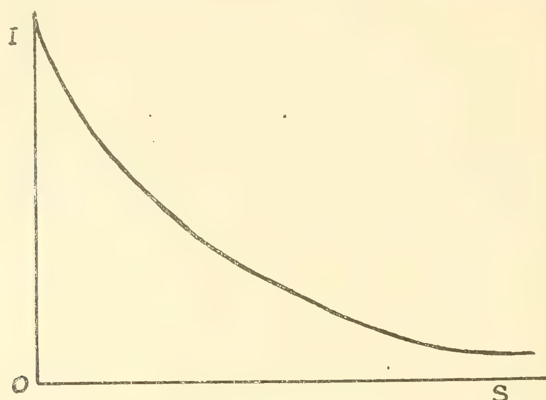


Figura 2

con un error no muy grande, despreciar la pérdida de energías debidas a la absorción del medio.

Por lo pronto se ve que I_P será máximo cuando S sea 0 (siendo I_C

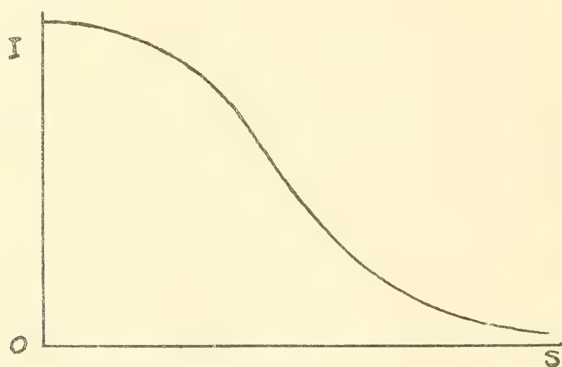


Figura 3

y q constantes para cada terremoto), y entonces el máximo del choque sobre la superficie terrestre lo tendremos en el epicentro.

A partir del epicentro con el aumentar de la distancia epicentral, la intensidad disminuye rápidamente antes, y después desde un cierto

punto aumentando siempre la distancia epicentral, la intensidad disminuye menos rápidamente antes, lentamente después, lentísimamente en seguida, y, en fin, disminuye asintóticamente.

Con la observación directa en zonas epicentrales adyacentes y cercanas con respecto a terremotos muy violentos, y con los sismógrafos ubicados en estaciones lejanas, lejanísimas, remotas o antipodales, se comprobaron esos estados en la variación de intensidad con el aumentar de la distancia epicentral.

Con el solo auxilio de las observaciones no podemos decir cuál será el diagrama de esta intensidad, porque según los datos proporcionados por las observaciones, las dos figuras 2 y 3 representarían las dos la curva de la intensidad, satisfaciendo las dos a cuanto ya se ha expuesto con respecto a dichas observaciones. Se comprende que sólo una de esas curvas será la verdadera; pero ¿cuál de las dos? Veamos. Sea entonces :

$$I_P = \frac{I_C}{S^2 + q^2}.$$

La $I_P \frac{d^2 I_P}{dS^2}$ será positiva si la curva es convexa, y negativa si la curva es cóncava, y en este caso tendremos :

$$I_P \frac{d^2 I_P}{dS^2} = I_P \frac{4I_C q^2 S^2 + 6I_C S^4 - 2I_C q^4}{(S^2 + q^2)^4}. \qquad (6)$$

Ahora, en el origen, haciendo $S = 0$ será :

$$\frac{d^2 I_P}{dS^2} = -\frac{2I_C q^4}{q^8} = -\frac{2I_C}{q^4}.$$

que es negativa, es decir, la curva es cóncava, y se mantendrá tal hasta que :

$$\frac{d^2 I_P}{dS^2} < 0.$$

En el punto donde fuera

$$\frac{d^2 I_P}{dS^2} = 0,$$

tendremos un punto de inflexión, y la curva de cóncava pasará a convexa a través de ese punto.

De la ecuación :

$$4q^2 S^2 + 6S^4 - 2q^4 = 0,$$

despejando S obtengo :

$$S = \frac{q}{\sqrt{3}},$$

o sea :

$$q = S\sqrt{3}.$$

Así que el punto de inflexión de la intensidad se encuentra a una distancia epicentral :

$$S_i = \frac{q}{\sqrt{3}}, \tag{7}$$

distancia que llamo «distancia de inflexión de la intensidad», y la indicaremos con S_i. Substituyendo este valor en la (5) obtengo :

$$I_P = \frac{I_C}{\frac{q^2}{3} + q^2} = \frac{3I_C}{4q^2},$$

que representa el valor de la intensidad en el punto de inflexión, valor que llamaré con I_i; y por lo tanto será :

$$I_i = \frac{3I_C}{4q^2}, \tag{8}$$

S_i e I_i representarán, por lo dicho, las coordenadas del punto de inflexión de la intensidad I, intensidad que llamaré «intensidad de inflexión» y que representaré con la letra I_i.

La relación $q = S\sqrt{3}$ es conocida en sismología como relación de Dutton, y se usa en sismología para la determinación de la profundidad del hipocentro, cuando se puede con suficiente aproximación determinar la distancia de inflexión de la intensidad, que en la práctica generalmente es determinada investigando a qué distancia empiezan a disminuir los efectos dinámicos del terremoto.

La I_P será, por lo visto, una línea cóncava, y después se volverá convexa a través de un punto de inflexión, disminuyendo asintóticamente, como lo demuestra la figura 3.

Si en lugar de la intensidad, consideramos la aceleración máxima para cuanto hemos dicho, tendremos :

$$A_P = \frac{A_C}{r} = A_C(S^2 + q^2)^{-\frac{1}{2}},$$

y derivando dos veces obtengo :

$$\frac{d^2 A_P}{dS^2} = - A_C S \left\{ - 6S (S^2 + q^2)^{-\frac{5}{2}} \right\} - A_C (S^2 + q^2)^{-\frac{3}{2}}.$$

Igualando a 0 el segundo miembro, y resolviendo la ecuación despejando S, obtengo :

$$S = \frac{q}{\sqrt{2}};$$

y por lo tanto :

$$q = S\sqrt{2};$$

y usando una notación análoga a la usada para la intensidad, tendremos :

$$S_i' = \frac{q}{\sqrt{2}}$$

(llamo con S_i' la distancia epicentral correspondiente al punto de inflexión de la aceleración máxima, y llamaré esa distancia «distancia de inflexión de la aceleración»).

Naturalmente que si el medio de las capas terrestres a través de las cuales se transmite el choque sísmico, a partir del hipocentro fuera homogéneo en todas direcciones, la S_i' sería igual para todas las direcciones, y la línea que uniere los puntos de inflexiones de la aceleración máxima, sería evidentemente una circunferencia, es decir, la isosista de inflexión de la aceleración máxima, sería una circunferencia, mientras que en realidad no la es, variando generalmente el medio a través del cual se transmite el choque sísmico de dirección a dirección. Se comprende que cuanto digo para la aceleración máxima, vale para las intensidades.

Hemos visto que la intensidad en un punto P de la superficie terrestre es expresada con $\frac{I_C}{r^2}$; y la aceleración máxima con $\frac{A_C}{r}$.

Se ve evidentemente que la intensidad debe disminuir más rápidamente que la aceleración máxima, así que el punto de inflexión de la intensidad debe encontrarse a una distancia epicentral menor que el punto de inflexión de la aceleración máxima.

De las dos relaciones

$$q = S_i\sqrt{3}, \qquad q = S_i'\sqrt{2},$$

tendremos :

$$S_i\sqrt{3} = S_i'\sqrt{2};$$

o sea :

$$\frac{S_i}{S_i'} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}, \qquad (9)$$

es decir : las relaciones entre las dos distancias epicentrales correspondientes respectivamente a los dos puntos de inflexión están entre sí como $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

En sismología, como se sabe, para medir la intensidad hay escalas empíricas con los grados I, II, III, IV, V, VI, ..., XII, etc., y con esos grados se abarcan todas las aceleraciones desde una pequeña fracción de milímetros hasta 12000 milímetros por segundo (aceleración ésta, por supuesto, nunca alcanzada, ni aun en los sismos más violentos, por lo menos en nuestra era).

Los terremotos más fuertes desde la época histórica hasta nuestros días ciertamente no alcanzaron nunca 6000 milímetros por segundo.

Los grados correspondientes a dicha escala, claro está, son empíricos, y arbitrarios por lo tanto.

A Omori le pareció que la profundidad hipocentral proporcionada por las relaciones de Dutton era muy grande, y por lo tanto construyó una curva; la ordenada de las cuales son cantidades proporcionales a los diferentes efectos producidos por la aceleración máxima de las partículas terrestres bajo la acción del choque sísmico.

La relación de Dutton se obtiene, como hemos dicho, considerando primeramente la intensidad variable con el cuadrado de la distancia; y aplicando conceptos rigurosamente matemáticos, se ha visto que la curva correspondiente es cóncava antes, convexa después a través de un punto de inflexión; resultando que la distancia de inflexión de las intensidades es independiente de la intensidad del choque sísmico en el hipocentro (o en el epicentro). La modificación introducida por Omori, se debe tal vez al hecho de que en la fórmula de Dutton no se tiene en cuenta el factor geológico que, como es bien sabido, juéga un rol muy importante en dichos cálculos.

El diagrama determinado de la ecuación ya vista y que llamaré *curva de la aceleración máxima* es análogamente a la de las intensida-

des, primeramente cóncava, y después convexa a través de un punto de inflexión, disminuyendo después asintóticamente. Si en la

$$A_P = \frac{A_C}{\sqrt{S^2 + q^2}},$$

en lugar de S, pongo :

$$S_i' = \frac{q}{\sqrt{2}},$$

obtengo :

$$A_P = \frac{A_C}{\sqrt{\frac{q^2}{2} + q^2}} = \frac{A_C}{\sqrt{\frac{3q^2}{2}}},$$

o sea :

$$A_P = \frac{A_C}{q}\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

En este caso será :

$$A_P = A_i = \frac{A_C}{q}\sqrt{\frac{2}{3}}. \qquad (10)$$

Hemos dicho que los grados correspondientes a la intensidad son empíricos, pero en algunas relaciones han dado buen resultado, especialmente en la relación de Kövesligethy, introduciendo en ella los grados correspondientes a los grados de intensidad de la escala empírica de Cancani, como veremos más adelante.

Como se sabe, los elementos más importantes que determinan el poder destructivo de un terremoto a igualdad de otras condiciones, son el período y la amplitud de onda, elementos de los cuales depende la aceleración máxima.

Estos elementos están ligados por las relaciones

$$A = \frac{4\pi^2 a}{T^2},$$

en la cual a representa el doble de la amplitud de las vibraciones del suelo, T el doble período, A la aceleración máxima.

La amplitud de onda y el período no pueden determinarse más que por medio de los sismógrafos, prácticamente se puede también en algunos casos determinar la amplitud de onda, conociendo preventivamente cuál sería el desplazamiento mínimo que debería sufrir un cierto cuerpo para que este cuerpo efectúe un determinado movimiento.

En la cuarta reunión de la Comisión permanente de la Asociación internacional de sismología, en Manchester, del 18 al 29 de julio de 1911, el príncipe de Galitzín, el gran sismólogo ruso, dió una lección con el objeto de proponer una escala dinámica experimental, apta para substituir a las actuales escalas de intensidad, que, como he dicho, son empíricas.

El principio basa sobre el volcamiento de paralelepípedos rectangulares puestos en pie, todos de igual base, pero de diferentes alturas. El volcamiento de un paralepípedo, y no el del siguiente o del precedente, proporciona dos valores límites de la aceleración máxima.

La idea no es nueva, ni se debe atribuir entonces esta idea al príncipe de Galitzín, como comúnmente se cree, porque ya antes que por él fué aplicada un poco por todos, pero el príncipe de Galitzín ha introducido en el método algunas modificaciones aparentemente insignificantes, pero que tienen una grande importancia. Consiste esta modificación en el hacer apoyar los paralepípedos rectangulares en el suelo por medio de dos listones de bronce paralelos, contenidos en las dos caras mayores de las cuatro verticales que contiene el paralepípedo. Queda así, con esta modificación, mejor definido el eje de rotación del paralepípedo, y cuando éste ha recibido un empuje y oscile, su amplitud y su período disminuye rápidamente (el ensayo es fácil e instructivo) así rápidamente, que la amplitud no puede ser exagerada por la resonancia con los períodos del movimiento del suelo. Se tendrán en substancia en el paralepípedo, las condiciones de un rápido amortiguamiento, subsistiendo la proposición de que la relación entre dos amplitudes sucesivas es constante.

Por lo visto, el paralepípedo cae sólo si la aceleración ha sido la necesaria para que la relación de inercia vuelque el blok, y no para engrandecimientos debidos a resonancias. En la suposición que el movimiento del suelo sea armónico, sólo tiene influencia la aceleración sobre la caída de los bloks.

Los ensayos hechos con la plataforma oscilante, dijeron que realmente la aceleración del movimiento forzado, eran la determinante de la caída del paralepípedo. Variando la amplitud, para que se efectuara la caída, se necesitaba variar el período, y variarlo en tanto de modo que la aceleración quedara constante.

El docto conferenciante, príncipe de Galitzín, después que expuso la teoría del aparato, desarrolló los cálculos que le han permitido proporcionar las dimensiones de los paralepípedos correspondientes con los diferentes grados de la escala sísmica.

La aproximación entre los valores observados y calculados es buena. En la práctica se buscarán paralepípedos de una madera homogénea en cuanto sea posible, ancho dos centímetros y largo once, que se dispondrán en pie sobre listones de bronce, altos dos milímetros de la base.

Con respecto a la altura, hemos visto que ésta deberá variar de paralepípedo a paralepípedo, debiendo ser para el volcamiento tanto mayor, cuanto más pequeña es la intensidad con la cual ese paralepípedo está investido. La altura correspondiente a la aceleración máxima correspondiente al volcamiento, se puede ver en la siguiente tabla :

H (Altura de los paralepípedos)	A (Aceleración máxima correspondiente al volcamiento)
7.9 cm	200 cm/s
8.9	180
10.0	160
11.5	140
13.5	120
16.3	100
20.4	80
27.4	60
41.3	40
82.9	20

De la aceleración máxima de volcamiento del paralepípedo se puede después, sin más, obtener la intensidad correspondiente, de la siguiente tabla de Cancani :

	G (grado)	A (acel. máx.)
I................	0 mm	2.5 mm/s
II................	2.5	5
III................	5	10
IV................	10	25
V................	25	50
VI................	50	100
VII................	100	250
VIII................	250	500
IX................	500	1000
X................	1000	2500
XI................	2500	5000
XII................	5000	10000

En las relaciones :

$$A_P = \frac{A_C}{\sqrt{S^2 + q^2}} \qquad y \qquad A_i = \frac{A_C}{q}\sqrt{\frac{2}{3}},$$

la cantidad A_C que representa la aceleración máxima en el hipocentro, nosotros no podemos medirla, se comprende. Volveremos, por lo tanto, a la relación :

$$\frac{A_0}{A} = \frac{r}{q} = \frac{\sqrt{S^2 + q^2}}{q},$$

de la cual obtengo :

$$q = \frac{AS}{\sqrt{A_0^2 - A^2}} = \frac{A_i S_i'}{\sqrt{A_0^2 - A_i^2}};$$

y para el punto de inflexión, siendo

$$q = S_i' \sqrt{2},$$

tendremos :

$$S_i' \sqrt{2} = \frac{A_i S_i'}{\sqrt{A_0^2 - A^2}},$$

de la cual obtengo sucesivamente :

$$\frac{A_i}{\sqrt{A_0^2 - A_i^2}} = \sqrt{2} \qquad \text{y} \qquad A_i = A_0 \sqrt{\frac{2}{3}}, \tag{11}$$

relación que más rápidamente se puede obtener de la (10), siendo

$$\frac{A_C}{q} = A_0,$$

relación ésta que permite calcular la aceleración máxima de inflexión, cuando se conoce el valor de la aceleración en el epicentro.

Más arriba hemos visto que es preferible en los cálculos usar la aceleración máxima en lugar de la intensidad (porque éstas son representadas por escalas empíricas, mientras que los valores correspondientes a la aceleración máxima podemos apreciarla con más exactitud), con excepción de una relación (dicha de Cancani-Kövesligethy), la cual da muy buen resultado, y que liga las aceleraciones con el grado de intensidad.

$$G_0 - G = 3 \log_{10} \frac{A_0}{A}, \tag{12}$$

en la cual G_0 y A_0 son respectivamente los grados de intensidad de la escala Cancani en el epicentro, y G y A representan los valores de los mismos elementos en una estación cualquiera.

En otra de mis memorias, transformando oportunamente las relaciones Cancani-Kôvesligethy (transformación muy simple y que facilita mucho los cálculos, que fué publicada por primera vez en 1913 por la *Revista Astronómica de España y América,* y comentada después muy favorablemente por el *Boletín de la Sociedad Sismológica Italiana,* obtuve:

$$q = \frac{S}{\sqrt{10^{\frac{2}{3}(G_0 - G)} - 1}};$$

donde G representa el grado de intensidad de la escala Cancani en la distancia epicentral S, correspondiente a una aceleración máxima A, y G_0 el grado de intensidad en el epicentro correspondiente a la aceleración A_0.

Substituirá, por lo tanto, también la siguiente:

$$q = \frac{S}{\sqrt{10^{\frac{2}{3}(G_0 - G_i)} - 1}};$$

donde G_i es el grado de intensidad correspondiente a la distancia de inflexión de la misma intensidad. Por consiguiente tendremos:

$$\frac{S_i}{\sqrt{10^{\frac{2}{3}(G_0 - G_i)} - 1}} = S_i\sqrt{3};$$

y con sucesivas transformaciones obtengo:

$$G_0 - G_i = \frac{3}{2}\log_{10}\cdot\frac{4}{3};$$

y, en fin:

$$G_i = G_0 - 0{,}187. \qquad (13)$$

Se ve que en el punto de inflexión el grado de intensidad es muy poco diferente al grado del epicentro-punto, y también del epicentro-zona; a más razón será que todos los demás puntos de una zona epicentral tendrán la misma intensidad que el epicentro-punto, lo que viene a comprobar una vez más que el epicentro-punto en la naturaleza no existe, debiéndolo solamente considerar como una mera abstracción matemática para facilitar los cálculos.

Por consiguiente, todos los puntos de la zona epicentral deberán estar representados por las isosistas del mismo grado; todo esto se

comprende, siempre que no se tenga en cuenta el coeficiente de absorción, que por mínimo que sea en los subsuelos compactos, formados por rocas arcaicas muy elásticas, como los granitos, pórfidos, dioritas, etc., sin embargo, especialmente para terremotos muy fuertes, la absorción no es despreciable, y por consiguiente, desde el punto central de la zona epicentral hasta el punto de inflexión de la intensidad, la diminución de ésta, debida a la absorción del medio, no debe despreciarse; así que será sensible la diferencia entre el valor del grado de la isosista epicentral, y el valor del grado de la isosista de inflexión.

A más razón no debe despreciarse la variación debida a esta absorción en los subsuelos incoherentes, poco compactos, arenosos, etc., en los cuales la absorción adquiere sus valores máximos.

Volviendo a nuestro argumento, hemos obtenido las relaciones :

$$S_i = \frac{q}{\sqrt{3}} \qquad \text{y} \qquad S_i' = \frac{q}{\sqrt{2}}.$$

Ahora admitamos que q como máximo adquiere un valor de 60 kilómetros (valor que nunca podrá alcanzar. Ver mi memoria *Determinación de la profundidad de la costra terrestre con elementos sismológicos),* se ve que tanto S_i como S_i' no llegan a 45 kilómetros, así que prácticamente esos dos puntos se pueden considerar pertenecientes a la zona epicentral.

Y ahora venimos a la absorción del medio.

Sea B el valor de las aceleraciones medidas (que supondremos medida rigurosamente, obteniendo un valor muy exacto, o por lo menos muy cercano al verdadero, cosa muy difícil de obtener aún con los paralepípedos de Galitzín), en P, y A el valor que tendría esa aceleración haciendo caso omiso de la absorción del medio. Evidentemente será $A > B$ y entonces será $A - B = \alpha$ siendo α el valor de la aceleración perdida desde C hasta P a lo largo de la CP debido a la absorción del medio (fig. 1).

Siendo :

$$A = A_0 \frac{q}{r},$$

será :

$$B = A - \alpha = A_0 \frac{q}{r} - \alpha;$$

o sea :

$$B = \frac{A_0 q - r\alpha}{r},$$

siendo A_0 la aceleración máxima en el epicentro, no calculando la pérdida debida a la absorción del medio, y llamando con φ el valor de la absorción medio kilómetro a lo largo de la CP desde C hasta P, será evidentemente :

$$\varphi = \frac{\alpha}{r},$$

y de la

$$rB = A_0 q - r\alpha,$$

obtengo :

$$\alpha = \frac{A_0 q - rB}{r},$$

y siendo

$$\varphi = \frac{A - B}{r} = \frac{\alpha}{r},$$

tendré :

$$\varphi = \frac{A_0 q - rB}{r^2}.$$

Para distancias no demasiado grandes, tendremos :

$$r^2 = S^2 + q^2,$$

y por lo tanto será :

$$\varphi = \frac{A - B}{\sqrt{q^2 + S^2}} = (A - B)\,(q^2 + S^2)^{-\frac{1}{2}}.$$

Haciendo la derivada segunda de esta función obtengo :

$$\frac{d^2\varphi}{dS^2} = (A - B) \cdot \frac{1}{(S + q^2)^{\frac{3}{2}}} \left\{ \frac{3S^2}{S^2 + q^2} - 1 \right\};$$

y

$$\varphi \frac{d^2\varphi}{dS^2} = \frac{(A - B)^2}{(S + q^2)^2} \left\{ \frac{3S^2}{S^2 + q^2} - 1 \right\}. \qquad (14)$$

Siendo $A > B$, será $\frac{(A - B)^2}{(S^2 + q^2)^2}$ siempre positiva; mientras el otro factor $\left(\frac{3S^2}{S^2 + q^2} - 1\right)$ podrá ser positivo o negativo según que

$$\frac{3S^2}{S^2 + q^2} - 1 \gtrless 0,$$

o lo que es lo mismo según que

$$2S^2 - q^2 \gtrless 0.$$

Ahora para que $2S^2 - q^2$ sea menor de cero, o sea :

$$2S^2 - q^2 < 0,$$

deberá ser :

$$S > \frac{q}{\sqrt{2}};$$

y por lo tanto para todos los valores de S comprendidos entre cero y $\frac{q}{\sqrt{2}}$, la expresión $\left(\frac{3S^2}{S^2 + q^2} - 1\right)$ es y se mantiene negativa, y la curva de la absorción entre estos dos límites es y se mantiene cóncava. Es decir, la curva se mantiene cóncava para todos los valores de S comprendidos entre el epicentro (cero) y

$$D_i = \frac{q}{\sqrt{2}},$$

(llamando con D_i la distancia epicentral correspondiente a la inflexión de la curva de la absorción).

Para

$$S < \frac{q}{\sqrt{2}},$$

la fracción $\frac{3S^2}{S^2 + q^2} - 1$ se vuelve y se mantiene siempre positiva, y positiva se volverá también la $\varphi \frac{d^2\varphi}{dS^2}$; y por consiguiente la curva será convexa.

Para

$$S = \frac{q}{\sqrt{2}},$$

la $\varphi \frac{d^2\varphi}{dS^2}$ se anula, y por consiguiente a esta distancia la curva presentará un punto de inflexión.

Substituyendo en la función primitiva

$$\varphi = \frac{A - B}{r_i} = \frac{A - B}{\sqrt{S^2 + q^2}},$$

el valor

$$D_i = \frac{q}{\sqrt{2}}$$

en lugar de S, obtengo :

$$\varphi = \frac{A - B}{q}\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Este valor representa la absorción medio kilométrica a lo largo del radio sísmico que emerge à la distancia epicentral D_i.

Si en la

$$\varphi = \frac{A - B}{\sqrt{q^2 + S^2}},$$

hago $S = 0$, obtengo :

$$\varphi = \frac{A - B}{q},$$

que representa el valor de la absorción medio kilométrica desde el hipocentro hasta el epicentro.

Para ilustrar lo expuesto, tomaremos el terremoto de Owari, del 28 de octubre de 1891, ya mencionado en otros trabajos.

Para ese terremoto Omori calculó la profundidad del hipocentro en 15.5 kilómetros, y aplicando las relaciones ya expuestas obtengo 15.6.

La aceleración máxima en el epicentro fué calculada por Omori experimentalmente con un valor mayor de 4300 milímetros por segundo; y aplicando las relaciones expuestas obtuve 4370 milímetros por segundo. La concordancia es bastante sensible y, por lo tanto, poniendo en juego los valores $A_0 = 4370$ mm/seg, $S = 270$ km. (Distancia epicentral de Tokio) y B (Tokio) $= 230$ mm/seg, obtuve :

$$q = 15.6, \qquad \varphi = 0.083 \text{ mm} \qquad \text{y} \qquad \frac{\alpha}{R} = 0.0036,$$

es decir, entre el hipocentro y Tokio el valor medio kilométrico de la absorción está representado por 0.083 milímetros por segundo, y el coeficiente de absorción está representado por 0.0036.

Consideremos otro caso. El terremoto Siculo-Calabro de 1908.

En otros trabajos he determinado respecto a dicho terremoto los siguientes valores : $A_0 = 2000$ mm/seg. Distancia media epicentral la isosista VI 86.4 km, $q = 9$. Con estos elementos obtuve :

$$\varphi = 1.5 \text{ mm/seg} \qquad \text{y} \qquad \frac{\alpha}{R} = 0.0209.$$

El doctor Oddone obtuvo en el estudio de este terremoto

$$\frac{\alpha}{R} = 0.0204.$$

Así que para el terremoto de Owari hemos obtenido

$$\alpha = 0.0036,$$

es decir, estamos en el orden de los milésimos, y para el terremoto Siculo-Calabro hemos obtenido

$$\alpha = 0.0204,$$

es decir, en el orden de los centésimos.

¡Qué diferencia enorme entre el valor de estos dos coeficientes de absorción! El relativo al terremoto de Owari nos dice que las rocas del subsuelo eran duras, arcaicas, compactas y elásticas, y por lo tanto la pérdida debida a la absorción del medio era muy pequeña, mientras que el relativo al Siculo-Calabro nos dice que el coeficiente de absorción fué muy grande, porque el subsuelo estaba formado de materiales incoherentes, desgregables, poco compactos, poco o apenas elásticos.

Se ve de lo expuesto, que los estudios y las investigaciones de los valores de los coeficientes de absorción del medio tienen un gran valor con respecto especialmente en los puntos ubicados en las zonas epicentrales e inmediatamente adyacentes, es decir, para las zonas comprendidas entre las dos isosistas más altas.

Los valores de esos coeficientes podrán proporcionarnos un criterio muy valioso acerca de la constitución del subsuelo correspondiente o dichas zonas epicentrales, porque está a la vista que cuanto más duro, compacto, elástico y coherente es dicho subsuelo, tanto menor será el valor de dicho coeficiente; mientras que con respecto a un subsuelo incoherente y poco elástico, tanto mayor será el valor del mismo coeficiente.

Y si para algunos puntos epicentrales resultara un coeficiente de absorción extremadamente pequeño, se deberá pensar que existe un subsuelo eminentemente metálico, quiero decir, un subsuelo rico en yacimientos metálicos, especialmente en su estado nativo.

¡Qué gran utilidad presentaría si se encaminaran los estudios de la geofísica, y especialmente de la sismología en este sentido, y también con explosivos y con sismógrafos portátiles en nuestro país, es-

pecialmente en las zonas de altas actividades sísmicas, como Mendoza y San Juan, y en todos los puntos donde haya manifestaciones volcánicas primarias o secundarias!

Estas investigaciones no sólo serán de utilidad para el geofísico y el sismólogo, sino también para el ingeniero que busca lo productos del subsuelo; porque la variación de conductibilidad de las ondas sísmicas, la variación del grado geotérmico, la variación del coeficiente de absorción; la forma y superficie de la isosista, la variación de la presión de los vapores emanantes de las fumarolas y soffiones, pueden proporcionar a dichos ingenieros criterios para el cateo de los productos minerales que nos esconde la costra terrestre.

Ya es hora que con respecto al estudio de la geofísica, y especialmente de la meteorología y de la geodinámica tanto desde el punto de vista científico como en el de la práctica, nos pongamos en esta senda con estudios serios de investigación, dejando en lugar secundario los métodos antiguos y rutinarios que, como ya sabemos, nos proporcionan muy mezquinos resultados.

Por lo tanto, nuestro país debe ponerse a la altura de los demás, donde se estudia con empeño la geofísica, para poder así por el honor de la Argentina y por el adelanto de la geofísica en algunos años ponernos al nivel de los demás países.

Puesto que aquí tratamos de un ramo de la geofísica, o mejor de la geodinámica, me pregunto : ¿Por qué hasta la fecha, a pesar de los votos del Congreso de Buenos Aires de 1910 y de otros empujes y estímulos que nos llegan desde Europa y Norte América, todavía no se organizó una verdadera red sísmica, como la tiene Chile y otros países de Sud América? ¿Por qué no se inician en este ramo las investigaciones en nuestro país; en las zonas andinas más castigadas por los terremotos, encaminando las investigaciones para determinar los elementos sísmicos, sea desde el punto de vista de la sismología pura, sea desde el punto de vista de la sismo-ingeniería, aportando nuestro contributo a los estudios de la sismología nacional y mundial?

En la Argentina, en su vasta extensión hay diseminados algunos estudiosos de sismología, que reunidos podrían dar un buen impulso a esos estudios, y también respecto a los estudios de los demás ramos de la geofísica. ¿Por qué la autoridad nacional no crea con espíritu altamente patriótico el órgano, oficina o instituto, como quiera llamarse, que a todos los vincule, y al coordenar y centralizar sus tra-

bajos, los haga converger en bien y progreso de la ciencia universal?

Estos son los anhelos y los votos con que cierro la presente memoria, esperando verlos realizados en un día no muy lejano.

Agradezco a mi colaboradora, señora Rosa Lauberer de Kern por su cooperación, no sólo en la inteligente búsqueda a través de libros y revistas de los valores numéricos que me sirvieron para poner en relieve cuanto expongo, sino también en la compilación misma del trabajo para poderlo presentar en forma a la Sociedad Científica Argentina para su publicación en los *Anales* de la misma.

Buenos Aires, 25 de marzo de 1926.

LAS LATITUDES CRECIENTES CONSIDERADAS COMO LOGARITMOS

Y SUS PRINCIPALES APLICACIONES

ESPECIALMENTE A LA RESOLUCIÓN DE LOS PROBLEMAS DEL TRIÁNGULO DE POSICIÓN

POR ÁNGEL PÉREZ

Introducción

En nuestro anterior trabajo sobre las *líneas* y *funciones versas* de Mendoza y sus principales aplicaciones a la resolución de los problemas astronómicos del triángulo de posición, publicado en los *Anales de la Sociedad Científica Argentina,* tomo LXXIX, página 289 y siguientes, se habló incidentalmente de las nuevas funciones goniométricas que se conocen con el nombre de *lambdas* y *colambdas.*

Ellas no vienen a ser otra cosa que las *latitudes crecientes,* de antiguo conocidas, puesto que su descubrimiento se atribuye a Gerardo o Nicolás Kauffmann (Mercator) en 1569, al inventar las *cartas esféricas* o *reducidas,* usadas por todos los marinos.

A decir verdad, esa invención trascendental le ha sido discutida por varios de sus contemporáneos, entre otros, por Henry Wright; quien, según Mendoza, fué el primero que calculó una tabla de *latitudes crecientes.* Modernamente se atribuye el invento al matemático portugués Pedro Nunes o Nunhes, quien parece tratara de la *loxodromía* en alguna de sus obras que vió la luz en 1537 [1].

Las *latitudes crecientes* o *partes meridionales* de los marinos españoles son el elemento fundamental para la construcción de las *cartas*

[1] Deseando cerciorarme de la exactitud de esa afirmación, consulté el *Tratado de la esfera* del celebre inventor del *nonio,* en la biblioteca de la Universidad de Salamanca, en 1924, sin poder hallar noticia concreta de ello, pero sí varios planos y trazados que recuerdan vagamente la configuración de la *curva* llamada *loxodriomica* por los marinos. *(Nota del autor.)*

marinas, y se han calculado, ya considerando la tierra como esférica, ya como elipsoide de revolución al rededor de su eje menor.

De esta última especie son las tabuladas por el ilustre ex director de nuestra Escuela Naval y exprofesor de las Universidades de Buenos Aires y La Plata, don Francisco Beuf, ha muchos años fallecido.

No se había hecho más que esa aplicación de las *latitudes crecientes,* hasta una época relativamente moderna, hasta los trabajos emprendidos en el profesorado de la Escuela Naval francesa por Mr. Guyou. El algoritmo atribuído a Mercator fué el fundamento que con la teoría de los círculos y rectas de altura permitieran a Mr. Guyou idear un método de situación en el mar, que describe en un opúsculo aparecido en 1884 y que tituló *Tables de poche donnant le point observé et les droites de hauteurs.*

Esta obrita, conocida por el profesor Pastor, y que menciona y utiliza en parte en su *Tratado de Navegación* (impreso por Coni Hnos., 1896, 1898), es, se dice, tan concisa que sólo con gran trabajo de investigación pudo extender el método el profesor de la Escuela Naval española, don José A. Barreda, a la resolución de otros problemas, a más del de la determinación del *horario* y del *azimut,* que es el que sobre todo ocupa a Mr. Guyon ([1]).

Barreda publicó, en 1897, en El Ferrol, una obra titulada *Nuevos procedimientos de navegación astronómica,* la que llegó a nuestras manos hace mucho tiempo. La hemos leído con detención y comentado con amplitud, ofreciendo hoy a nuestros lectores, a más de doctrinas de tan meritoria obra, el fruto de nuestras meditaciones, condensado en variados procedimientos para mejorar unas veces y variar otras, métodos de cálculo, los que tratamos de vulgarizar, facilitando su práctica con nuevas tablas que hemos calculado, y de que ofrecemos una muestra en el presente trabajo.

I

Origen y significado del algoritmo atribuído a Nicolás Kauffmann (Mercator)

1. Sabido es que la *distancia mínima* entre dos puntos de la superficie terrestre, considerada como esférica, es el arco menor de círculo

([1]) El autor de este trabajo, a pesar de muchas diligencias y aun de personarse en la casa editora de París, no ha logrado leer las *Tables de poche* de Mr. Guyon.

máximo que une dichos puntos. A esta distancia le aplican los marinos el calificativo de *ortodrómica,* así como a la navegación en que se sigue el arco de círculo máximo.

No siempre puede recorrerse la *derrota* o ruta que marca el arco de círculo máximo; bien porque éste llegue a pasar por altas latitudes que expondrían el buque a peligrosos contratiempos, bien porque ella se aparte de corrientes o vientos que pudieran impulsar la nave en dirección favorable para alcanzar el puerto de destino.

Por otra parte, la navegación ortodrómica, seguida con todo rigor, obliga a un continuo cambio del ángulo de *rumbo,* operación molesta para las prácticas marineras.

Más cuando es solo este inconveniente el que se opone al seguimiento del arco de círculo máximo, se le soslaya, modificando el rumbo a ciertos intervalos que se navegan por pequeñas *loxodromías,* es decir, siguiendo direcciones que forman un *ángulo constante* con los meridianos atravesados en la derrota durante cada uno de esos intervalos.

2. Importa pues, establecer la *ecuación de la curva loxodrómica sobre la Tierra considerada como esférica.*

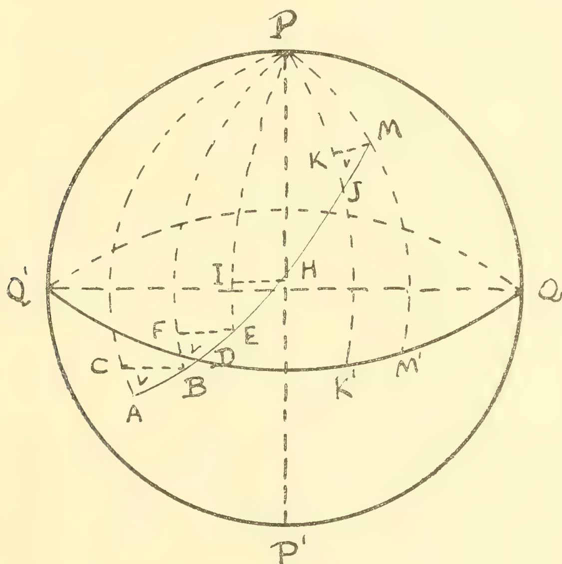


Figura 1

Sean : PQP′Q′ (fig. 1) la esfera terrestre proyectada sobre un meridiano, A y M los puntos de salida y llegada conocidos por sus lati-

tudes l, l' y su longitudes g, g', AM la *derrota loxodrómica*, es decir, tal que corta bajo un ángulo invariable V a todos los meridianos que atraviesa.

Nos proponemos hallar una relación entre las latitudes y longitudes de los puntos A y M y el ángulo constante V que la curva ABD ... M forma con los meridianos.

Para ello, imaginaremos dividida la derrota en un número n muy grande de partes iguales; cada una de ellas, por ejemplo, AB, será por consiguiente, muy pequeña; y si suponemos trazados los arcos de meridiano y paralelo correspondientes a cada una de esas porciones iguales

$$AB = BE = EH = ... = JM$$

quedará formada una multitud de triángulos rectángulos, cuya pequeñez nos permitirá considerarlos como rectilíneos; además, como en ellos es constante el ángulo V y las hipotenusas son iguales, tales triángulos serán idénticos o congruentes :

$$\Delta\, ABC = \Delta\, BEF = \Delta\, EHI = ... = \Delta\, JMK.$$

Tendrán, por tanto, iguales los elementos según los meridianos :

$$AC = BF = EI = ... = JK$$

que designaremos por Δl, y según los paralelos

$$BC = EF = HI = ... = MK$$

que denotaremos con Δa. A este ultimo elemento, llamado *apartamiento* o camino este oeste, por los marinos, debemos convertirlo en elemento de longitud.

Desde luego tenemos, que :

$$BC = \Delta l \, . \, \mathrm{tg}\, V, \qquad EF = \Delta l \, . \, \mathrm{tg}\, V,$$
$$HI = \Delta l \, . \, \mathrm{tg}\, V \; ... \; MK = \Delta l \, . \, \mathrm{tg}\, V. \qquad (1)$$

3. Existe una relación fácil de investigar entre el *apartamiento* y la *diferencia en longitud,* o sea entre el arco de paralelo y el arco semejante de ecuador en la hipótesis de la esfericidad de la Tierra.

Sea AB (fig. 2) el arco de paralelo y A'B' el arco semejante de ecuador. Según la geometría, tenemos :

$$AB : A'B' = OA : O'A' \qquad (2)$$

o bien

$$\Delta a : \Delta g = r : \mathrm{R}$$

representando por Δa el arco de paralelo y por Δg el arco semejante de ecuador.

Proyectando sobre el plano del ecuador el radio OA del paralelo, la longitud O′D de la proyección, será igual a r y el Δ O′AD da para su valor

$$\mathrm{O'D} = \mathrm{O'A} \cos \mathrm{AO'D},$$

es decir,

$$r = \mathrm{R} \cos l, \tag{3}$$

designando por l el ángulo AO′A′, latitud del paralelo.

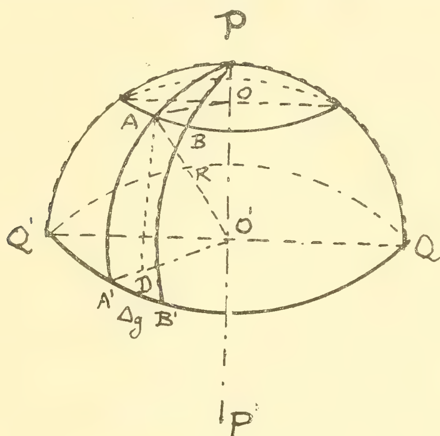


Figura 2

De la (3) llevada a la (2) sale :

$$\Delta a : \Delta g = \mathrm{R} . \cos l : \mathrm{R}, \tag{4}$$

$$\Delta g = \frac{\Delta a}{\cos l}, \tag{5}$$

$$\Delta a = \Delta g \cos l. \tag{6}$$

Llevando este valor y los correspondientes a las relaciones (1) tendremos :

$$\mathrm{BC} = \Delta g \cos (l + \Delta l), \qquad \mathrm{EF} = \Delta g \cos [l + 2\Delta l],$$

$$\mathrm{MI} = \Delta g \cos [l + 3\Delta l] \ldots \mathrm{MK} = \Delta g \cos l' = \Delta l \operatorname{tg} \mathrm{V},$$

y todos los segundos miembros iguales a $\Delta l \operatorname{tg} \mathrm{V}$.

Deduciendo de aquí los elementos Δg, será :

$$\Delta g = \frac{\Delta l}{\cos(l + \Delta l)} \operatorname{tg} V, \qquad \Delta g = \frac{\Delta l}{\cos[l + 2\Delta l]} \operatorname{tg} V,$$

$$\Delta g = \frac{\Delta l}{\cos[l + 3\Delta l]} \operatorname{tg} V, \qquad \Delta g = \frac{\Delta l}{\cos[l + (n - 1)\Delta l]} \operatorname{tg} V, \tag{7}$$

$$\Delta g = \frac{\Delta l}{\cos l'} \operatorname{tg} V.$$

Es evidente que la suma de los primeros miembros de (7) da la diferencia de longitud entre los puntos de llegada y salida, así como que l' y l representan las latitudes de los mismos puntos, luego se tendrá :

$$g' - g = \Delta l \left[\frac{1}{\cos[l + \Delta l]} + \frac{1}{\cos[l + 2\Delta l]} + \frac{1}{\cos[l + 3\Delta l]} + \ldots + \frac{1}{\cos l'} \right] \operatorname{tg} V. \tag{8}$$

4. Llamase *latitud creciente* o *aumentada* de l, y se representa por l_c o l_a, una expresión de la forma :

$$l_c = \Delta l \left[\frac{1}{\cos \Delta l} + \frac{1}{\cos 2\Delta l} + \frac{1}{\cos 3\Delta l} + \ldots + \frac{1}{\cos l} \right]. \tag{9}$$

Según esto, es evidente que :

$$\Delta l \left[\frac{1}{\cos[l + \Delta l]} + \frac{1}{\cos[l + 2\Delta l]} + \frac{1}{\cos[l + 3\Delta l]} + \ldots + \frac{1}{\cos l'} \right] = l_c' - l_c. \tag{10}$$

Llevando este valor a la expresión (8) viene a ser :

$$g' - g = [l_c' - l_c] \operatorname{tg} V \qquad \text{[ecuación de la loxodromía].} \tag{11}$$

Si se considera el punto en que la loxodromía encuentra al ecuador, es decir, si suponemos que el punto inicial es el D (fig. 1), entonces será

$$l = 0 \qquad \text{y} \qquad g = g_0,$$

designando por g_0 la longitud del punto de intersección de la curva con el ecuador, y la ecuación (11) viene a ser :

$$g' - g_0 = l_c' \operatorname{tg} V \qquad \text{o} \qquad g' = l_c \operatorname{tg} V + g_0. \qquad (12)$$

Tal será la ecuación de la loxodromía sobre la esfera.

Expresando los arcos en minutos debemos escribirla :

$$g' = \frac{1}{\operatorname{sen} 1'} l_c' \operatorname{tg} V + g_0'. \qquad (13)$$

5. Antes de pasar adelante debe expresarse en términos finitos la fórmula de l_c. Para ello, recordemos que Δl es un arco muy pequeño que podemos considerar como el elemento diferencial dl de la latitud; luego el problema comporta la integración de $\frac{dl}{\cos l}$, por tanto :

$$l_c = \int \frac{dl}{\cos l}.$$

Esta expresión puede escribirse :

$$\frac{dl}{\cos l} = \frac{dl \,.\, \cos l}{\cos^2 . \, l} = \frac{d \,.\, \operatorname{sen} l}{\cos^2 l} = \frac{d \operatorname{sen} l}{1 - \operatorname{sen}^2 l}, \qquad (1)$$

luego :

$$\int \frac{dl}{\cos l} = \int \frac{d \,.\, \operatorname{sen} l}{1 - \operatorname{sen}^2 l}.$$

Para facilitar la integración ponemos $\operatorname{sen} l = x$, y así $d \,.\, \operatorname{sen} l = d \,.\, x$. por tanto la (1) equivale a $\frac{dx}{1 - x^2}$, y el problema se reduce a descomponer en dos fracciones, la relación :

$$\frac{1}{1 - x^2} = \frac{1}{(1 + x)(1 - x)} = \frac{A}{1 + x} + \frac{B}{1 - x} \qquad (2)$$

en que A y B son dos incógnitas que hay que determinar.

Multiplicando la (2) por $1 + x$, viene :

$$\frac{1}{1 - x} = A + \frac{B(1 + x)}{1 - x}; \qquad (3)$$

la que debiendo ser cierta para cualquier valor finito de x, lo será si hacemos $x = -1$.

En esta hipótesis se anula el factor del numerador que acompaña a B en (3), y obtenemos :

$$\frac{1}{1-(-1)}=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}.$$

Multiplicando ahora la (2) por $1-x$, sale

$$\frac{1}{1+x}=\frac{A(1-x)}{1+x}+B,$$

y haciendo $x=1$, se anula el factor $(1-x)$ de A, y viene para B :

$$B=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2},$$

luego :

$$\frac{1}{1-x^2}=\frac{\frac{1}{2}}{1+x}=\frac{\frac{1}{2}}{1-x}$$

y por tanto :

$$\int\frac{dx}{1-x^2}=\frac{1}{2}\int\frac{dx}{1+x}+\frac{1}{2}\int\frac{dx}{1-x}$$

$$=\frac{1}{2}\int\frac{dx}{1+x}-\frac{1}{2}\int\frac{-dx}{1-x}=\frac{1}{2}l(1+x)-\frac{1}{2}l(1-x) \qquad (4)$$

$$=\frac{1}{2}l\frac{1+x}{1-x},$$

y poniendo en vez de x y dx los valores $\operatorname{sen} l$ y $d.\operatorname{sen} l$, será :

$$\int\frac{d\operatorname{sen} l}{1-\operatorname{sen}^2 l}=\frac{1}{2}l\frac{1+\operatorname{sen} l}{1-\operatorname{sen} l}. \qquad (5)$$

Esta expresión puede transformarse como sigue :

$$\frac{1+\operatorname{sen} l}{1-\operatorname{sen} l}=\frac{1+\cos(90^\circ-l)}{1-\cos(90^\circ-l)}=\frac{2\cos^2\frac{1}{2}(90^\circ-l)}{2\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(90^\circ-l)}$$

$$=\operatorname{cotg}^2\left[45^\circ-\frac{l}{2}\right]=\operatorname{tg}^2\left[45^\circ+\frac{l}{2}\right];$$

por tanto :

$$l_c = \int \frac{dl}{\cos l} = \frac{1}{2} l \,.\, \text{tg}^2 \left[45° + \frac{l}{2}\right] = l \,.\, \text{tg} \left[45° + \frac{l}{2}\right]. \qquad (6)$$

Si el arco l_c se expresa en minutos, viene :

$$l_c = \frac{1}{\text{sen } 1'} l \,.\, \text{tg} \left[45° + \frac{l}{2}\right]. \qquad (7)$$

Por tanto, la ecuación de la loxodromía viene a ser :

$$g' = \frac{1}{\text{sen } 1'} l \,.\, \text{tg} \left[45° + \frac{l}{2}\right] \text{tg V} + g_0. \qquad (8)$$

Los diferentes valores de V y de g_0 distinguen entre sí a las varias loxodromías.

Suponiendo $V = 0$, la ecuación se convierte en $g' = g_0$, es decir, que todos los puntos de la loxodromía tienen la misma longitud, y por tanto, la curva es un meridiano.

Si hacemos $V = 90°$, la ecuación se ofrece bajo la forma :

$$g' = \infty + g_0.$$

Para ver de una manera clara lo que la ecuación representa realmente en ese caso, tomemos la integral definida entre los dos puntos M y M', cuyas coordenadas respectivas llamaremos l, g y l', g'; se tendrá :

$$g' - g = \text{tg V} \left[l \,.\, \text{tg} \left(45° + \frac{l'}{2}\right) - l \,.\, \text{tg} \left(45° + \frac{l}{2}\right)\right] =$$

$$= \text{tg V} \,.\, l \frac{\text{tg} \left[45° + \frac{l'}{2}\right]}{\text{tg} \left[45° + \frac{l}{2}\right]},$$

que dividiendo por tg V y recordando que $\frac{1}{\text{tg V}} = \text{cotg V}$, será :

$$(g' - g) \text{ cotg V} = l \frac{\text{tg} \left[45° + \frac{l'}{2}\right]}{\text{tg} \left[45° + \frac{l}{2}\right]};$$

y poniendo en esta $V = 90°$, resulta :

$$o = l \frac{\operatorname{tg}\left[45° + \frac{l'}{2}\right]}{\operatorname{tg}\left[45° + \frac{l}{2}\right]},$$

lo que implica que l' sea igual a l, y por tanto, la curva es en este caso un paralelo al ecuador.

Como la expresión $l \,.\, \operatorname{tg}\left[45° + \frac{l}{2}\right]$ no depende más que de l, varía con ésta, más no proporcionalmente a ella; tales variaciones van en aumento a medida que crece l, y cuando ésta adquiere el valor de $\pm 90°$, $l \,.\, \operatorname{tg}\left[45° + \frac{l}{2}\right]$ se vuelve $\pm \infty$. Esto indica que si se *gobierna* (mantiene la dirección de la nave) bajo un mismo ángulo de rumbo V (no siendo $V = 0$, ni $V = 90°$), nunca se llegaría al polo P, sino que se describirían una infinidad de espiras en torno de él y cada vez más estrechas.

6. Dijimos que para expresar en minutos los arcos desarrollados era necesario multiplicarlos por el sen 1′. En efecto, los arcos g y g_0 representan longitudes (largores); pero si queremos que las fórmulas precedentes den el número de *minutos*, por ejemplo, que corresponden al largor de esos arcos, debemos servirnos de la relación :

$$\frac{g\,(\text{largo})}{g\,(\text{en minutos})} = \frac{2\pi}{21600} = \frac{\pi}{10800} = \text{arc} \,.\, 1' = \text{sen} \,.\, 1',$$

de donde :

$$g\,(\text{en largo}) = \frac{\pi}{10800}\, g\,(\text{en minutos}),$$

$$= g\,(\text{en minutos})\ \text{sen}\ 1',$$

y por consiguiente, se tiene designando g en minutos por g' :

$$g' \frac{\pi}{10800} = \operatorname{tg} V \,.\, l \,.\, \operatorname{tg}\left[45° + \frac{l}{2}\right] + g_0 \frac{\pi}{10800},$$

de donde :

$$g' = \operatorname{tg} V \cdot \frac{10800}{\pi}\, l \,.\, \operatorname{tg}\left[45° + \frac{l}{2}\right] + g_0';$$

y por tanto, las dos relaciones que intervienen en la loxodromía serán :

$$l_c = \frac{10800}{\pi} l \,.\, \mathrm{tg} \left[45° + \frac{l}{2}\right] = \frac{1}{\operatorname{sen} 1'} l \,.\, \mathrm{tg} \left[45° + \frac{l}{2}\right]$$

$$g = l_c \,\mathrm{tg}\, V + g_0$$

expresando l_c, g y g_0 números de minutos.

7. Los tratados de navegación consideran también la ecuación de la loxodromía sobre el elipsoide, llegando a esta expresión para la latitud creciente evaluada en minutos de arco :

$$l_c = \frac{1}{\operatorname{sen} 1'} \left[l \,.\, \mathrm{tg} \left(45° + \frac{l}{2}\right) - \frac{e}{2} l \frac{1 + e \operatorname{sen} l}{1 - e \operatorname{sen} l}\right],$$

en que e es la excentricidad de la elipse meridiana y l la latitud geográfica, que se rige por la vertical del lugar. Con esto la ecuación de la loxodromía viene a ser :

$$g = l_c \,\mathrm{tg}\, V + g_0$$

[g, l_c, g_0 deben expresarse en minutos].

Para los fines de nuestro estudio no necesitamos considerar estas últimas fórmulas.

II

Las latitudes crecientes en sí mismas. Su cálculo y aplicación más inmediata

Si en la relación

$$l_c = \frac{10800}{\pi} l \,.\, \mathrm{tg} \left[45° + \frac{l}{2}\right]$$

hacemos variar a l desde 1′ hasta 89°59′, podremos componer una tabla conteniendo todas las latitudes crecientes que convienen a los diferentes valores de l. Como el logaritmo indicado por l en la expresión de l_c es un logaritmo neperiano, conviene para el cálculo transformarle en logaritmo tabular o vulgar.

Recordemos para ello que en dos sistemas diferentes de logaritmos la relación que existe entre los dos logaritmos de un mismo número,

es *constante,* e igual a la razón de sus respectivos módulos. Designemos, como es costumbre, por e la base neperiana. Debemos tener :

$$\frac{l \,.\, \mathrm{tg}\left[45^\circ + \frac{l}{2}\right]}{\log \mathrm{tg}\left[45^\circ + \frac{l}{2}\right]} = \frac{1 \text{ (módulo de Neper)}}{\log . e \text{ (módulo de Briggs)}},$$

luego

$$l \,.\, \mathrm{tg}\left[45^\circ + \frac{l}{2}\right] = \log \mathrm{tg}\left[45^\circ + \frac{l}{2}\right] \cdot \frac{1}{\log e}. \qquad (\alpha)$$

Luego tenemos para calcular l_c la relación

$$l_c = \frac{10800}{\pi \log e} \log . \mathrm{tg}\left[45^\circ + \frac{l}{2}\right]. \qquad (\beta)$$

Se sabe que

$$e = 2{,}7182818 \ldots$$

y por tanto

$$\log e = 0{,}434294 \ldots \qquad \text{o} \qquad \log e = \mathrm{M}.$$

Para

$$\log \frac{10800}{\pi \log e} = 3{,}8984896 \ldots,$$

y por consiguiente :

$$\log . l_c = 3{,}8984896 + \log\left[\log \mathrm{tg}\left(45^\circ + \frac{l}{2}\right)\right].$$

Busquemos como ejercicio la latitud creciente de Buenos Aires, suponiendo que la geográfica sea 34°36′30″ S (antigua aduana) :

$$\log \mathrm{tg}\left[45^\circ + \frac{l}{2}\right] = \log . \mathrm{tg}\left[45^\circ + \frac{34^\circ 36' 30''}{2}\right] \qquad = 0{,}2799077$$

$$\log \frac{10800}{\pi \log e} = 3{,}8984896 \,.\, \log . \text{ constante} \qquad = 3{,}8984896$$

$$\log . [\log \mathrm{tg}]\, [45^\circ + 17^\circ 18' 15''] = \log (0{,}2799072) = \bar{1}{,}4470149$$

$$\log . l_c = 3{,}3455045$$

$$l_c = 2215{,}66.$$

Operando sobre esta fórmula (β) hemos calculado nuestras *segundas tablas,* que dan las latitudes crecientes de 15 en 15 segundos de arco. Las de Guyou que se encuentran en la colección de tablas náuticas

de nuestro fallecido colega don Luis Pastor, las dan de minuto en minuto.

Las *primeras tablas* que compusimos eran de logaritmos tangentes con argumento de 20 en 20 segundos. Estas últimas pensamos mejorarlas y acaso imprimirlas.

Las tablas de latitudes crecientes en el elipsóide tienen importancia para la construcción de las *cartas marinas,* pero hemos visto prácticamente que no pueden emplearse en la resolución trigonométrica de los problemas de la navegación astronómica.

9. Mas si queremos darnos cuenta de la diferencia que entraña el cálculo de la latitud creciente por ambos medios, hallaremos el valor del término substractivo :

$$\frac{e}{2 \operatorname{sen} 1'}\, l\, \frac{1 + e \operatorname{sen} l}{1 - e \operatorname{sen} l},$$

que adoptando logaritmos vulgares es :

$$E = -\frac{e}{2 \log e' \operatorname{sen} 1'} \log \frac{l + e \operatorname{sen} l}{l - e \operatorname{sen} l}$$

representando aquí la base neperiana por e' para distinguirla de e, excentricidad.

Tomando para valor del aplanamiento ρ la cantidad $\frac{1}{292{,}26}$ (Beuf.), de la relación hallada en astronomía :

$$(1 - \rho)^2 = 1 - e^2$$

sacamos :

$$e = \frac{2415}{29226}.$$

Por tanto :

$$E = \frac{2415}{58452 \operatorname{sen} 1' \log e'} \log \frac{29226 + 2415 \operatorname{sen} l}{29226 - 2415 \operatorname{sen} l}$$

$\operatorname{sen} l = 0{,}56796$, $\quad \operatorname{sen} 1' = 0{,}00029$, $\quad \log e' = 0{,}4342945$

$$E = -\frac{2415}{7{,}3615} \log \frac{30597{,}62}{27854{,}38} = -\frac{2415}{7{,}3615} \cdot 0{,}04079$$

$$\log E = \log 2{,}415 + \log 0{,}04079 - \log 7{,}3615$$

$$
\begin{array}{ll}
\log 2415 & = 3,38292 \\
\log 0,04079 & = \bar{2},61055 \\
\hline
\log \text{numerador} & = 1,99347 \\
\log \text{denominador} & = 0,86697 \\
\hline
\log \text{E} & = 1,12650
\end{array}
$$

$$E = 13'38$$

$$
\begin{array}{lll}
l_c \text{ de Buenos Aires} & = & 2215'66 \\
\text{E} & = - & 13'38 \\
\hline
l_c \text{ elipsoidal} & = & 2202,28
\end{array}
$$

El término correctivo es a lo sumo para altas latitudes de poco más de 23′.

10. El objeto principal de las *cartas hidrográficas* o marinas es el de representar la *derrota* de la nave, es decir, la *loxodromía,* por una línea recta, y además conservar el ángulo de una loxodromía cualquiera con los meridianos con idéntico valor que el que tiene en la esfera. También debe conservar la carta a los puntos del globo situados en ella la posición relativa que tienen en la Tierra.

Puesto que tanto los meridianos como los paralelos son loxodromías, deben estar representados por líneas, y como ellos se cortan en el globo perpendicularmente, también estas líneas deben ser perpendiculares entre sí en la representación plana.

Estas consideraciones nos llevan a concebir un cilindro recto circunscripto al ecuador y teniendo a esta línea por directriz. Es claro que todos los planos meridianos costarán a este cilindro según generatrices.

Desarrollando ahora este cilindro sobre un plano, suponiéndole abierto por la generatriz determinada por el *primer meridiano inferior,* el *ecuador* se desarrollará en verdadera magnitud según una línea recta, y los meridianos siguiendo rectas paralelas entre sí y perpendiculares al ecuador.

Pero todos los paralelos, de que el ecuador es un límite, deben estar representados por rectas, luego los paralelos serán rectas paralelas al desarrollo del ecuador.

Como la distancia entre dos meridianos tomada sobre cualquier paralelo en la representación, es igual a la que separa esos meridianos en el ecuador, resultarán ensanchadas las dimensiones en el sen-

tido de los paralelos; y a fin de conservar las posiciones relativas y que la ruta de la nave quede representada por una recta, será necesario ir acreciendo la distancia entre los paralelos a medida que aumenta la latitud.

Como la relación en el globo entre el arco de paralelo a y el semejante A de ecuador es

$$\frac{a}{A} = \frac{\cos l}{1}, \qquad a = A \cos l$$

y en la carta es

$$a = A, \qquad \frac{a}{\cos l} = a \sec l$$

será la expresión del aumento en el sentido del paralelo.

Este mismo aumento debemos dar a los grados de meridiano, de modo que las latitudes irán aumentando en la carta como las secantes de l, es decir, que la latitud de un punto del globo vendrá representada en la carta por :

$$l_c' = \Delta l \left[\frac{1}{\cos \Delta l} + \frac{1}{\cos 2\Delta l} + \frac{1}{\cos 3\Delta l} + \dots + \frac{1}{\cos (l' - \Delta l)} + \frac{1}{\cos l'} \right],$$

que es la expresión de la latitud creciente dada en (6) y (8).

Ya hemos dicho en la *introducción* que la descubierta de esta relación se atribuye a Mercator, pero que probablemente pertenece a Wright o a Pedro Nunhes, en 1537.

Nosotros, atendiendo a que Mercator vulgarizó ese conocimiento, llamaremos a la expresión

$$l_c = \frac{10800}{\pi \log e} \log . \operatorname{tg} \left[45° + \frac{l}{2} \right]$$

algoritmo de Mercator.

11. La relación

$$l_c = \frac{10800}{\pi} l . \operatorname{tg} \left[45° + \frac{l}{5} \right] \quad (\text{n}^\text{o}\ 6)$$

puede escribirse de este otro modo :

$$\frac{l_c \pi}{10800} = l . \operatorname{tg} \left[45° + \frac{l}{2} \right];$$

y si pasamos de los logaritmos neperianos a los números será :

$$e^{l_c \cdot \frac{\pi}{10800}} = \operatorname{tg}\left[45° + \frac{l}{2}\right],$$

cuyo primer miembro equivale a :

$$\left[e^{\frac{\pi}{10800}}\right]^{l_c} = [e^{\text{arc}\,.\,1'}]^{l_c} = [e^{\text{sen}\,1'}]^{l_c},$$

por tanto :

$$[e^{\text{arc}\,.\,1'}]^{l_c} = \operatorname{tg}\left[45° + \frac{l}{2}\right];$$

y volviendo a tomar logaritmos en el sistema vulgar

$$l_c\,[\log e^{\text{arc}\,.\,1'}] = \log\operatorname{tg}\left[45° + \frac{l}{2}\right]$$

$$l_c = \frac{\log\operatorname{tg}\left[45° + \frac{l}{2}\right]}{\log e^{\text{arc}\,.\,1'}}.$$

Pero vimos que

$$l_c = \frac{10800}{\pi \log e} \log\operatorname{tg}\left[45° + \frac{l}{2}\right],$$

luego :

$$\frac{\log\operatorname{tg}\left[45° + \frac{l}{2}\right]}{\log e^{\text{arc}\,1'}} = \frac{10800}{\pi \log e} \log\operatorname{tg}\left[45° + \frac{l}{2}\right]$$

o

$$\frac{1}{\log e^{\text{arc}\,1'}} = \frac{10800}{\pi \log e}; \qquad \log e^{\text{arc}\,1'} = \frac{\pi \log e}{10800} = \frac{\pi M}{10800},$$

luego :

$$l_c = \frac{\log\operatorname{tg}\left[45° + \frac{l}{2}\right]}{\frac{\pi M}{10800}} = \frac{10800}{\pi M} \log\operatorname{tg}\left[45° + \frac{l}{2}\right].$$

Expresión que nos dice que la latitud creciente es el

$$\log\operatorname{tg}\left[45° + \frac{l}{2}\right]$$

en la base $e^{\frac{\pi}{10800}} = e^{\frac{1}{R}} = e^{\text{arc}\,1'}$.

Ahora bien, el coeficiente $\frac{10800}{\pi}$ es el valor del radio en minutos [1], que es 3437,7 y

$$\frac{1}{M} = \frac{1}{0,43429...} = 2,30259...,$$

de modo que el coeficiente total es aproximadamente igual a 7915,7.

Si llamamos, como lo ha hecho Guyou, λ a l_c, se tendría :

$$\lambda = \frac{3437,7}{0,43429...} \log \operatorname{tg} \left[45^\circ + \frac{l}{2}\right] = 7915,7 \log \operatorname{tg} \left[45^\circ + \frac{l}{2}\right].$$

Esta última expresión es la que ha tabulado Mr. Guyou con el nombre de *lambdas*. Lo mismo ha hecho con la expresión $(90^\circ - \lambda)$ cuyos valores ha llamado *colambdas*, designándolos respectivamente por λ y coλ o cλ.

Las tablas de Guyou de las que daremos una muestra, tienen la ventaja de ocupar pocas páginas y de formar parte de algunas colecciones de tablas náuticas, como la del profesor Pastor.

12. El marino, señor Barreda, en España, las ha calculado en la base decimal, de modo tal, que pueden emplearse las tablas trigonométricas de logaritmos tangentes dispuestas de un modo conveniente. Ha empleado cinco cifras de mantisa, lo que es suficiente para la mayoría de los cálculos.

He aquí como ha procedido Barreda :

Hemos visto que la relación

$$l_c = \frac{10800}{\pi} l . \operatorname{tg} \left[45^\circ + \frac{l}{2}\right] = \frac{1}{\operatorname{sen} 1'} l . \operatorname{tg} \left[45^\circ + \frac{l}{2}\right]$$

[1] Que se calcula por la proporción :

$$\pi R : 180^\circ 60' = R : x', \ x' = \frac{180^\circ 60'}{\pi = 3,14159...} = \frac{10800'}{\pi}$$

$$x' = r' \ (r \text{ en minutos}) = 3437,7.$$

Así se obtiene :

$$l_c = \lambda = \frac{3437,7}{M = 0,43429} \log \operatorname{tg} \left[45^\circ + \frac{l}{2}\right]$$

o

$$\lambda = 7915,7 \log \operatorname{tg} \left[45^\circ + \frac{l}{2}\right].$$

se transformaba al substituir los logaritmos neperianos por los vulgares y al expresar l_c en minutos de arco, en la fórmula equivalente :

$$l_c = \frac{1}{\text{sen } 1' \cdot \log e} \log \text{tg} \left[45^\circ + \frac{l}{2}\right].$$

Si para mayor comodidad de escritura llamamos C a la parte constante $C = \frac{1}{\text{sen } 1' \cdot \log e} = 7915{,}87...$, tendremos que la latitud creciente o aumentada, será :

$$l_c = C \cdot \log \text{tg} \left[45^\circ + \frac{l}{2}\right]. \qquad (\alpha)$$

Si prescindiéramos de la constante C, la nueva ecuación

$$l'_c = \log \text{tg} \left[45^\circ + \frac{l}{2}\right] \qquad (\alpha')$$

tendría mucha analogía con la (α) concibiéndose que podrá substituirla cuando no necesitemos hacer intervenir la constante C.

Pues bien, designando a esta nueva especie de latitud creciente l'_c con el nombre de *lambda* y representándola por $\lambda(l)$, tendremos :

$$\lambda(l) = \log \text{tg} \left[45^\circ + \frac{l}{2}\right],$$

y por tanto

$$l_c = C \cdot \lambda(l).$$

Designaremos con el nombre de *colambda* de una cierta latitud l a la *lambda* del complemento de l, es decir, a $\lambda(90^\circ - l)$, o sea al logaritmo vulgar de

$$\text{tg} \left[45^\circ + \frac{90^\circ - l}{2}\right] = \text{cotg} \frac{l}{2},$$

y representaremos ese nuevo logaritmo por

$$\text{co}\lambda(l) \qquad \therefore \qquad \text{co}\lambda(l) = \log \text{tg} \left[45^\circ + \frac{90^\circ - l}{2}\right]. \qquad (\beta)$$

Tendremos la expresión complementaria de l_c, escribiendo :

$$(90^\circ - l)_c = C \log \text{cotg} \frac{l}{2} = C\, \text{co}\lambda(l). \qquad (\beta')$$

La *colambda* de un arco se designa también con el nombre de *correspondiente* de la *lambda*, e inversamente.

13. Nosotros, en la confección de nuestras primeras tablas, hemos seguido en parte a Barreda, pero aumentando la exactitud de ellas por haber reducido el intervalo a veinte segundos de arco y acrecido la mantisa hasta la séptima decimal.

También hemos perfeccionado el instrumento de cálculo de Guyou, pues mientras éste se limitó a calcular sus tablas con la aproximación de la décima, nosotros la hemos llevado a la centésima; y por otra parte el período de la variación del arco, que para Guyou era de un minuto, lo hemos reducido a quince segundos. A más, la mayor parte de los números han sido calculados directamente, dejando solo intervenir la interpolación para intervalos de arco, en que no pudiera introducir errores sensibles. Ha sido un trabajo de benedictino, para cuya comprobación nos han servido de mucho las modernas tablas náuticas de nuestra marina de guerra, que tuvo la atención de enviarnos el distinguido director de la Escuela Naval, capitán de navío, señor Storni, enterado del trabajo en que estaba ocupado. Consignemos aquí nnestro agradecimiento a ese ilustre marino.

III

Proposiciones fundamentales acerca de los mercatoriales [1]

14. 1ª *La lambda de un arco negativo es igual a la del mismo arco positivo, afectada del signo menos.*

En efecto, la lambda de $-l$ es por definición:

$$\lambda(-l) = \log \operatorname{tg}\left[45° - \frac{l}{2}\right] = \log \operatorname{cotg}\left[45° + \frac{l}{2}\right] = \log \frac{1}{\operatorname{tg}\left[45° + \frac{l}{2}\right]}$$

$$= -\log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{l}{2}\right] = -\lambda(l) \qquad \therefore \qquad \lambda(-l) = -\lambda(l).$$

[1] Como hace falta un nombre genérico para denominar estos nuevos logaritmos *(lambdas* y *colambdas),* proponemos que se les llame *mercatoriales,* en honor de Kauffmann (Mercator) por haber éste vulgarizado la teoría de la carta marina.

Estos teoremas son debidos a Barreda; pero nosotros hemos dado mayor rigor a las demostraciones del segundo y cuarto y corregido algunos corolarios. *(Notas del autor.)*

Luego, cuando en el transcurso de un cálculo encontremos una lambda negativa, es señal de que el arco correspondiente es negativo.

2ª *La lambda de un arco es igual a la del suplemento en valor numérico, pero de signo contrario.*

Daremos de este teorema tres demostraciones :

a) $\lambda\,(180° - l)$ es por definición :

$$\lambda\,(180° - l) = \log \operatorname{tg} \left[45° + \frac{180° - l}{2}\right],$$

y de ella, deducimos que

$$\log \operatorname{tg} \left[45° + \frac{180° - l}{2}\right] = \log \operatorname{tg} \left[45° + 90° - \frac{l}{2}\right] =$$
$$= \log \operatorname{cotg} \left[- 45° + \frac{l}{2}\right]$$

porque los arcos

$$\left[45° + 90° - \frac{l}{2}\right] \quad \text{y} \quad \left[- 45° + \frac{l}{2}\right]$$

son complementarios.

Pero tenemos :

$$\log \operatorname{cotg} \left[- 45° + \frac{l}{2}\right] = \log\,(-) \operatorname{cotg} \left[45° - \frac{l}{2}\right] =$$
$$= \log\,(-) \operatorname{tg} \left[45° + \frac{l}{2}\right] = - \log \operatorname{tg} \left[45° + \frac{l}{2}\right] = - \lambda\,(l).$$

Luego, si este razonamiento no es vicioso, debe ser :

$$\lambda\,(180° - l) = - \lambda\,(l).$$

b) Consideremos ahora

$$\lambda\,(180° - l) = - \lambda\,(l - 180°);$$

igualdad legítima según la primera proposición, y partamos de ella :

$$\lambda\,(180° - l) = - \lambda\,(l - 180°) = - \log \operatorname{tg} \left[45° + \frac{l - 180°}{2}\right]$$

por definición. Tenemos :

$$\operatorname{tg}\left[45^\circ + \frac{l - 180^\circ}{2}\right] = \operatorname{tg}\left[45^\circ - 90^\circ + \frac{l}{2}\right] = \operatorname{tg}\left[-45^\circ + \frac{l}{2}\right]$$

$$= - \operatorname{tg}\left[45^\circ - \frac{l}{2}\right] = - \operatorname{cotg}\left[45^\circ + \frac{l}{2}\right].$$

Multipliquemos por (— 1) :

$$- \operatorname{tg}\left[45^\circ + \frac{l - 180^\circ}{2}\right] = \operatorname{cotg}\left[45^\circ + \frac{l}{2}\right] = \frac{1}{\operatorname{tg}\left[45^\circ + \frac{l}{2}\right]},$$

y tomando logaritmos será :

$$- \log \operatorname{tg}\left[45^\circ + \frac{l - 180^\circ}{2}\right] = - \log \operatorname{tg}\left[45^\circ + \frac{l}{2}\right],$$

o bien :

$$\log \operatorname{tg}\left[45^\circ + \frac{l - 180^\circ}{2}\right] = \log \operatorname{tg}\left[45^\circ + \frac{l}{2}\right],$$

o sea :

$$\lambda(l - 180^\circ) = \lambda(l),$$

o en fin :

$$- \lambda(l - 180^\circ) = \lambda(180^\circ - l) = - \lambda(l).$$

c) Partamos ahora de $\lambda(l)$ y deduzcamos $\lambda(180^\circ - l)$. Se tiene, por definición :

$$\lambda(l) = \log \operatorname{tg}\left[45^\circ + \frac{l}{2}\right].$$

Pasando a los números podemos escribir :

$$\operatorname{tg}\left[45^\circ + \frac{l}{2}\right] = \operatorname{cotg}\left[45^\circ - \frac{l}{2}\right] = \operatorname{cotg}\left[45^\circ + 180^\circ - \frac{l}{2}\right],$$

porque la tangente o la cotangente de un arco no cambia de valor ni signo, aumentando o disminuyendo al arco, 180°

$$\operatorname{cotg}\left[45^\circ + 180^\circ - \frac{l}{2}\right] = \operatorname{cotg}\left[45^\circ + 90^\circ + \frac{180^\circ - l}{2}\right]$$

$$= \operatorname{tg}\left[-45^\circ - \frac{180^\circ - l}{2}\right] = - \operatorname{tg}\left[45^\circ + \frac{180^\circ - l}{2}\right];$$

y tomando logaritmos :

$$\lambda(l) = -\lambda(180° - l) \qquad o \qquad \lambda(180° - l) = -\lambda(l).$$

3ª *La colambda de un arco negativo es igual a la del mismo arco tomado como positivo, pero precedida del signo menos.*

Por definición se tiene :

$$co\lambda(-l) = \log tg\left[45° + \frac{90° - (-l)}{2}\right] = \log tg\left[45° + \frac{90° + l}{2}\right].$$

Inferimos de :

$$co\lambda(-l) = \log tg\left[45° + \frac{90° + l}{2}\right] =$$

$$= \log tg\left[90° + \frac{l}{2}\right] = \log cotg\left[-\frac{l}{2}\right] \qquad (1)$$

$$co\lambda(l) = \log tg\left[45° + \frac{90° - l}{2}\right] = \log tg\left[90° - \frac{l}{2}\right] = \log cotg\frac{l}{2}. \qquad (2)$$

Comparando las igualdades (1) y (2), resulta :

$$co\lambda(-l) = -co\lambda(l).$$

4ª *La colambda de un arco es igual a la del suplemento precedida del signo negativo.*

Daremos dos demostraciones de este teorema :

a) Deduzcamos de $co\lambda(l)$, $co\lambda(180° - l)$. Pondremos :

$$co\lambda(l) = \log tg\left[45° + \frac{90° - l}{2}\right]$$

$$co\lambda(180° - l) = \log tg\left[45° + \frac{90° - (180° - l)}{2}\right] \qquad (1)$$

$$co\lambda(l) = \log tg\left[90° - \frac{l}{2}\right] = \log cotg\frac{l}{2}$$

$$co\lambda(180° - l) = \log tg\left[45° + \frac{90° - 180° + l}{2}\right] =$$

$$= \log tg\left[90° - 90° + \frac{l}{2}\right] \qquad (2)$$

$$= \log tg\frac{l}{2} = \log\frac{1}{cotg\frac{l}{2}} = -\log cotg\frac{l}{2}.$$

Multiplicando la (2) por (— 1) viene :

$$-\operatorname{co}\lambda(180° - l) = \log \operatorname{cotg} \frac{l}{2}. \qquad (2')$$

Comparando las igualdades (1) y (2'), sale :

$$\operatorname{co}\lambda(l) = -\operatorname{co}\lambda(180° - l);$$

b) Partamos de $\operatorname{co}\lambda(180° - l)$ y deduzcamos $\operatorname{co}\lambda(l)$

$$\log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{90° - (180° - l)}{2}\right] = \log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{l - 90°}{2}\right]$$

$$= \log \operatorname{cotg}\left[45° - \frac{l - 90°}{2}\right] = \log \frac{1}{\operatorname{tg}\left[45° + \dfrac{90° - l}{2}\right]}$$

$$= -\log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{90° - l}{2}\right] = -\operatorname{co}\lambda(l);$$

luego :

$$\operatorname{co}\lambda(180° - l) = -\operatorname{co}\lambda(l) \quad \text{o} \quad \operatorname{co}\lambda(l) = -\operatorname{co}\lambda(180° - l).$$

15. De estos teoremas se deducen varios corolarios :

1° $\operatorname{co}\lambda(90° + a) = -\lambda(a);$

2° $\lambda(180° + a) = \lambda(a);$

3° $\lambda(360° + a) = \lambda(a);$

4° $\lambda(90° + a) = \operatorname{co}\lambda(-a);$

5° $\operatorname{co}\lambda(180° + a) = -\operatorname{co}\lambda(-a) = \operatorname{co}\lambda(a);$

6° $\operatorname{co}\lambda(360° + a) = -\operatorname{co}\lambda(-a) = \operatorname{co}\lambda(a).$

Las demostraciones de estos corolarios se fundan en una o más de las proposiciones precedentes y las omitimos por no ofrecer dificultad la mayor parte.

16. Para completar la teoría, investigaremos las lambdas y colambdas de algunos valores particulares.

Para $a = 0$:

$\lambda(a) = \log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{a}{2}\right]$ se convierte en $\log \operatorname{tg} 45° = 0$,

$\operatorname{co}\lambda\,(a) = \log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{90° - a}{2}\right]$ se convierte en $\log \operatorname{tg} 90° = \infty$.

Para $a = 90° = \frac{\pi}{2}$:

$\lambda\,(a) = \log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{90°}{2}\right]$ se convierte en $\log \operatorname{tg} 90° = \infty$,

$\operatorname{co}\lambda\,(a) = \log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{90° - 90°}{2}\right]$ se convierte en $\log \operatorname{tg} 45° = 0$.

Para el arco $a = 180° = \pi$:

$\lambda\,(a) = \log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{180°}{2}\right]$ se convierte en $\log \operatorname{tg} 135° = 0$,

$\operatorname{co}\lambda\,(a) = \log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{90° - 180°}{2}\right]$ se convierte en $\log \operatorname{tg} 0° = -\infty$.

Para $a = 270° = \frac{3}{2}\pi$:

$\lambda\,(a) = \log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{270°}{2}\right]$ se convierte en $\log \operatorname{tg} 180° = -\infty$,

$\operatorname{co}\lambda\,(a) = \log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{90° - 270°}{2}\right]$ se convierte en $\log \operatorname{tg}(-45°) = 0$.

Para $a = 360° = 2\pi$:

$\lambda\,(a) = \log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{360°}{2}\right]$ se convierte en $\log \operatorname{tg} 225° = 0$,

$\operatorname{co}\lambda\,(a) = \log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{90° - 360°}{2}\right]$

se convierte en $\log \operatorname{tg}(-90°) = -\infty$.

Para $a = 45° = \frac{\pi}{4}$:

$\lambda\,(a) = \log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{45°}{2}\right]$ se convierte en $\log \operatorname{tg} 67°30'$,

$\operatorname{co}\lambda\,(a) = \log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{90° - 45°}{2}\right]$ se convierte en $\log \operatorname{tg} 67°30'$.

Para $a = 135° = 3\frac{\pi}{4}$:

$$\lambda(a) = \log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{135°}{2}\right] \text{ se convierte en } \log \operatorname{tg} 112°30',$$

$$\operatorname{co}\lambda(a) = \log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{90° - 135°}{2}\right] \text{ se convierte en } \log \operatorname{tg} 22°30'.$$

Para $a = 225° = 5\frac{\pi}{4}$:

$$\lambda(a) = \log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{225°}{2}\right] \text{ se convierte en } \log \operatorname{tg} 157°30',$$

$$\operatorname{co}\lambda(a) = \log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{90° - 225°}{2}\right] \text{ se convierte en } \log \operatorname{tg} (= 22°30').$$

Para $a = 315° = 7\frac{\pi}{4}$:

$$\lambda(a) = \log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{315°}{2}\right] \text{ se convierte en } \log \operatorname{tg} 202°30',$$

$$\operatorname{co}\lambda(a) = \log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{90° - 315°}{2}\right] \text{ se convierte en } \log \operatorname{tg} [- 67°30'].$$

$$\lambda(270° + a) = \log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{270° + a}{2}\right] = \log \operatorname{tg}\left[180° + \frac{a}{2}\right] = \log \operatorname{tg}\frac{a}{2}$$

$$= \log \operatorname{cotg}\left[90° - \frac{a}{2}\right] = \log \operatorname{cotg}\left[45° + \frac{90° - a}{2}\right] = - \operatorname{co}\lambda(a),$$

$$\operatorname{co}\lambda(270° + a) = \log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{90° - (270° + a)}{2}\right] = \log \operatorname{tg}\left[- 45° - \frac{a}{2}\right]$$

$$= - \log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{a}{2}\right] = - \lambda(a).$$

17. Por último, podrían buscarse los arcos que corresponden a una *lambda* o *colambda* dada :

a) Sea, por ejemplo :

$$\lambda(a + x) = \lambda(a),$$

es decir,

$$\log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{a + x}{2}\right] = \log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{a}{2}\right].$$

Debemos poner :

$$\operatorname{tg}\left[45° + \frac{a+x}{2}\right] = \operatorname{tg}\left[45° + \frac{a}{2}\right],$$

que según la goniometría, da :

$$\frac{1 + \operatorname{tg}\frac{a+x}{2}}{1 - \operatorname{tg}\frac{a+x}{2}} = \frac{1 + \operatorname{tg}\frac{a}{2}}{1 - \operatorname{tg}\frac{a}{2}}.$$

Basta para que esta igualdad se verifique que :

$$\operatorname{tg}\frac{a+x}{2} = \operatorname{tg}\frac{a}{2}.$$

Un modo de satisfacer esta ecuación consiste en que x sea igual a $2k\pi$ ($k = 0, 1, 2, 3, \ldots$;

b) Sea $90° - a$ el menor arco positivo correspondiente a un colambda dada, y $90° - x$ la expresión de los arcos que originan colambdas iguales a $\mathrm{co}\lambda\,(a)$. Se tiene :

$$\log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{90° - a}{2}\right] = \log \operatorname{tg}\left[45° + \frac{90° - x}{2}\right],$$

o pasando a los números

$$\operatorname{tg}\left[45° + \frac{90° - a}{2}\right] = \operatorname{tg}\left[45° + \frac{90° - x}{2}\right],$$

igualdad que se reduce a

$$\operatorname{cotg}\frac{a}{2} = \operatorname{cotg}\frac{x}{2}.$$

El problema se convierte así en la determinación de los arcos que tienen la misma cotangente. Se sabe que ellos implican la condición

$$\frac{x}{2} = \frac{a}{2} + k\pi = \frac{a + 2k\pi}{2} \qquad \text{en que} \qquad k = 0, 1, 2, \ldots, n.$$

Pero sabemos que $\lambda\,(180° + a) = \lambda\,(a)$ y $\mathrm{co}\lambda\,(180° + a) = \mathrm{co}\lambda\,(a)$ lo que prueba que basta aumentar el arco $\frac{a}{2}$ en ambos casos en $\frac{1}{2}k\pi$ o el arco a en $k\pi$.

18. He aquí ahora una muestra de las tablas de Guyou, de las de Barreda, y de las dos especies de tablas construídas por el autor de esta disquisición.

TABLAS DE GUYOU

(De la colección de don Luis Pastor, tomo III, *Astronomía náutica y navegación*)

Partes meridionales

	37°			coλ	38°				
	λ	P	*p*		λ	P	*p*	coλ	
0′	2392.6	...	...	3763.8	2468.3	...	...	3665.2	60′
1	3.9	0.1	0.2	62.1	9.5	0.1	0.2	63.6	59
2	5.1	.3	0.3	60.4	2470.8	.3	0.3	62.0	58
3	6.4	.4	0.5	58.8	2.1	.4	0.5	60.3	57
4	7.6	.5	0.7	57.1	3.3	.5	0.6	58.7	56
5	8.9	.6	0.8	55.5	4.6	.6	0.8	57.1	55
6	2400.2	.8	1.0	53.8	5.9	.8	1.0	55.5	54
7	1.4	.9	1.2	52.2	7.2	.9	1.1	53.8	53
8	2.7	1.0	1.3	50.5	8.4	1.0	1.3	52.2	52
9	3.9	1.1	1.5	48.8	9.7	1.1	1.4	50.6	51
10	2405.2	...	...	3747.2	2481.0	...	...	3649.0	50
11	6.4	0.1	0.2	45.5	2.2	0.1	0.2	47.4	49
12	7.7	.3	0.3	43.9	3.5	.3	0.3	45.8	48
13	8.9	.4	0.5	42.2	4.8	.4	0.5	44.1	47
14	2410.2	.5	0.7	40.6	6.1	.5	0.6	42.5	46
15	1.4	.6	0.8	38.9	7.3	.6	0.8	40.9	45
16	2.7	.8	1.0	37.3	8.6	.8	1.0	39.3	44
17	4.0	.9	1.2	35.6	9.9	.9	1.1	37.7	43
18	5.2	1.0	1.3	34.0	2491.2	1.0	1.3	36.1	42
19	6.5	1.1	1.5	32.3	2.4	1.1	1.4	34.4	41
20	2417.7	...	...	3730.7	3	...	...	...	40
..	...	...	...	29.0	...	...	...	...	..
..	...	...	...	27.4	...	...	...	...	..
..	...	...	...	...	...	...	...	...	..
..	...	...	...	...	...	...	...	...	..
..	...	...	...	...	...	...	...	...	..
50	2455.6	...	...	3681.5	2532.1	...	...	3584.7	10
51	6.9	0.1	0.2	79.8	3.4	0.1	0.2	83.1	9
52	8.1	.3	0.3	78.2	4.7	.3	0.3	81.5	8
53	9.4	.4	0.5	76.6	5.9	.4	0.5	80.0	7
54	2460.7	.5	0.6	75.0	7.2	.5	0.6	78.4	6
55	1.9	.6	0.8	73.3	8.5	.6	0.8	76.8	5
56	3.2	.8	1.0	71.7	9.8	.8	1.0	75.2	4
57	4.5	.9	1.1	70.1	2541.1	.9	1.1	73.6	3
58	5.7	1.0	1.3	68.4	2.4	1.0	1.3	72.0	2
59	7.0	1.1	1.5	66.8	3.6	1.2	1.4	70.4	1
60′	2468.3	...	...	3665.2	2544.9	...	...	3668.8	0′
	coλ	P	*p*	λ	coλ	P	*p*	λ	
	52°				51°				

TABLAS DE J. A. BARREDA

m	s	′	1^h20^m 20° λ	1^h20^m 20° coλ	1^h22^m 20°30′ γ	1^h22^m 20°30′ coλ	′	s	m
0	0	0	0.15477	0.75368	0.15881	0.74273	30	0	2
	4	1	91	331	95	237	29	56	
	8	2	0.15504	294	0.15908	201	28	52	
	12	3	18	257	22	165	27	48	
	16	4	31	221	35	129	26	44	
	20	5	45	184	49	093	25	40	
	24	6	58	147	62	057	24	36	
	28	7	72	110	76	021	23	32	
	32	8	85	074	89	0.73985	22	28	
	36	9	98	037	0.16003	950	21	24	
	40	10	0.15612	000	16	914	20	20	
	44	11	25	0.74964	30	878	19	16	
	48	12	39	927	43	842	18	12	
	52	13	52	890	57	806	17	8	
	56	14	66	854	70	771	16	4	
1	0	15	79	817	84	735	15	0	1
	4	16	93	781	97	699	14	56	
	8	17	0.15706	744	0.16111	664	13	52	
	12	18	20	708	24	628	12	48	
	16	19	33	672	38	593	11	44	
	20	20	47	635	51	557	10	40	
	24	21	60	599	65	522	9	36	
	28	22	73	563	78	486	8	32	
	32	23	87	526	92	451	7	28	
	36	24	0.15800	490	0.16205	415	6	24	
	40	25	14	454	19	380	5	20	
	44	26	27	418	33	341	4	16	
	48	27	41	381	46	309	3	12	
	52	28	54	345	60	274	2	8	
	56	29	68	309	73	239	1	4	
2	0	30	81	273	87	203	0	0	0
			coλ	λ	coλ	λ			
			69°30′ 4^h38^m		69° 4^h36^m				

PRIMERAS TABLAS DE A. PÉREZ

(inéditas)

				8°30′ a 8°′45′						8°45′ a 9°00′					
				$0^{h}34^{m}$ a $0^{h}35^{m}$						$0^{h}35^{m}$ a $0^{h}36^{m}$					
				Lambdas	Colambdas					Lambdas	Colambdas				
				λ	coθ					λ	coλ				
34^{m}		30′				35^{m}		45′	45″	0.06658.32	1.11621.94		15′		1^{m}
		30		0.06466.65	1.12893.62				20	62.58	602.26	40″			
			20″	70.91	865.14				40	66.84	574.61	20	14		
			40	75.17	836.67		4^{m}	46		71.10	546.97	40	14		
	4^{s}	31		79.43	808.23				20	75.36	519.35	20			
			20	83.68	779.81				40	79.62	491.75	20	13	52^{s}	
			40	87.94	751.40		8	47		83.88	464.16		13		
	8	32		92.20	723.01				20	88.14	436.59	40			
			20	96.46	694.64				40	92.40	409.04	20			
			40	0.06500.72	666.29		12	48		96.66	381.50		12		
	12	33		04.98	637.95				20	0.06700.93	353.99	40			
			20	09.23	609.64				40	05.19	326.49	20			
			40	13.49	581.34		16	49		09.45	299.10		11		
	16	34		17.75	553.06				20	13.71	271.54	40			
			20	22.01	524.80				40	17.97	244.09	20			
			40	26.27	496.56		20	50		22.23	216.66		10		
	20	35		30.53	468.34				20	26.49	189.25	40			
			20	34.79	440.13				40	30.76	161.85	20			
			40	39.04	411.94		24	51		35.02	134.47				
	24	36		43.30	383.77				20	39.28	107.11		9		
				...	...					...	...				
				...	...					...	...				
				...	...					...	...				
			40	0.06602.93	1.11991.28					0.06794.69	1.10752.93				
	44	41		07.19	963.38					98.95	725.80		4	16	
			20	11.45	935.50					0.06803.22	698.69	40			
			40	15.71	907.63					07.48	671.60	20			
	48	42		19.97	879.78					11.74	644.52		3	12	
			20	24.23	857.95					16.00	617.46	40			
			40	28.49	824.14					20.27	590.42	20			
	52	43		32.75	706.34					24.53	563.40		2	8	
			20	37.01	768.56					28.79	536.39	40			
			40	41.27	740.80					33.06	509.39	20			
	56	44		45.54	713.06					37.32	482.42		1	4	
			20	49.80	685.33					41.58	455.46	40			
			40	54.06	657.63					45.85	428.51	20			
35^{m}		45		0.06658.32	1.11629.90	36^{m}				0.06850.11	1.10401.58		0		0^{m}
				coλ	λ					coλ	λ				
				81°15′ a 81°30′						81°00′ a 81°15′					
				$5^{m}25^{m}$ a $5^{h}26^{m}$						$5^{h}24^{m}$ a $5^{h}25^{m}$					

MUESTRA DE LAS TABLAS DE MERCATORIALES DE A. PÉREZ

1 hora		22°		Lambdas λ	Partes proporcionales	Colambdas coλ	68°			
28m	0s	0′	0″	1353.69	Δλ1″ = 1.7966	5630.82		68°		32m
	1		15	3.96	ΔCλ1″ = 4.44	30.25	45″			
	2		30	4.22	Δλ Pp ΔCλ	29.48	30		58s	
	3		45	4.49	1.80 1 4.44	8.82	15			
	4	1		1354.76	3.59 2 8.88	5628.15		59′		
	5		15	5.03	5.39 3 13.32	7.48	45			
	6		30	5.30	7.19 4 17.76	6.81	30		54	
	7		45	5.57	8.98 5 22.20	6.15	15			
	8	2		1355.84	17.97 10 44.40	5625.48		58		
	9		15	6.11	25.95 15 86.60	4.81	45			
	10		30	6.38		4.15	30		50	
	11		45	6.65		3.48	15			
	12	3		1356.92		5622.82		57		
			15	7.19		2.15	45			
	14		30	7.46		1.49	30		46	
			45	7.73		20.82	15			
		4	·	1358.00		5620.16		56		
			15	8.27		9.50	45			
	18		30	8.54		8.83	30		42	
			45	8.81		8.16	15			
		5		1359.08		5617.50		55		
			15	9.35		6.83	45			
	22		30	9.62	Δλ1″ = 1.8	6.17	30		38	
			45	9.89	ΔCλ1″ = 4.426	5.50	15			
		6		1360.16	Δλ Pp ΔCλ	5614.84		54		
			15	0.43	1.8 1 4.43	4.17	45			
	26		30	0.70	3.6 2 8.85	3.51	30		34	
			45	0.97	5.4 3 13.28	2.84	15			
		7		1361.24	7.2 4 17.71	5612.18		53		
			15	1.51	9.0 5 22.13	11.52	45			
	30		30	1.78	18.0 10 44.27	10.85	30		30	
			45	2.05	27.0 15 66.40	10.19	15			
		8		1362.32		5609.53		52		
			15	2.59		8.86	45			
	34		30	2.86		8.20	30		26	
			45	3.13		7.53	15			
		9		1363.40		5506.87		51		
			15	3.67		6.20	45			
	38		30	3.94		5.34	30		22	
			45	4.21		4.88	15			
28	40	10		1364.48		5604.22		50	20	31
				coλ Colambdas		λ Lambdas	67° — 4 horas			

IV

Aplicaciones curiosas de la teoría de los mercatoriales

A. — AL CÁLCULO DE LOS LOGARITMOS DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

19. Tanto las tablas de Guyou como las de Barreda o las primeras y segundas del autor, permiten calcular los logaritmos de las referidas funciones.

Indicaremos, someramente, la marcha a seguir usando de las tablas de Guyou o de las *segundas* del autor de este trabajo y con más detalles, tratándose de las tablas de logaritmos tangentes de Barreda o de las nuestras.

En el sistema de logaritmos adoptados por Guyou $\left[\text{base} = e^{\frac{\pi}{10800}}\right]$ es fácil ver que :

$$\log \operatorname{tg} x = -\operatorname{co}\lambda\,(2x) \qquad \text{y} \qquad \log \operatorname{cotg} x = \operatorname{co}\lambda\,(2x)$$

puesto que :

$$\log \operatorname{tg} x = \log \operatorname{cotg}[90^\circ - x] = \log \operatorname{cotg}\left[45^\circ + \frac{90^\circ - 2x}{2}\right] = -\operatorname{co}\lambda\,(2x)$$

y

$$\log \operatorname{cotg} x = \log \operatorname{tg}[90^\circ - x] = \log \operatorname{tg}\left[45^\circ + \frac{90^\circ - 2x}{2}\right] = \operatorname{co}\lambda\,(2x).$$

Veamos el medio de formar los logaritmos senos y cosenos. Hagamos :

$$\operatorname{sen} x = \operatorname{tg} y \qquad (1)$$

con lo cual

$$\frac{1 + \operatorname{sen} x}{1 - \operatorname{sen} x} = \frac{1 + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} y}. \qquad (2)$$

El primer miembro equivale a :

$$\frac{1 + \cos(90^\circ - x)}{1 - \cos(90^\circ - x)} = \frac{2\cos^2\left[45^\circ - \frac{x}{2}\right]}{2\cos^2\left[45^\circ - \frac{x}{2}\right]} = \qquad (3)$$

$$= \operatorname{cotg}^2\left[45^\circ - \frac{x}{2}\right] = \operatorname{tg}^2\left[45^\circ + \frac{x}{2}\right].$$

El segundo miembro de la (2) equivale a :

$$\frac{1 + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} y} = \operatorname{tg}\left[45^\circ + \frac{2y}{2}\right], \tag{4}$$

y por tanto de (3) y (4)

$$2\lambda\,(x) = \lambda\,(2y). \tag{a}$$

Ahora, por la (1), llevando en cuenta la anterior

$$\log \operatorname{sen} x = \log \operatorname{tg} y = - \operatorname{co}\lambda\,(2y).$$

Mediante las ecuaciones (a) y (b) podríamos determinar log sen x, e inversamente, hallar el arco x.

Los logaritmos cosecantes y secantes tienen expresiones idénticas, pero de signo contrario respectivamente.

(Continuará.)

VOLÚMENES Y FOLLETOS

EN EL TRIMESTRE ABRIL, MAYO Y JUNIO DE 1926

Diccionario bibliográfico de peruanos contemporáneos, publicado bajo la dirección de Juan Pedro Paz-Soldán, 439 páginas, Librería e imprenta Gil, año 1917, Lima, Perú.

Carnegie endowment for international peace. Founded December 14, 1910 ; Year Book, 1925, número 14, 241 páginas, published by the Endowment, año 1825, Wáshington.

Academia das Sciencias de Lisboa, *O clima de Portugal Continental,* pelo general Joao Maria de Almeida Lima, 81, Imprenta Nacional, años 1922, Lisboa.

Contributi Scientifici delle missioni Salesiane del venerabile Don Bosco : La Lingua dei Bororos. Orarimugudoge. Secondo i materiali publicati dalle missioni Salesiane. Studio comparativo del Prof. Alfredo Trombetti. *La struttura grammaticale. I vocaboli. Conclusioni,* 60 páginas. Società editrici internazionale, año... ? Torino.

Contributi Scientifici delle missioni Salesiane del venerabile Don Bosco : D. Antonio Colbacchini, *I Bororos Orientali « Orarimugudoge » del Matto Grosso (Brasile). Notizie Etnografiche. Miti degli Orarimugudoge. Grammatica. Testi. Canti Religiosi,* 210 páginas, Società editrici internazionale, Torino.

Roberto Levillier, *El descubrimiento del norte argentino. La expedición de Diego de Rojas del Cuzco al Tucumán y al Río de la Plata, 1543-1546,* 69 páginas, Librería Francesa Rosay, año 1925, Lima, Perú.

Publicaciones de la Secretaría de Educación Pública, México, D. F. *Universidad Nacional de México. Curso de fisiología,* sustentado por el profesor Eugenio Gley, en la Facultad de Medicina. I, *Lecciones ;* II, *Conferencias ;*

III, *Experiencias de laboratorio,* 116 páginas, Secretaría de Educación Pública, Dirección editorial, 1925, México.

Samuel Klingenstiernas, *Levnad och verk. Biografish skildring utgiven av K. Svenska Vetenskapsakademien. II Vetenskapliga arbeten.* 1 av C. W. Oseen. Med 26 textfigurer, 69 páginas, Almqvist & Wiksells Boktryckeri, A. B., 1925, Stockholm.

La provincia de Buenos Aires. Su estado social y económico presente y perspectivas para su futuro, compilado por don Jorge Selva : I, *El territorio de la provincia ;* II, *El factor humano, la población ;* III, *Intensificación, la vida comunal, las ciudades ;* IV, *Comunicaciones y transportes ;* V, *Las riquezas agropecuarias ;* VI, *La agricultura ;* VII, *Los productos minerales ;* VIII, *Industrias manufactureras y mecánicas ;* IX, *Las instituciones bancarias ;* X, *Condiciones de trabajo ;* XI, *Gobierno y administración de la provincia ;* XII, *Cuadro sintético del estado actual de la provincia de Buenos Aires ;* XIII, *Lo que debe saber todo inmigrante que se dirija a la República Argentina,* 90 páginas, Talleres de impresiones oficiales, 1926, La Plata.

Notas de arqueología prehistórica galaica. Los dólmenes de Dombate y de la Gándara (Coruña), por el doctor C. Pérez Bustamante, con la coloboración de S. Parga Pondal, *Boletín de la Biblioteca Menéndez y Pelayo,* 49 páginas, Talleres tipográficos J. Martínez, 1924, Santander.

Sobre la enseñanza de la Matemática para los químicos, por el ingeniero José Babini. Trabajo presentado al Segundo Congreso de Química (1º Sudamericano), 19 páginas, Establecimiento gráfico de T. Palumbo, 1926, Buenos Aires.

The Spanish Heritage in America, by William S. Shepherd. Reprinted from The Modern Language Journal, 1925, Columbia (N. A.).

Ministerio de Agricultura, República Argentina. Sección propaganda e informes. Laboratorio de botánica. *Leguminosas forrajeras de la flora argentina. Medicago L. (Alfalfa, lupulina, tréboles de carretilla),* por Enrique C. Clos, ingeniero agrónomo, 20 páginas, Talleres gráficos del Ministerio de Agricultura de la Nación, 1926, Buenos Aires.

Período constitucional, 1923-1927. Mensaje dirigido a la Asamblea nacional de El Salvador por el señor presidente de la República, doctor don Alfonso Quiñones Molina, en la solemne apertura de las sesiones ordinarias de 1926, 33 páginas, Imprenta Nacional, 1926, Salvador.

Biblioteca obrera, fundada el 25 de septiembre de 1897. Subvencionada por el Superior Gobierno de la Nación. *Memoria del XXVIII ejercicio correspondiente al año 1925,* 22 páginas, Imprenta sindical de la Federación Gráfica, Buenos Aires.

Registro de la Escuela Naval Militar, 1920-1925, 88 páginas, Imprenta de la Escuela Naval Militar, 1926, Río Santiago (provincia de Buenos Aires).

Manuel Barros, *Ciperáceas argentinas ; clave para la determinación de los géneros,* 29 páginas, Imprenta de la Universidad, 1925, Buenos Aires.

Manuel Velasco de Pando, *Memoria sobre la elasticidad y resistencia de las piezas prismáticas, cuyo eje es una curva plana, cargadas normalmente a su plano,* 26 páginas, Imprenta Colonial (Estrada Hermanos), 1917, Sevilla (España).

Frank L. Soler, *Contribución al conocimiento de las funciones del bazo. Sissoresis esplénica,* 25 páginas, Imprenta Mercantil, 1926, Buenos Aires.

Alberto Schneidewind, *Estudio económico de los ferrocarriles argentinos desde el punto de vista del interés general.* Publicado en el *Boletín del Congreso Sudamericano de Ferrocarriles,* año X, primer semestre, número 19, 21 páginas, Talleres gráficos de la Compañía General de Fósforos, 1926, Buenos Aires.

Umberto Nobile, *Il volo transpolare.* Conferenza tenuta nell'Aula Magna della R. Università di Roma il 23 Novembre 1925, alla presenza di S. M. il Re, 27 páginas, 1925, Roma.

Ramón G. Loyarte, *La estructura del átomo. Estado actual de la cuestión,* 63 páginas, Tomás Palumbo, 1925, Buenos Aires.

S. Venturi, *Supercherías spegazzinianas o palos y más palos,* Imprenta Miguel Violetto, 1925, Tucumán.

Juan A. Briano, *Acceso de los ferrocarriles del Estado a la Capital federal. Características y ventajas principales de establecerlo por Entre Ríos. Principales objeciones formuladas a este proyecto,* 35 páginas, Escuela tipográfica del Colegio León XIII, 1923, Buenos Aires.

Juan A. Briano, *Proyecto de ubicación del mercado de ganado con acceso de las tres trochas de ferrocarriles. Vinculación de los ferrocarriles del sur de la República con los del norte,* 40 páginas, 1917, Buenos Aires.

Juan A. Briano, *Modificación de las líneas del Ferrocarril Central Argentino en la ciudad de Buenos Aires,* 27 páginas, 1915, Buenos Aires.

Juan A. Briano, *Ferrocarril Intercontinental Panamericano. Sus nuevas orientaciones. Ferrocarril Internacional Americano,* Talleres gráficos de la guía «Expreso», 1919, Buenos Aires.

Juan A. Briano, *Acceso de los ferrocarriles del Estado a la Capital federal. Red mesopotámica.* Conferencia pública dada en el local de la Biblioteca Popular del Paraná el 13 de noviembre de 1919, 31 páginas, Talleres «Jacobo Peuser», 1920, Buenos Aires.

Erik Asplund, *Floran inom Garphytte Nationalpark,* publicado por la K. Svenska Vetenskapsakademiens Skrifter I Naturskyddsä renden, 35 páginas, Almqvist & Wiksells Boktryckori, A. B, 1925, Stockholm.

José Babini, *Sobre la interpretación lineal,* 10 páginas, 1926, Madrid.

A. A. Romero, *La explotación del petróleo en el Neuquén. Teorías equivocadas y estudios geológicos imaginarios practicados en la zona de explotación*, 16 páginas, 1926, Buenos Aires.

Guillermo Hoxmark, *La aviación y la meteorología* ; I, Presión atmosférica; II, Temperatura atmosférica; III, El tiempo y la visibilidad; IV, Esdística y manuales ; V, La navegación aérea y la exploración científica de la atmósfera ; VI, Relaciones de los aviadores con los meteorólogos, 13 páginas, Talleres gráficos del Ministerio de Agricultura de la Nación, 1924, Buenos Aires.

BIBLIOGRAFÍA

Turbines Hidrauliques, por A. RATEAU, miembro de la Academia de Ciencias, D. EYDOUX, profesor de la Escuela nacional de puentes y calzadas, y M. GARIEL, director general de las Usinas Neyret-Beylier y Piccard-Pictet. Un volumen en 8º, de 692 páginas. Editores: Librairie J. B. Baillière et Fils. París, 1926. Publicación de la *Encyclopéde de Mécanique Appliquée.* Director, M. L. Lecornu.

Si se considera la energía hidráulica disponible, que alcanza la enorme cifra de 662 millones de HP, en todo el mundo, según Mattern ; la potencia total de las turbinas en funcionamiento, estimada en 25 millones de HP, y los extraordinarios progresos de la Electrotécnica, que permiten el fácil transporte de alta tensión, a grandes distancias y reducidas pérdidas, se echará de ver el gran desarrollo que debe adquirir la energía hidráulica en sus aplicaciones a las industrias humanas, desarrollo evidenciado de día en día con los nuevos y poderosos planteles hidroeléctricos que se instalan en diversas naciones. La energía hidráulica tiende en la actualidad, a substituir progresivamente a la energía del combustible que antes constituía el principal motor de la industria.

La construcción de poderosas turbinas, hasta de 50.000 HP, por unidad, y la instalación de grandes usinas, con alturas de caída muy variables y en diferentes condiciones de rendimiento y de trabajo, implica toda una serie de problemas prácticos, cuya solución en muchos casos debe optenerse por estudios, principalmente basados en la Hidrodinámica y en la Hidráulica, aparte la índole especial de los mismos.

El tratado arriba enunciado, primer volumen de una obra que comprenderá tres, se debe a los eminentes hidráulicos Rateau, Eydoux y Gariel, conocidos autores de la materia. La obra es, por su carácter, completamente didáctica y resumirá, según los autores, la Hidrodinámica y la Hidráulica en su aplicación posible al estudio y al cálculo completo de las turbinas y de sus órganos anexos, teniendo especialmente en los trabajos más recientes y las teorías modernas.

El primer volumen, que es el publicado, trata de las nociones generales de Hidrodinámica y de las teorías aplicables a las turbomáquinas. El segundo tendrá particularmente en vista al estudio detallado, tanto teórico como práctico, de los dos grandes grupos de turbinas modernas, es decir, las de impulsión y las de reacción. El tercero, estudiará los problemas anexos y los accesorios de las turbinas : su regulación, los dispositivos protectores contra los golpes de ariete, etc., y ejemplo de las grandes instalaciones modernas.

El primer volumen comprende tres partes. La primera parte resume la Hidrodinámica en general: presiones y fuerzas exteriores, Estática, Cinemática y Dinámica de los flúidos; teoría de los turbillones; escurrimiento; principio de las imágines de Lord Kelvin; escurrimiento de líquidos viscosos; líquidos naturales; corrientes líquidas. Empuje ejercido por los flúidos en movimiento sobre obstáculos y caso recíproco; presión de un chorro líquido sobre una superficie; variaciones bruscas del escurrimiento; orificios, salidas por compuertas y conductos. Homogeneidad y semejanza en Hidrodinámica.

La segunda parte estudia la Hidrodinámica aplicada a las máquinas hidráulicas rotativas o turbomáquinas hidráulicas, y comprende la fórmula fundamental, la semejanza de las turbomáquinas en general, los coeficientes característicos. Generalidades sobre máquinas receptoras o turbomáquinas. Estudio de las turbinas por consideraciones de semejanza, generatrices, bombas centrífugas.

La tercera parte trata de la Hidrodinámica especial de los conductos de alimentación de las turbinas, el regimen permanente, golpe de ariete de onda, oscilaciones en masa o golpe de resorte, las chimeneas de equilibrio, depósitos de aire.

No es posible en un simple artículo bibliográfico, considerar, ni someramente, las múltiples cuestiones que encierra este volumen, que debe señalarse como un tratado completo, en su forma y presentación y resume los principales estudios anteriormente efectuados, especialmente en lo que se refiere al golpe de ariete de onda, los rítmicos debidos al bombeo, por depósito de aire y las oscilaciones en masa o golpe de resorte; todos ellos ampliamente tratados, según los estudios de Camichel, Foch, Joukowski, Allievi, de Sparre, etc., y de los mismos autores.

JUAN F. SHEAHAN.

Revista Chilena de Historia Natural, tomo XXX, dirigida por el doctor E. Porter.

Acabamos de recibir el tomo XXX de esta imprescindible Revista para nuestros países sudamericanos. Este número forma un volumen de 536 páginas, con 66 artículos originales, 30 láminas, 55 figuras intercaladas en el texto, datos sobre Museos y corporaciones científicas de Chile y una muy abundante bibliografía.

Como ya lo hemos hecho notar en otras oportunidades, el que una persona dé una vida treintenaria a una Revista científica, y solamente con sus medios propios atienda la impresión interrumpida de la Revista — los que están en esos trabajos saben lo que significa, — atienda sus cátedras, atienda la correspondencia con cientos de especialistas, etc., etc., representa una salud de hierro, una voluntad indómita, y una perseverancia heroica.

¿ Será de estrañar que el doctor Porter haya llamado la atención del mundo científico entero ? Bien merecido por consiguiente — además de los cientos de distinciones y reconocimientos que ya tiene en su haber que la *Société Zoologique de France* haya querido recompensar la obra de Porter con la medalla « Geoffrey Saint-Hilaire », tan pocas veces concedida que tiene el busto del gran naturalista francés : agregámosle nuestros sinceros plácemes.

Que Dios dé larga vida todavía a un *pioneer* de las Ciencias Naturales como lo es el doctor Carlos E. Porter.

SOCIOS ACTIVOS *(Continuación)*

Huergo, José M.
Hermida Álvarez, Ángel.
Iarcho, Pedro G.
Ivanissevich, Ludovico.
Izaguirre, Salvador T.
Jacobacci, Jaime.
Laclau, Narciso C.
Lacoste, Julio.
Labarthe, Julio.
Lanfranco, Silvio.
Larco, Esteban.
Lasso, Alfredo.
Latzina, Eduardo.
Lavalle, Francisco P.
Lea, Allan B.
Leguizamón Pondal, Martno.
Lenhardtson, Emilio.
Logarzo, Miguel.
Loyarte, Ramón.
Lizer y Trelles, Carlos A.
Lombardi, Alberto.
López Pereyra, Benjamín.
Lorenzetti, Miguel V.
Lozano, Nicolás.
Lugones, Arturo M.
Luro, Rufino.
Madrid, Enrique de.
Mainini, Carlos.
Magnin, Jorge.
Magnin, Félix J.
Mallol, Emilio.
Mamberto, Benito.
Marín, Plácido.
Marcó del Pont, Enrique.
Marotta, Pedro.
Martínez, Benjamín D. (h.)
Massini, Carlos.
Mayol, J. A. Jorge.
Maza, Benedicto.
Medina, José A.
Melo, Carlos F.
Méndez, Julio.
Meoli, Gabriel.
Mercante, Víctor.
Mercau, Agustín.
Mermoz, Fco. Alberto.
Mey, Carlos V.
Mignaqui, Luis P.
Molfino, José F.
Molina Civit, Juan.
Molino Torres, Alejandro.
Morales, Carlos María.

Moreno, Evaristo V.
Moreno, Jorge.
Möhring, Walther.
Mosca, Juan José C.
Mulhall, Jaime.
Nally, Rosa A.
Narbondo, Juan L.
Nágera, Juan José.
Natale, Alfredo.
Negrete, Lucía.
Negri, Mario L.
Nielsen, Juan.
Noceti, Domingo.
Novillo, Andrés B.
Ocampo, Manuel S.
Olmos, Miguel.
Olivieri, Alfredo.
Ortiz de Rosas, Jorge.
Orús, Antonio (hijo).
Otamendi, Rómulo.
Otamendi, Gustavo.
Otamendi, Belisario.
Outes, Félix F.
Paez, José Ma.
Poiré, Arturo A.
Paitoví Oliveras, Antonio.
Palacio, Emilio.
Palma, Luis.
Palma, José M.
Paoli, Humberto J.
Parodi, Edmundo.
Parodi, Lorenzo R.
Parodi, Silvio E.
Pasman, Raúl G.
Pastore, Franco.
Paquet, Carlos.
Paulsen, Emilio F.
Paz Anchorena, José M.
Péndola, Agustín.
Pérez Hernández, Ángel.
Pestalardo, Agustín.
Piana, Juan S.
Piñero, Rodolfo.
Quartino, José N.
Raimondi, Alejandro.
Raffo, Bartolomé.
Rebuelto, Emilio.
Rebuelto, Antonio.
Renacco, Ricardo.
Roballos, Antonio L.
Rodríguez Aravena, Santos.
Roffo, Juan.

Roldán, Raimundo.
Rokotnitz, Otto.
Romero, Julián.
Romero, Antonio.
Rospide, Juan.
Rossell Soler, Pedro A.
Rubinstein, David.
Sabaría, Enrique.
Sabatini, Ángel.
Sánchez Díaz, Abel.
Sánchez, José R.
Sánchez, Gregorio L.
Sanromán, Iberio.
Santángelo, Rodolfo.
Saporiti, Héctor J.
Saralegui, Luis.
Sarhy, Juan F.
Sarmiento Laspiur, Eduardo.
Scala, Augusto.
Schaefer, Guillermo F.
Schnack Benno, J.
Schmiedel, Ottomar.
Schneidewind, Alberto.
Schoo Lastra, Oscar.
Selva, Domingo.
Senet, Rodolfo.
Sheahan, Juan F.
Spota, Víctor J.
Solari, Miguel A.
Solari, Emilio F.
Soler, Frank L.
Sobral, Arturo.
Soldano, Ferruccio A.
Spinetto, David J.
Storni, Segundo R.
Taiana, Alberto.
Tedeschi, Virgilio.
Tello, Eugenio.
Torre Bertucci, Pedro.
Torello, Pablo.
Trelles, Rogelio A.
Trovati, Francisco.
Uriarte Castro, Alfredo.
Uribe, Pedro.
Urondo, Franscisco E.
Vallebella, Colón B.
Valentini, Argentino.
Valençon, Luis A.
Valerga, Oronte A.
Valiente Noailles, Luis.
Valle, Juan A.
Vanossi, Reinaldo.

SOCIOS ACTIVOS *(Conclusión)*

Varela, Rufino (hijo).
Vidal, Antonio.
Viviani, Luis.
Volpatti, Eduardo.
Wauters, Carlos.
Williams, Adolfo T.
White, Guillermo J.
Zuloaga, Ángel M.

SOCIOS ADHERENTES

Álvarez, Domingo.
Andisco, Juan F.
Balbiani, Atilio.
Basterreix, Francisco.
Bazzanella, José.
Dorado, Luis.
Gandolfo José S.
Goñi, José.
Lambertini, Miguel.
Liebermann, José.
Maldonado, Bruzzone R.
Massone, Atilio.
Nicola, Carlos de.
Pascual, Oliveras Antonio.
Peirano, Santiago F.
Pelosi, Elías.
Pini, Aldo S.
Repetto, Cayetano.
Soler, Antonio L.
Sáenz Valiente, Casto.
Vernengo, Roberto E.
Vidal, Eduardo.
Vignaux, Juan C.
Weinstock, Zelman.
Zanalda, David M.
Zanetta, Alberto J.
Zanetta, Atilio.

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACIÓN DIDÁCTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E.
Besio Moreno, Nicolás.
Tornquist, Ernesto y Comp. (Lim.).

506.82

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA

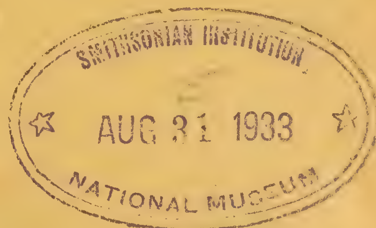
DIRECTOR : INGENIERO JULIO R. CASTIÑEIRAS

OCTUBRE-DICIEMBRE 1926. — ENTREGAS IV-VI. TOMO CII

ÍNDICE

BUENOS AIRES
IMPRENTA Y CASA EDITORA « CONI »
684 — CALLE PERÚ — 684

1926



JUNTA DIRECTIVA

(1926-1927)

Presidente	Ingeniero **Eduardo Huergo.**
Vicepresidente 1º	Doctor **Nicolás Lozano.**
Vicepresidente 2º	Doctor **Emilio C. Díaz.**
Secretario de actas	Ingeniero **Juan José C. Mosca.**
Secretario de correspondencia	Ingeniero **Anecto J. Bosisio.**
Tesorero	Ingeniero **Edmundo Parodi.**
Protesorero	Ingeniero **Emilio Mallol.**
Bibliotecario	Ingeniero **Nicolás Besio Moreno.**
Vocales	Arquitecto **Carlos E. Géneau.**
	Capitán de navío **Segundo R. Storni.**
	Ingeniero **Enrique Marcó del Pont.**
	Doctor **Abel Sánchez Díaz.**
	Ingeniero **Enrique Sabaría.**
	Ingeniero **Pedro Aguirre.**
	Ingeniero **Juan A. Briano.**
	Doctor **Lucio D'Ascoli.**
Gerente	Señor **Antonio Alonso Ríos.**

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los *Anales (personalmente responsables de la tesis que sustentan en sus escritos)* que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarlo por escrito. Tienen, además, derecho a la corrección de dos pruebas. Los manuscritos, correspondencia, etc., se enviarán a la Dirección, **Cevallos, 269.** — LA DIRECCIÓN.

VARIABILIDAD ESTELAR

Por C. D. PERRINE
Director del Observatorio astronómico nacional de Córdoba

Casi todos los esfuerzos de los observatorios estrictamente nacionales están forzosamente dedicados a grandes investigaciones, como las preparaciones de catálogos de las posiciones, magnitudes, etc., de las estrellas, los cuales son tan importantes en las investigaciones de la forma y estructura de nuestro Universo. Tales obras son demasiado costosas para las instituciones y observatorios particulares, hasta un grado en que solamente las naciones pueden sufragar los gastos.

Estas investigaciones requieren muchos años para su terminación y revelan pocos o ningún resultado de interés o novedad al público. Tales son las obras que ha ocupado al Observatorio Nacional Argentino en su existencia de más que medio siglo.

Pero la falta de observaciones físicas de las estrellas y nebulosas en el hemisferio sud ha sido tanta, y tan desequilibrados con los del hemisferio norte que hacen varios años fueron empezadas las observaciones e investigaciones de este género. Como requisito indispensable para obtener las observaciones espectroscópicas y fotográficas de las estrellas débiles y las nebulosas, fué empezada la construcción de un reflector grande, el cual fué interrumpido por la guerra y todavía no está terminado.

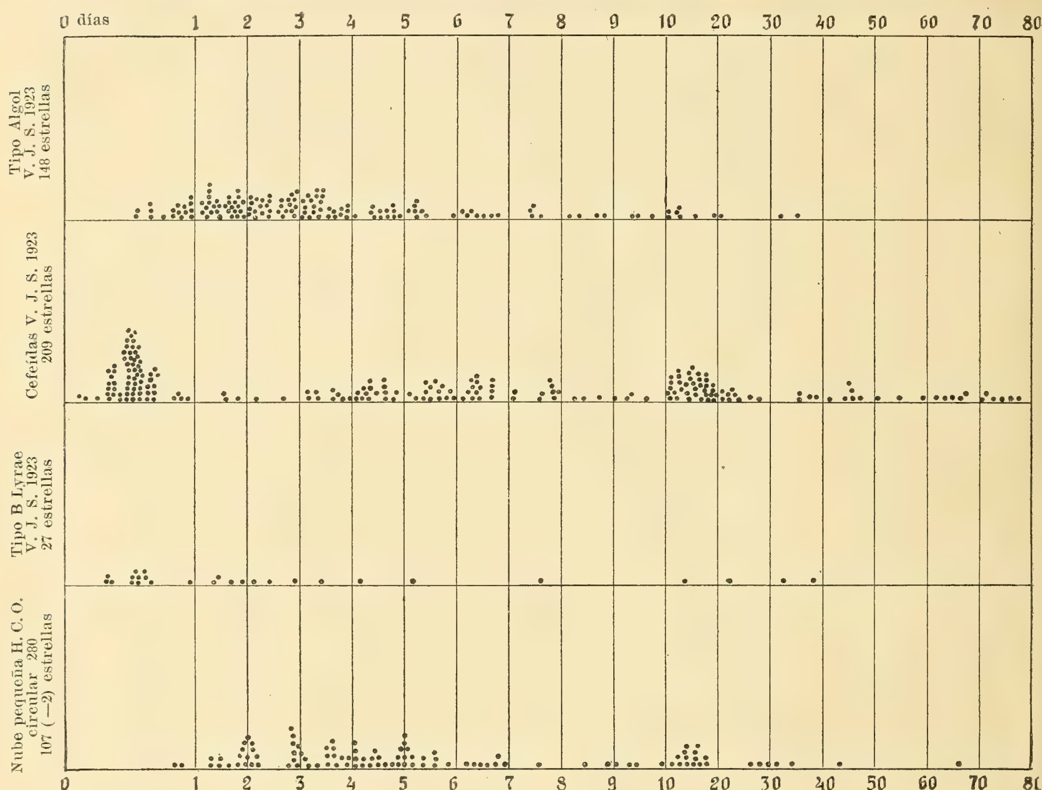
Tanto como era posible han sido proveídas tales observaciones, como podían ser conseguidos con los aparatos actuales, pocas sin embargo, hasta la fecha.

Unos pocos resultados de interés han salido de estas investigaciones, pero más para sus *indicaciones* y requiriendo observaciones con instrumentos poderosos para su debida confirmación y extensión. Este es especialmente el caso con varias relaciones entre los fenómenos de

las estrellas variables, que ha conducido a una teoría sobre el modo de las variaciones de luz, ahora bajo un prolijo estudio.

Varias relaciones entre los períodos, las brillanteces y las cantidades de variaciones de las estrellas variables han sido descubiertas e investigadas en los recientes años. Las más importantes son :

NÚMEROS DE ESTRELLAS VARIABLES DE CORTO PERÍODO (CEFEÍDAS) Y TIPO ALGOL



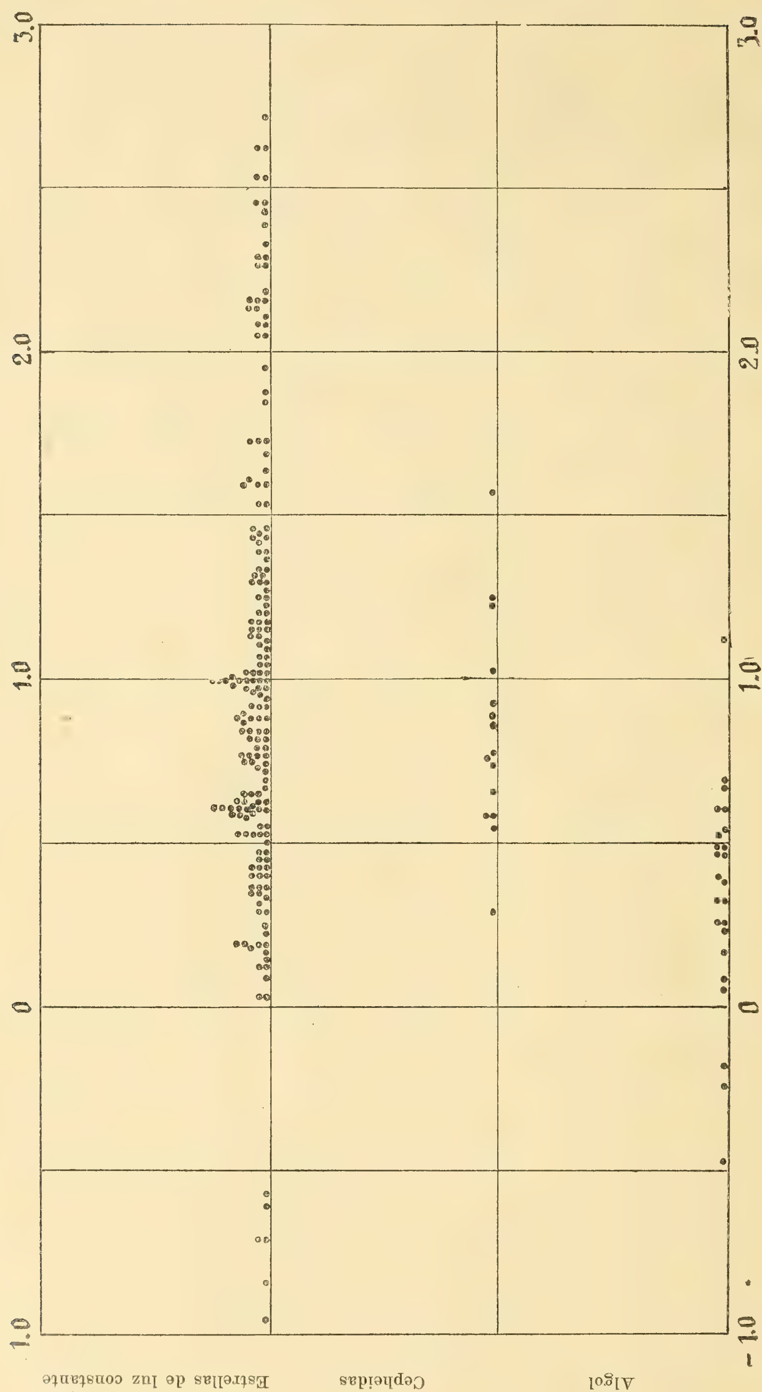
Relación entre variación y largo del período;
Preferencias de las variables para ciertos períodos;
Relación entre variación y máximo de luz.

RELACIÓN ENTRE VARIACIÓN Y LARGO DEL PERÍODO

Esta relación depende sobre el largo del período, lo más largo del período (hasta 500 días más o menos), la más larga variación. Sigue tabla I con los detalles de las varias clases. Los datos han sido extraídos del *Vierteljahrsschift der Astr. Ges.* para los años 1923 y 1925.

TABLA I

Clases y períodos	Promedio de períodos	Magnitud máxima	Amplitud	Número de estrellas
Tipo Algol :				
0^d a 1^d	0^d78	9.63	0.95	14
1 a 2	1.56	9.12	1.19	32
2 a 3	2.50	8.64	1.62	28
3 a 4	3.43	9.27	1.80	24
4 a 5	4.56	9.00	1.68	13
5 a 6	5.29	9.25	1.59	18
6 a 7	6.39	9.41	1.54	7
7 a 9	7.98	10.6	1.28	8
9 a 13	10.85	9.21	1.75	8
15 a 21	18.53	8.17	1.00	3
31 a 35	33.11	10.4	1.75	2
Tipo β Lyrae :				
0^d24 a 0^d42	0^d33	10.54	0.59	8
0.51 a 0.65	0.59	9.30	0.71	8
0.95	0.95	9.7	1.0	1
1.33 a 4.11	2.44	7.78	0.81	10
5.07 a 36.57	19.35	8.05	0.70	6
Cefeídas :				
0^d13 a 0^d23	0^d18	11.50	0.70	3
0.31 a 0.45	0.39	10.63	1.03	19
0.46 a 0.55	0.50	10.45	1.27	23
0.56 a 0.63	0.58	10.19	1.00	12
0.65 a 0.94	0.73	10.16	0.90	11
1.53 a 2.14	1.80	7.65	0.80	4
2.57 a 3.97	3.39	7.81	0.90	9
4.0 a 4 98	4.43	8.71	0.96	15
5.0 a 6.99	5.95	8.18	0.95	28
7.0 a 9.99	8.18	6.68	0.84	16
10.0 a 14.99	12.36	8.68	1.04	16
15.0 a 27.33	18.98	8.66	1.36	27
34.8 a 46.13	40.85	7.38	1.19	10
50.0 a 77.00	66.5	8.51	1.17	14
Período largo :				
80^d a 99^d	89^d	8.93	1.54	12
100 a 149	130	8.42	2.50	39
150 a 199	172	8.50	3.15	38
200 a 249	224	8.48	4.25	71
250 a 279	264	8.57	4.50	51
280 a 309	294	8.69	4.65	45
310 a 349	330	8.35	4.76	60
350 a 399	374	8.05	4.71	57
400 a 449	419	7.94	5.15	36
450 a 499	479	8.05	4.77	13
500 a 613	537	7.78	5.65	11
760 a 900	825	9.60	3.00	3


3.0
2.0
1.0
0
– 1.0
Estrellas de luz constante
Cepheidas
Algol
Binarios espectroscópicos. (Log. — Período — Días)

Estos resultados demuestran que además de la variación general hay preferencias para ciertos períodos diferentes, en diferentes clases. Estas preferencias sugieren pulsaciones u oscilaciones en una funda extensa de la estrella, como la causa de las variaciones de brillantez.

La relación entre período y luminosidad, descubierta por la señorita Leavitt del Harvard Observatory, en las estrellas de la Nube Chica de Magallanes, se encuentra en los datos de la tabla I, pero es afectada por las preferencias anotadas. La curva de Shapley (1) muestra algunas de las desviaciones, especialmente a dos y tres días.

RELACIÓN DE VARIACIÓN Y LUMINOSIDAD

La tabla II muestra los resultados de la dependencia de variación sobre la brillantez máxima para las varias clases.

TABLA II

Dependencia de brillantez

Clases y magnitudes	Promedio de magnitudes	Amplitud	Número de estrellas	Magnitud mínima
Variables de cortos períodos :				
> 4.0	3.45	0.73	6	
4.9 a 5.9	5.25	0.82	8	
6.0 a 7.9	7.03	0.94	47	
8.0 a 9.9	8.88	1.05	100	
10.0 a 11.9	10.59	1.10	45	
12.0 y más débiles	13.21	1.48	13	
Variables Algol :				
> 4.0	2.88	0.62	4	
4.0 a 5.9	5.33	0.63	3	
6.0 a 7.9	7.14	1.38	20	
8.0 a 8.9	8.53	1.68	25	
9.0 a 9.9	9.50	1.51	50	
10.0 a 11.9	10.52	1.49	41	
12.0 y más débiles	12.45	1.28	6	
Variables β Lyrae :				
> 5.9	4.13	0.60	3	
6.0 a 7.9	7.20	0.67	3	
8.0 a 8.9	8.44	0.79	10	
8.0 a 8.9	8.49	0.66	9	
9.0 a 14.7	10.27	0.70	18	

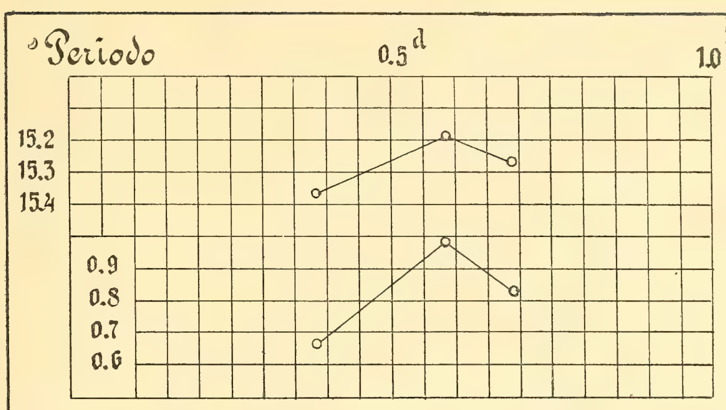
(1) Ver *Astrophysical Journal,* **48**, página 104, figura 1, 1918.

Clases y magnitudes	Promedio de magnitudes	Amplitud	Número de estrellas	Magnitud mínima
Largos períodos (más de 200 días) :				
> 4.0		(5.03)	(3)	
> 4.0	3.5	7.10	2	10.6
4.0 a 5.9	5.0	6.45	17	11.5
6.0 a 7.9	7.0	5.09	101	12.1
8.0 a 9.9	9.0	3.95	190	13.0
10.0 a 11.9	11.0	3.16	49	14.2
12.0 a 13.9	13.0	3.00	6	16.0
14.0 y más débiles ..	14.9	2.10	2	17.0
Espectro M*d solamente :*				
3.3 a 4.8	3.96	(6.64)	(5)	(10.6)
3.5 a 4.8	4.12	7.55	4	11.7
5.0 a 5.9	5.58	6.15	12	11.7
6.0 a 6.9	6.48	5.41	18	11.9
7.0 a 7.9	7.43	5.47	56	12.9
8.0 a 8.49	8.18	5.13	45	13.3
8.5 a 8.99	8.70	4.69	33	13.4
9.0 a 9.49	9.15	4.37	25	13.5
9.5 a 9.99	9.61	3.37	12	13.0
10.0 a 11.4	10.49	3.03	13	13.5
Espectro S *solamente :*				
5.6................	5.6	8.30	2	13.9
6.5 a 6.6	6.55	7.05	2	12.6
7.0 a 7.4	7.16	5.12	8	12.3
8.0 a 8.8	8.43	3.82	6	12.2
9.0 a 12.2	10.6	2.30	2	12.9

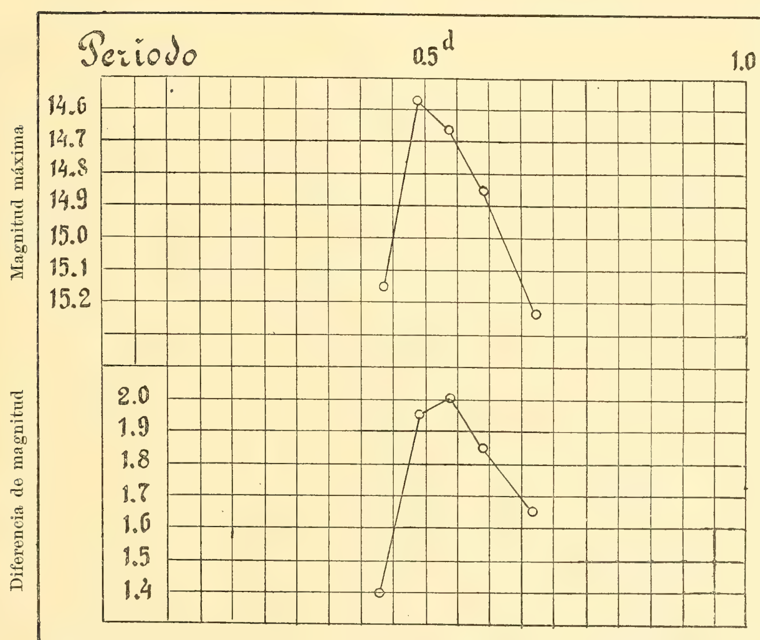
Según estos datos las Cefeídas y las Algols aumentan la variación con diminución de brillantez máxima. Al contrario de lo que ocurre en las variables de largos períodos, estas dependencias muestran también preferencias para ciertos períodos. Como se ve las estrellas de tipos espectrales M*d* y S son, en general, de la misma magnitud en sus mínimas. Se interpreta esto como una aumentación de luz de una condición normal indistinta o débil.

PREFERENCIA DE VARIABILIDAD, NÚMERO Y BRILLANTEZ PARA CIERTOS PERÍODOS

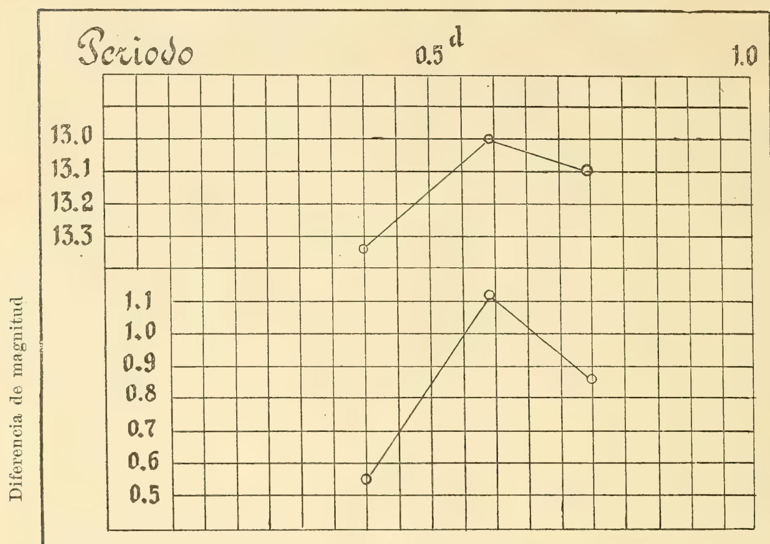
Estas relaciones están expuestas más claramente en las siguientes curvas :



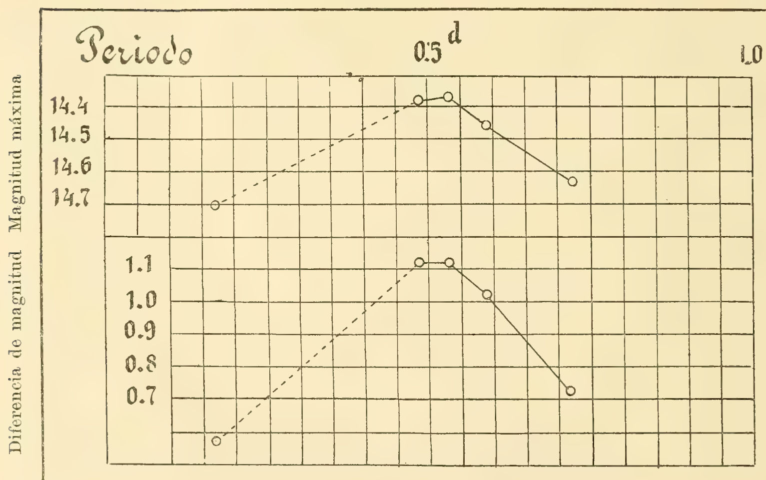
Messier 15



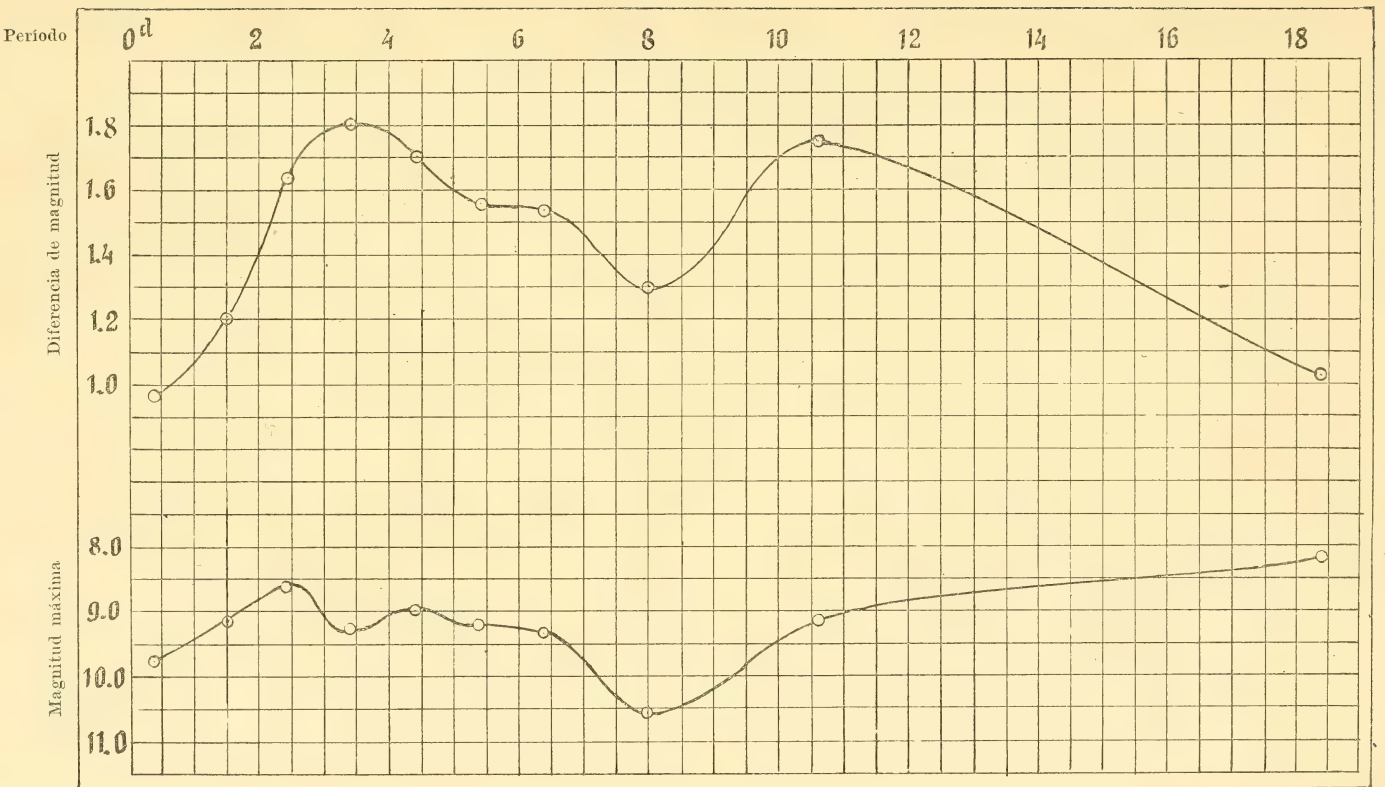
Messier 3

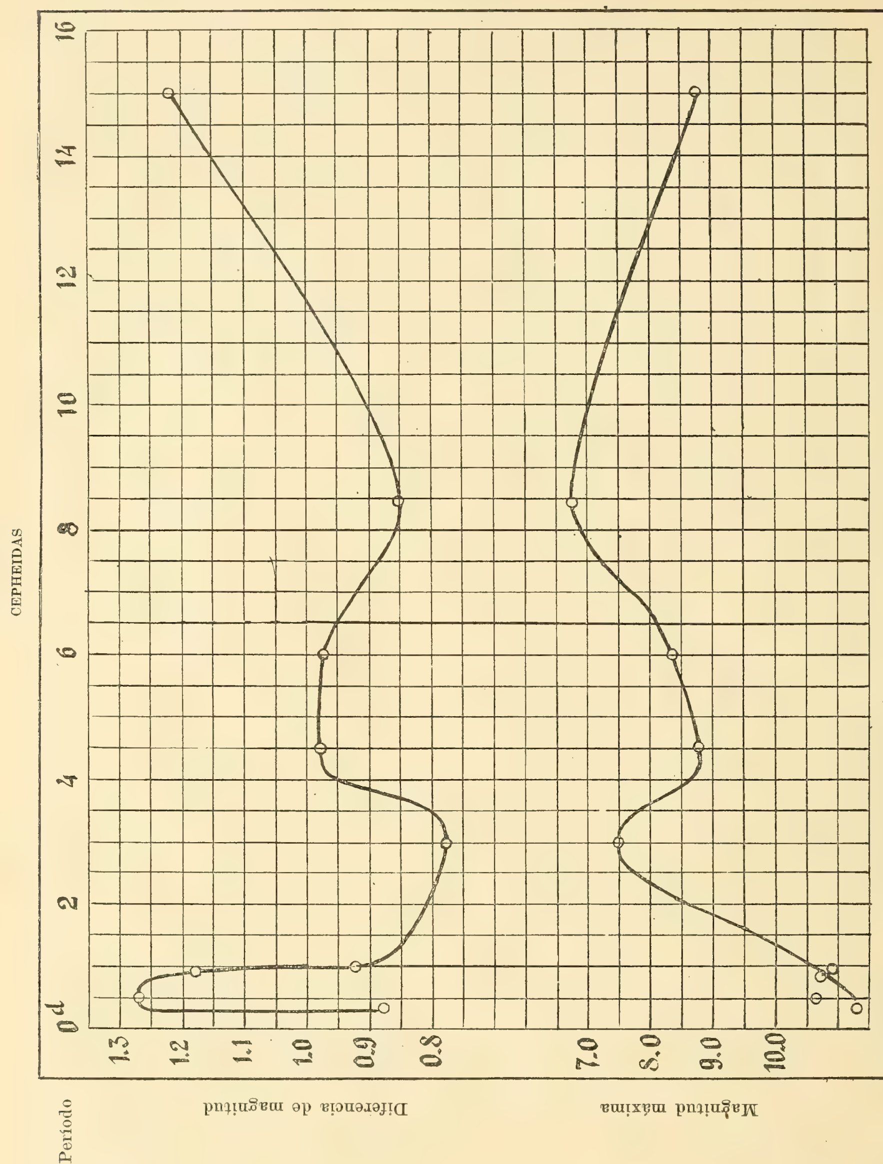


ω Centauri



Messier 5


ESTRELLAS ALGOL
Período
0d
2
4
6
8
10
12
14
16
18
Diferencia de magnitud
1.8
1.6
1.4
1.2
1.0
Magnitud máxima
8.0
9.0
10.0
11.0


CEPHEIDAS
Período
0d
2
4
6
8
10
12
14
16
Diferencia de magnitud
1.3
1.2
1.1
1.0
0.9
0.8
Magnitud máxima
7.0
8.0
9.0
10.0

Las principales conclusiones, emergentes de estos datos son éstos:

a) La generalidad de estas relaciones conducen a la opinión de que todas las estrellas variables están unidas en una sola familia con una causa más o menos común.

b) Las Cefeídas y las Algols son casi completamente complementarias en sus preferencias para ciertos períodos.

c) En general las estrellas variables son más débiles que las de luz constante.

d) En las Cefeídas y Algols, las estrellas con períodos más corto que un día son mucho más débiles que los de períodos de 1 a 3 días.

e) En las Cefeídas hay casi una total falta de períodos de 0^d9 a 1^d5. Este «nodo» es todavía más notable en los cúmulos globulares de Messier 15 y ω de Centauro.

f) En los cuatro cúmulos ω de Centauro, Messier 3, 5 y 15, hay un fuerte máximo en el período cerca de 0^d5, de luz y preferencia también.

g) Los espectroscópicos binarios muestran preferencias para períodos complementarios a las estrellas variables en general, tanto como a algunas semejanzas.

h) En general las Cefeídas son más brillantes que las Algols, pero estas muestran variabilidad más notables.

i) Parece que hay una relación matemática entre los períodos en todas las clases de variables.

La presencia de estas relaciones varias, entre los períodos, brillantez y variabilidad, en todas las clases, es un fuerte indicio de afinidad íntima de las clases, incluyendo las estrellas llamadas «binarias espectroscópicas».

Es una sorpresa encontrar estas relaciones y dependencias en las binarias espectroscópicas, porque la explicación binaria de estas estrellas fué generalmente aceptada.

Los desplazamientos de las líneas espectrales pueden ser explicados también por pulsaciones, y, las otras relaciones, tan generales ahora, indican su probabilidad. Es razonable suponer variación de luz con pulsaciones, y la constancia de las binarias espectroscópicas era un fuerte argumento para la explicación binaria. Pero recientemente ha sido observada aquí una estrella (γ de Carina), que muestra líneas del elemento helio, que cambian sus posiciones periódicamente, pero sin cambio sensible de la brillantez de la estrella. Esta y otras consideraciones han indicado la conveniencia de investigar las velocidades radiales que han sido interpretadas como de las estrellas compañeras, el elemento K. Sigue en la tabla III los resultados.

TABLA III

Binarias espectroscópicas. Elemento orbital K, según tipo espectral

Períodos	B y O	A	F	G	K	M	Promedio K	Número de estrellas
Luz constante :								
$0^d 11$ a $0^d 26$.	$19^k 5$ (4)	14^k (1)	8^k (1)				14^k	6
1.02 a 1.96.	82.1 (7)	72.0 (4)	17.3 (3)				57.	14
2.05 a 3.97.	90.1 (11)	59.4 (16)	52.5 (6)	36^k (1)			60.	34
4.00 a 5.97.	113.3 (7)	53.1 (7)	45.0 (4)	54.0 (3)			66.	21
6.07 a 7.99.	59.8 (10)	53. (1)	62. (2)		38^k (1)		53.	14
8.02 a 11.75.	16.3 (3)	39.8 (11)	37.0 (7)	10.5 (2)			26.	23
12.16 a 15.99.	120.8 (4)	42.0 (2)	51.8 (4)	29.3 (3)			61.	13
16.24 a 19.60.		40.5 (2)	35. (1)	30. (2)	30. (2)		34.	7
20.54 a 29.1..	65.2 (5)	62.6 (5)	47. (1)		19.5 (2)		49.	13
33. a 49....	36.3 (3)	41. (1)	21.0 (2)	34. (2)			33.	8
51. a 74....	30. (1)	36.5 (2)	23.2 (4)				30.	7
88. a 126....	35.7 (3)	32. (2)		26. (1)	28. (1)		30.	7
131. a 144....	36.2 (4)		27. (1)		23. (1)		29.	6
180. a 194....	64. (1)			23.5 (2)	16. (1)		34.	4
212. a 329....			18. (1)	18. (3)	18. (2)		18.	6
409. a 5588....		4.8 (2)	10.6 (2)	12.2 (7)	14.8 (6)	4.6 (2)	9.4	19
Promedio........	59.2	42.4	32.5	27.4	23.8	4.6		
Nº de estrellas ...	63	56	39	26	16	2		202
Cefeídas :								
1.95 a 4.43....			14.8 (4)	14.5 (2)				6
5.37 a 8.38....			17.7 (3)	18.7 (3)				6
10.15 a 17.12....				16.3 (3)				3
35.52....				19. (1)				1
Promedio........			16.2	17.1				16
Algols :								
0.33 a 0.65......			81. (1)	134. (1)				2
1.14 a 1.81......	134. (2)	87.5 (2)	29. (1)					5
2.05 a 2.45......	97.5 (2)	98.7 (2)						4
2.81 a 3.45......	100.5 (4)	66. (1)						5
3.95 a 4.80......	55.5 (2)		187.0 (2)					4
Promedio........	96.9	84.1	99.0	134.				20

Estos datos muestran aumentación del número de las estrellas y en el valor de K en la dirección de las clases espectrales M a B y O con algunas preferencias y valores diferentes de K para ciertos períodos.

Las Cefeídas tienen valores pequeños y casi uniforme de K mientras que para las Algols, los valores de K son mucho más grandes.

Estas condiciones parecen compatibles y más favorables para pulsaciones que para duplicidad.

RELACIÓN MATEMÁTICA DE LOS PERÍODOS

Después del descubrimiento de las preferencias para ciertos períodos, fué examinada la cuestión de si había o no relación matemática entre las preferencias. Ni una *sola serie* fué satisfactoria para las variables, pero cuando fueron examinados los períodos, arriba de 30 de las binarias, fueron reveladas preferencias no accidentales, las cuales podían ser arregladas en algunas series, cada término, siendo la mitad del término mayor.

Más abajo están los períodos (sin omisión alguna), más grande que 30 días, en orden mostrando preferencias evidentes.

34^d	38^d	52^d	70^d	88^d	97^d	107^d	
33	39	52	74			104	
	39.9	52	72				
	39·5	49	72				
	41						
126^d	144^d	181^d	212^d	245^d	284^d		
121	141	180		258	282		
117	138	194					
131	138	195					
	138						
411^d	497^d	665^d	750^d	818^d	973^d		
409		655		834	960		
				870	914		
1170^d	1375^d	1515^d	2117^d	3066^d	3504^d	3849^d	5588^d
			2175	3043			
			2190				

No solamente las preferencias, pero igualmente las lagunas o vacuidades, entre estas preferencias, confirman la realidad de algún sistema por sus métodos.

Cuando separados en algunas series estas preferencias muestran una razón de dos, como abajo :

2160d	3050d	3504d	3849d	5588d
1170	1515	**1680**	**1898**	**2750**
566	750	840	949	1375
283	**376**	410	497	660
140	188	212	252	**330**
72	97	106	124	**165**
		51	**62**	88
			33.5	39

NOTA. — Los guarismos en tipo grueso indican las lagunas.

Se encuentra en las lagunas pequeñas valores entre las estrellas variables de luz. Las lagunas grandes de 1680, 1898 y 2750 probablemente serán llenadas en el futuro por descubrimientos.

Relaciones análogas han sido encontrada en las variables de la Nube Chica de Magallanes.

También hay semejantes relaciones mostrado en los cúmulos glo bulares y las variables de clase β de Lyra.

Investigaciones de estas series indican que son verdaderas debido a alguna causa física, la cual es concebida ser un efecto de ondas en la atmósfera, una interferencia de una onda con otra.

Hay muchos otros puntos que tienen conexión íntima con esta cuestión requeriendo estudio prolijo, estudios que están ya empezados.

Tres deducciones generales resultan de esta investigación :

1ª Todas las variables de luz y velocidad están estrechamente vinculadas y requieren una sola explicación de la causa fundamental.

2ª La evidencia indica que la variabilidad es debida a oscilaciones diferenciales de dos o más fundas en la atmósfera de la estrella.

3ª Los períodos de estrellas variables parecen sujetos a algunas vibraciones que son fundamentales.

Estas observaciones conducen a la creencia que la variabilidad resulta de oscilaciones o pulsaciones en las atmósfera de las estrellas. Las preferencias y condiciones en general, tan complementarias de las Cefeídas y las Algols, indican que hay dos o talvez más ondas en una atmósfera extensa, las variaciones Algols siendo con ondas libres del mismo período oscilando al unísono, con una *aumentación* de luz y velocidad. Mientras que en las Cefeídas, las ondas tienen diferentes períodos, los cuales resultan en *disminuciones* de luz y velocidad.

Tales oscilaciones diferenciales proveen también una explicación de

la relación matemática entre los períodos, las interferencias, resultando en períodos más cortos, sucesivamente reducidas por mitades.

Para satisfacer las condiciones anotadas y proveer una teoría tentativa como base de investigación futura, ha sido formulada la siguiente hipótésis:

Hipótesis. — Toda variabilidad resulta de oscilaciones. Las progresiones siguen la dirección de largo a corto período y de « vieja » a « joven » tipos del espectro. Las oscilaciones ocurren en una funda extensa exterior a la fotósfera verdadera. Esta funda consiste de mucho material cósmico con suficiente cantidad vaporizada para dar las líneas de absorción.

En las clases « viejas » las temperaturas son bajas y las fundas extensas. Mientras progresan el tipo « joven » la temperatura sube y las partes que producen la absorción y luz cambian sus fases. Estos cambios de fases producen los diferentes tipos de variabilidad.

Puede esta hipótesis ser resumida como sigue:

Las variables nacen como las otras estrellas, cuerpos débiles con atmósferas o fundas extensas, principalmente de material cósmico según la teoría de Lockyer. En las regiones donde hay mucho de este material cósmico, probablemente una gran parte en nubecitas, en las inmediaciones de la Vía Láctea, colisiones, choques han producido oscilaciones en la funda, las cuales han aumentado en amplitud con reducción de período y cambio de espectro en la dirección de las clases « jóvenes ».

Con los períodos de 150 días más o menos, la amplitud ha disminuído apreciablemente, las oscilaciones se han estabilizado y la curva de luz ha cambiado a la de los « cortos períodos » o Ceféidas. En los períodos de 40 días aproximadamente entran las fases de los Algols y β de Lyra variables. Desde este punto las Cefeídas y Algols muestran preferencias complementarias.

Las estrellas con períodos más cortos que un día estan de inmediato mucho más débiles mientras las oscilaciones se acercan a extinción.

Las conclusiones de esta investigación son provisionales y tentativas, requiriendo estudios mucho más estensos para su debida aclaración.

Observatorio nacional argentino, enero de 1927.

ASIMETRÍA DE MOVIMIENTOS PARALÁCTICOS

POR C. D. PERRINE

Hace algunos años descubrí una asimetría en los movimientos propios de las estrellas de tipo espectral B. Los movimientos de estas estrellas en el hemisferio boreal fueron solamente la mitad de las del sur. En conexión con la preferencia de estas estrellas para la Vía Láctea y el movimiento solar, esta asimetría indica una diferencia sistemática entre los movimientos de las estrellas en las dos regiones, el Sol moviéndose con las estrellas del norte.

La importancia de esta asimetría en la determinación de las distancias de las Cefeídas ha inducido a una nueva investigación, ahora, con los movimientos parালácticos.

Los datos para las tablas I y II fueron sacados del *Boletín,* número 195, del Observatorio de Lick, los cuales están basados en el *Preliminary General Catalog de Boss.*

TABLA I

Estrellas de la clase B, norte

R. H. P. Número			Vis. Mag.	Obs. V	V_1	τ	υ
				km			
8143	$21^h 13^m.5$	+ 38°59′	4.3	— 7.	+ 4.6	+ ″.006	+ ″.005
8146	13.8	34 29	4.4	+ 11.	+ 22.4	+ 18	— 23
8238	27.4	70 7	3.3	— 5.	+ 4.9	0	— 12
8279	35.2	61 38	4.9	— 12.5	— 2.1	+ 13	— 48
8335	43.1	48 51	4.3	— 19.2	— 8.7	+ 3	— 4
8522	22 16.7	27 50	4.9	+ 9.	+ 16.5	0	— 5
8523	16.9	46 2	4.7	— 9.0	0	— 2	— 20
8541	20.4	48 58	4.6	— 25.7	— 16.8	+ 12	+ 7
8762	57.3	41 47	3.6	— 16.	— 9.4	+ 14	— 27

Estrellas de la clase B, norte *(conclusión)*

R. H. P. Número			Vis. Mag.	Obs. V	V₁	τ	υ
				km			
8797	23ʰ 2ᵐ.4	+ 58°53′	4.9	— 2.0	+ 5.6	— ″007	— ″010
8926	25.4	58 0	4.9	— 14.8	— 8.2	— 17	— 22
9071	53.9	55 12	4.9	— 4.	+ 1.2	+ 2	— 12
153	0 31.4	53 21	3.7	+ 3.0	+ 6.4	— 1	— 23
154	31.5	33 10	4.4	+ 8.8	+ 8.6	— 2	— 23
226	44.3	40 32	4.4	— 23.9	— 23.4	+ 9	— 27
264	50.7	60 11	2.2	— 3.9	+ 0.6	— 11	— 29
335	1 3.7	46 42	4.3	— 4.	— 3.3	— 32	— 65
477	34.7	40 4	4.9	— 2.	— 0.3	+ 11	— 27
496	37.4	50 1	4.2	0	— 0.2	— 2	— 33
542	47.2	63 11	3.4	— 9.	— 6.7	— 2	— 42
936	3 1.7	40 34	2.1	+ 4.1	— 2.2	— 3	— 9
1034	20.9	48 43	4.9	+ 8.	+ 3.5	— 10	— 30
1035	21.0	59 36	4.4	— 5.	— 6.2	— 3	— 3
1040	21.9	58 32	4.8	— 6.	— 7.6	— 9	— 6
1123	36.0	33 39	5.0	+ 3.	— 6.7	— 3	— 15
1131	38.0	31 58	3.9	+ 18.5	+ 8.2	+ 4	— 26
1203	47.8	31 35	2.9	+ 20.4	+ 9.7	— 3	— 21
1204	48.6	+ 62 47	4.9	+ 5.	+ 4.1	— 5	— 1
			4.22	9.2	7.1	— ″0007	— ″0196

TABLA II

Estrellas de la clase B, sur

R. H. P. Número			Vis. Mag.	Obs. V	V¹	τ	υ
				km	km		
3642	9ʰ 4ᵐ.8	— 70° 8′	4.9	+ 26.	+ 6.3	+ ″001	— ″008
3654	7.4	44 27	5.0	+ 35.	+ 13.7	— 1	— 14
3659	8.4	58 33	3.6	+ 23.3	+ 2.5	— 19	— 36
3663	9.0	61 54	4.2	+ 16.	— 4.5	— 14	— 45
3734	19.0	54 35	2.6	+ 21.9	+ 1.2	— 10	— 19
3825	31.5	58 47	4.2	+ 21.7	+ 1.6	+ 7	— 16
3856	36.6	60 53	4.7	+ 26.	+ 6.2	+ 9	— 38
3940	53.4	54 6	3.7	+ 14.4	— 5.1	— 8	— 21
4074	10 17.2	55 33	4.6	+ 9.	— 9.6	— 1	— 18
4118	25.0	30 5	5.6	+ 25.	+ 8.4	0	— 45
4140	28.5	61 11	3.6	+ 24.	+ 5.8	+ 5	— 25
4198	38.9	58 42	5.4	0	— 17.8	— 20	0

Estrellas de la clase B, sur *(conclusión)*

R. H. P. Número			Vis. Mag.	Obs. V	V_1	τ	υ
				km	km		
4199	$10^h39^m.4$	— 63°52′	3.0	+ 16.	— 1.8	+ ″008	— ″023
4234	44.8	80 1	4.6	+ 22.	+ 4.8	— 15	— 46
4460	11 30.0	53 42	4.8	+ 12.	— 3.5	+ 12	— 64
4467	31.2	62 28	3.3	+ 11.	— 5.1	— 15	— 45
4552	47.8	33 21	4.4	— 20.	— 32.0	+ 18	— 53
4618	12 2.9	50 6	4.8	+ 16.4	+ 2.8	+ 5	— 29
4638	6.4	51 48	4.2	+ 28.	+ 14.3	— 5	— 49
4656	9.8	58 12	3.1	+ 25.	+ 10.7	— 4	— 47
4679	13.0	63 26	4.3	+ 19.9	+ 5.1	— 5	— 50
4730	21.0	62 33	1.6	+ 7.	— 7.4	— 18	— 43
4798	31.2	68 35	2.9	+ 13.5	— 1.3	— 8	— 41
4817	34.4	39 26	4.8	+ 13.	+ 2.8	— 16	— 61
4823	36.2	59 8	5.0	+ 19.5	+ 6.1	— 2	— 25
4848	40.6	55 56	4.9	+ 18.2	+ 5.4	— 20	— 51
4853	41.9	59 9	1.5	+ 13.	— 0.2	— 5	— 56
4898	48.8	56 38	4.3	+ 13.2	+ 0.7	+ 3	— 36
4899	48.8	56 37	5.5	+ 7.	— 5.5	— 6	— 26
5132	13 33.5	52 57	2.6	+ 6.	— 4.0	— 4	— 41
5190	43.5	41 11	3.5	+ 6.	— 0.9	+ 2	— 42
5193	43.6	41 59	3.3	+ 12.6	+ 5.5	— 1	— 28
5210	46.0	32 30	4.7	+ 14.1	+ 9.4	— 1	— 60
5221	47.5	31 26	4.8	+ 8.	+ 3.7	— 5	— 28
5248	52.2	41 36	4.0	+ 5.3	— 1.2	+ 2	— 34
5249	52.5	44 19	4.2	+ 4.	— 3.2	— 3	— 46
5267	56.8	59 53	0.9	+ 12.	+ 1.3	— 8	— 40
5285	59.9	40 42	4.5	+ 12.4	+ 6.5	— 13	— 36
5358	14 13.3	55 56	4.4	+ 3.5	— 5.7	+ 1	— 32
5378	16.8	39 3	4.6	+ 9.2	+ 4.5	— 9	— 48
5395	19.7	44 46	4.6	— 16.6	— 22.7	— 14	— 28
5425	25.9	50 1	4.6	— 0.6	— 7.8	+ 28	— 46
5440	29.2	41 43	2.6	0	— 4.8	0	— 49
5469	35.3	46 58	2.9	+ 8.	+ 2.0	— 3	— 36
5528	45.1	43 9	4.5	+ 7.2	+ 2.7	+ 4	— 50
5571	52.0	42 44	2.8	0	— 4.1	+ 4	— 6
5576	52.7	41 42	3.4	+ 10.	+ 6.2	— 7	— 35
5687	15 12.4	40 26	5.8	+ 21.	+ 18.3	+ 1	— 41
5708	15.9	44 20	3.7	+ 14.	+ 10.3	0	— 28
5781	29.0	44 37	4.8	+ 5.	+ 1.7	— 16	— 36
5839	26.3	34 23	4.8	+ 12.	+ 12.0	+ 8	— 48
5928	50.7	28 55	4.0	+ 3.2	+ 5.4	— 4	— 33
5967	56.8	— 38 19	5.0	+ 5.	+ 4.5	+ 7	— 43
			4.04		6.4	— ″0029	— ″0379

La tabla III muestra la comparación entre las estrellas del norte y sur.

TABLA III

Estrellas de la clase B

Límites de la ascensión recta	Número de estrellas	Vis. Mag.	V_1	τ	υ
			km		
Norte :		2			
21^h a 4^h	28	4.32	7.1	—″.0007	—″.0196
Sur :					
9^h a 16^h	53	4.04	6.4	— 0029	— 0379

υ es el componente paralelo a la dirección del movimiento solar y τ es el componente en ángulo recto con el movimiento solar.

Además de las estrellas de tipo B, esta asimetría ha sido encontrada en todas las estrellas del *Preliminary General Catalog de Boss,* con movimientos pequeños, por lo menos. También está revelada en la discordancia en δ del ápice del movimiento solar derivada de movimientos propios, y parece tener alguna relación con las correcciones sistemáticas con varios de los catálogos viejos.

Por estas razones, parece que este fenómeno es más o menos general, y tal asimetría debe afectar a las Cefeídas también. En tal caso es obvio que las distancias conseguidas por medio de movimientos parálacticos y la velocidad solar aceptada, serán dudosas. Para averiguar este punto, los movimientos propios fueron determinados para todas las Cefeídas del sur, posibles para comparación con las del norte. Se tropieza con el gran inconveniente de que la mayor parte de las Cefeídas son débiles. Por eso hay pocas observaciones exactas para la determinación de los movimientos propios. Veinte y cuatro Cefeídas fueron encontradas con suficientes observaciones y los resultados están incluídos en la tabla IV.

TABLA IV

Cefeidas variables del sur

Catálogo		Magnitud		Espectro	Período	α 1900.0	δ 1900.0	μ		μ	τ	υ
A. G. C.	V. J. S.	Máx.	Mín.					α	δ			
10196	2139	7.0	8.5	Kop	41d3	8h 9m2	−34°16″6	+s0004	−″060	″060	−″060	+″006
11451	2145	7.4	8.1	G5	6.7	8 26.7	59 47.3	− 14	− 20	.023	− 23	+ 3
11634	2147	7.5	8.6	Ko	Kurz	8 33.4	43 45.9	− 44	− 34	.059	− 43	− 40
11668	2148	7.7	8.5	G5	4.6	8 34.4	47 0.7	− 6	− 55	.055	− 54	+ 9
12793	2166	7.5	8.2	G5	4.4	9 19.2	55 32.0	+ 8	− 18	.020	− 16	+ 13
13336	2181	3.6	4.8	Gop	35.5	9 42.5	62 2.8	− 40	− 12	.030	− 19	− 23
14701	2282	7.8	9.2	G5	19.0	10 40.6	57 2.4	+ 31	− 40	.047	− 41	+ 23
15004	2333	6.8	8.0	Go	38.7	10 53.7	59 11.8	− 15	0	.012	+ 1	− 12
16671	2403	6.4	7.3	F8p	9.7	12 7.4	69 35.7	− 26	− 6	.015	− 3	− 15
16832	2408	6.8	7.6	Go	6.7	12 15.9	61 43.6	− 30	0	.021	+ 8	− 20
16882	2411	6.8	7.9	F5	5.8	12 18.1	61 4.5	− 18	− 40	.042	− 33	− 26
17263	2425	6.7	7.6	G5	0.9	12 36.0	68 51.5	− 15	+ 24	.025	+ 25	+ 1
17531	2434	6.5	7.6	F5	4.7	12 48.4	57 53.3	+ 2	− 22	.022	− 21	− 8
19641	2509	6.4	7.8	F5	5.5	14 25.4	56 26.7	− 12	− 29	.031	− 13	− 28
20693	2528	6.7	7.4	F5	3.4	15 10.8	66 7.7	− 45	− 19	.033	+ 10	− 31
21614	2550	6.4	7.4	G5	6.3	15 52.2	63 29.5	− 36	− 18	.030	+ 13	− 27
21762	2559	7.7	8.4	F5	2.6	15 58.4	62 38.3	− 15	− 49	.050	− 13	− 48
22031	2573	6.4	7.6	Gop	9.8	16 10.6	57 39.2	− 37	− 25	.039	− 18	− 35
22956	2645	6.9	8.0	F5	6.1	16 51.8	33 27.2	− 29	− 15	.039	+ 30	− 24
24120	2682	4.4	5.0	F9p	7.0	17 41.3	27 47.6	+ 17	− 9	.025	− 24	− 7
24212	2685	7.5	9.0	G5	20.3	17 44.3	33 40.5	− 14	− 16	.024	+ 17	− 17
24306	2691	7.5	8.2	Ao	0.9	17 48.6	34 12.9	+ 48	− 29	.067	− 62	− 26
24577	2711	4.3	5.1	Gop	7.6	17 58.6	29 35.1	+ 36	− 50	.069	− 48	− 50
24788	2733	6.8	7.4	F5	5.1	18 7.0	−23 8.5	− 26	− 48	.060	+ 38	− 47
		6.65	7.63		10.8						−.015	−.018
								Omitiendo primeras siete...			−.005	−.025
								Primeras siete...			−.037	−.001

Estos resultados han sido derivados de los catálogos de Gould en comparación con los de Albany, Cape y Córdoba de 1900 y de La Plata de 1925. Las correcciones sistemáticas de Boss han sido aplicadas.

La comparación con las Cefeídas del norte está incluída en la tabla V.

TABLA V

Asimetría de movimientos paralácticos Cefeídas

Ascensión recta	Número de estrellas	Magnitud del medio	Período	Velocidad radial	τ	υ	υ corregida
				km			
Norte :							
$17^h 41^m$ a $6^h 58^m$	11	4.75	$6^d 0$	8.4	—″0020	—″0157	
	10 (1)	5.02	6.2	8.8	—.0006	—.0132	
Sur :							
8^h a 19^h	24	7.14	10.8		— .015	— .018	— ″057
	17 (2)				— .005	— .025	— .080
	7 (3)				— .037	— .001	

La asimetría en las estrellas B (tabla III), es evidente a la primera vista. No es así con las Cefeídas, porque hay una diferencia de más que dos magnitudes entre las estrellas del norte y sur. Según la ley de Período-luminosidad, esta diferencia puede ser debida únicamente a la distancia más grande de las Cefeídas del sur. En la última columna de la tabla V los componentes υ de las estrellas del sur han sido corregidos para esta diferencia de magnitud y también para la diferencia de período.

La comparación de estos componentes corregidos con las estrellas del norte, demuestran la misma asimetría que las estrellas del tipo B y que aparece en general en el *Preliminary General Catalog de Boss* y otros lugares.

Es obvia la imposibilidad de conseguir distancias de movimientos paralácticos, tan inciertos como estos, en combinación con cualquier velocidad solar fija.

Observatorio nacional de Córdoba, enero de 1927.

(1) Omitiendo la Osa Menor α.

(2) Omitiendo siete estrellas de componente υ no sensible.

(3) Siete estrellas con componente υ no sensible.

DISTANCIAS

DE

LAS NUBES DE MAGALLANES Y CÚMULOS GLOBULARES

POR C. D. PERRINE

En los Cúmulos globulares, las estrellas no variables y más brillantes, son casi iguales en luminosidad, siendo esencialmente de tipos F y G. Esta condición prevalece en tantos cúmulos que es indudablemente la ley en estos objetos, y provee un método exacto en conexión con semejantes estrellas en nuestro sistema, para conseguir las distancias de los Cúmulos Globulares.

Este método está necesariamente basado en la suposición que en nuestro sistema la misma condición prevalece, que estrellas de estos tipos son casi iguales en magnitud absoluta. Se acumulan pruebas de que tal es la verdadera condición, no solamente en nuestro sistema, sino en todo el Universo y hasta en otras clases espectrales que F y G.

En verdad, recientes investigaciones de varios astronómos, demuestran que hay una relación más o menos íntima entre el tipo espectral y la luminosidad de una estrella. He investigado el problema hasta el punto de asegurar que en los tipos O y B también prevalece tal relación, no parece tan exacta como en los tipos F y G, pero bastantes seguros para uso en casos en que faltan seguridad en la identificación de las estrellas de tipos F y G y para confirmación.

Esta relación entre tipo espectral y luminosidad absoluta, y la ley llamada Período-luminosidad, descubierta por la señorita Leavitt de Harvard, proporcionan una base de confianza para la determinación de distancias, no solamente de las Nubes de Magallanes, Cúmulos globulares y Nebulosas espirales, sino también de estrellas más próximas, en nuestro sistema.

Con estas relaciones basta tener el tipo espectral y magnitud *aparente* para conseguir la distancia que corresponde.

En la tabla I se incluyen los resultados de varias estrellas en las Nubes de Magallanes y siete Cúmulos globulares, en comparación con estrellas de los mismos tipos de nuestro sistema galáctico. Estos resultados muestran casi las mismas diferencias entre tipos espectrales, tanto en las estrellas galácticas como en los Cúmulos y Nubes de Magallanes.

TABLA I

Diferencias de las magnitudes absolutas en el sistema galáctico y Nubes de Magallanes

	Cúmulos globulares (7)	Nube Chica	Nube Grande
Estrellas brillantes no variables :			
Espectro	F 6	B y O	O
Magnitud fotográfica	+ 13.8	+ 11.2 (10)	+ 10.8 (9)
Cefeída (P 6^d0) (Mag. media).	+ 13.1 (328)	+ 15.9 (106)	+ 15.7
Cefeídas, brillantez..........	+ 0.7	— 4.7	— 4.9
Estrellas galácticas para comparación :			
Brillantez F, 6 — G_0.......	— 0.5		
» B, 5 — G_0		— 4.1	
» O, — G_0			— 4.4

Los resultados para los Cúmulos globulares fueron extraídos de una investigación por Shapley (1).

La magnitud 15,9 de las Cefeídas de la Nube Chica fué sacada de la Circular número 280 de Harvard. La magnitud 13,1 de las Cefeídas en los Cúmulos fué obtenida de la investigación de Shapley corregida a un período de 6^d0 por medio de su curva de Período-luminosidad.

La magnitud de las Cefeídas en la Nube Grande, 15,7, fué derivada de una comparación de 250 variables en cada Nube de las tablas de la señorita Leavitt en *Harvard Annals,* volumen LX, parte 4ᵉ, en la suposición de períodos semejantes.

Las magnitudes de las estrellas O y B en las dos Nubes, son del Catálogo de Draper de Harvard y de fotografías hechas aquí.

(1) *Astrophysical Journal,* 48, 89, 1918.

Las magnitudes de las estrellas galácticas han sido sacadas de la figura 6 del artículo *Stellar Luminosities* por H. D. Curtis (1).

Este diagrama fué derivado de paralajes directamente medidas, de unas dos mil estrellas y son las más exactas que existen.

De esta investigación de Curtis resultan dos conclusiones :

a) El cambio de luminosidad con tipo espectral es una curva, y el cambio rápido en los tipos K y M llega a ser más o menos cero en los tipos B y O;

b) Preferencia para magnitudes con amplitudes de 2 o 2,5.

De una curva entre las más preferidas de estas magnitudes he determinado las siguientes magnitudes absolutas de las clases espectrales.

Tipo espectral	Magnitud absoluta
B_0	+ 0.9
B_5	+ 1.2
A_0	+ 1.6
A_5	+ 2.0
F_0	+ 2.6
F_5	+ 3.4
G_0	+ 4.3
G_5	+ 5.4
K_0	+ 6.4
K_5	+ 7.6
M_0	+ 9.4

El tipo G_0 fué escogido por ser del tipo del Sol y al mismo tiempo más o menos el tipo promedio de las Cefeídas.

Las estrellas galácticas de tipos B y O fueron corregidas por — 1.0 magnitud para equilibrarlas con las de las Nubes.

En las Nubes parece que hay una amplitud de 2 o 2,5 magnitudes en estos tipos B y O, y las observadas y usadas son las más brillantes.

En mi opinión, las magnitudes absolutas obtenidas de desplazamientos paralácticos son demasiado brillantes, talvez tanto como una magnitud para los tipos G y más «temprano». Esta opinión resulta de la consideración de que ninguna paralaje puede ser demasiado *larga,* pero sí demasiado pequeña para una cantidad desconocida.

Si el Sol es una estrella regular de tipo G_0, entonces tal conclusión es confirmada por esta curva de Curtis, según la cual el tipo G_0 es de 1,0 $\pm$ magnitud más brillante que la magnitud bien conocida del Sol.

(1) *Publications Astronomical Society of the Pacific,* volumen XXXIV, página 33, del año 1922.

Como la diferencia entre los tipos B-O y G_0 en las Nubes de Magallanes y en nuestro sistema galáctico son esencialmente las mismas, es una prueba concluyente de que las condiciones físicas son semejantes en todos los sistemas y permiten sus usos para determinar distancias.

La tabla II muestra los resultados de tales determinaciones.

TABLA II

Distancias derivadas de las estrellas brillantes (no variables)

	Cúmulos globulares	Nube Chica	Nube Grande
Promedios de magnitudes fotográficas de estrellas brillantes...................	+ 13.8	+ 11.2	+ 10.8
Magnitud fotográfica absoluta de las estrellas galácticas al mismo tipo espectral..	+ 3.6	+ 0.9	+ 0.9
Diferencia..............................	10.2	10.3	9.9
Distancia relativa........................	110	115	96
Paralaje..................................	0".00091	0".00087	0".00104
Distancias en años de luz..............	3600	3800	3100
Tipo espectral	F 6	B y O	O

Estas distancias están en completo desacuerdo con las obtenidas por medio de la ley de Período-luminosidad. Las distancias obtenidas en la tabla II son solo aproximadamente 1/30 de las derivadas por las Cefeídas. En vez de 105.000 años de luz para la Nube Chica, calculada por Shapley (1) por medio de las Cefeídas y la ley de Período-luminosidad, las estrellas de tipo B y O dan solamente 3800 años. Las estrellas de B y O muestran diferencias debidas a distancias de 10 magnitudes, mientras Shapley obtiene 17 + por medio de las Cefeídas. Esta investigación indica una corrección a la curva de Shapley de 7 magnitudes.

La causa de esta discordancia está investigada en el artículo sobre una asimetría en los movimientos propios.

Observatorio nacional de Córdoba, enero de 1927.

(1) *Harvard Circular*, número 280.

SOBRE LA INTEGRACIÓN GRÁFICA

DE LAS

ECUACIONES DIFERENCIALES DE SEGUNDO ORDEN

POR EL INGENIERO J. BABINI

Un método de integración gráfica de las ecuaciones diferenciales de segundo orden, consiste, como es sabido, en substituir los arcos de la curva integral por los arcos de los círculos osculadores correspondientes a los puntos iniciales de los mismos, cometiéndose, por lo tanto, un error del tercer orden respecto al incremento de la variable.

En esta nota veremos como algunas modificaciones a ese método permiten obtener curvas integrales aproximadas con errores del cuarto orden respecto al incremento de la variable.

Sea, como siempre, $y'' = f(xyy')$ la ecuación diferencial dada. Si las condiciones iniciales de la curva integral buscada, son :

$$x = x_0, \qquad y = y_0 \qquad y' = y_0',$$

podemos escribir

$$y = y_0 + hy_0' + \frac{h^2}{2} f + \frac{h^3}{3\,!} f' + \frac{h^4}{4\,!} f'' + \ldots,$$

donde h representa el incremento de la variable y $f, f', f'', \ldots$, los valores que toma la $f(xyy')$ y sus derivadas sucesivas respecto a x en el punto inicial.

Consideremos ahora un círculo de radio r que en el punto inicial tenga con la curva integral un contacto de primer orden. Si con Y y con t indicamos su ordenada y parámetro respectivamente, tendremos :

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{Y} &= y_0 + r(\operatorname{sen} t - \operatorname{sen} t_0) \\ x &= x_0 + r(\cos t - \cos t_0) \end{aligned}\right\} \qquad \mathrm{Y}_0' = y_0'.$$

Como las derivadas sucesivas de Y respecto a x serán :

$$Y' = r \cos t \frac{dt}{dx} = -\operatorname{ctg} t, \qquad Y'' = -\frac{1}{r \operatorname{sen}^3 t},$$

$$Y''' = -\frac{3 \cos t}{r^2 \operatorname{sen}^5 t}, \qquad Y^{IV} = -\frac{3(1+4\cos^2 t)}{r^3 \operatorname{sen}^7 t},$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

podremos escribir

$$Y = y_0 + hy_0' - \frac{h^2}{2r \operatorname{sen}^3 t_0} - \frac{h^3 \cos t_0}{2r^2 \operatorname{sen}^5 t_0} - \frac{h^4(1+4\cos^2 t_0)}{8r^3 \operatorname{sen}^7 t_0} \cdots$$

y el error cometido al tomar como curva integral el círculo, será :

$$\Delta y = \frac{h^2}{2}\left(f + \frac{1}{r \operatorname{sen}^3 t_0}\right) + \frac{h^3}{3\,!}\left(f' + \frac{3\cos t_0}{r^2 \operatorname{sen}^5 t_0}\right) +$$

$$+ \frac{h^4}{4\,!}\left(f'' + \frac{3(1+4\cos^2 t_0)}{r^3 \operatorname{sen}^7 t_0}\right) + \cdots \qquad (1)$$

Estudiemos ahora los valores que toma la expresión $c = \dfrac{Y''}{(1+Y'^2)^{\frac{3}{2}}}$ en los puntos del círculo osculador a la curva integral en el punto inicial, tomando para Y' el coeficiente angular de la tangente al círculo, y para Y'' el valor que toma la $f(xYY') = F(t)$.

Si ρ_0 es el radio de este círculo, tendremos :

$$c = -F(t) \operatorname{sen}^3 t$$

$$c' = \frac{F'(t) \operatorname{sen}^3 t + 3F(t) \operatorname{sen} t \cos t}{\rho_0}$$

$$c'' = -\frac{F''(t) \operatorname{sen}^2 t + 5F'(t) \operatorname{sen} t \cos t + 3F(t)(\cos^2 t - \operatorname{sen}^2 t)}{\rho_0^2 \operatorname{sen} t}, \ldots,$$

y como

$$\frac{1}{\rho_0} = -f \operatorname{sen}^3 t_0, \qquad F(t_0) = f, \qquad F'(t_0) = \frac{f'}{f \operatorname{sen}^3 t_0},$$

tendremos :

$$c_0 = -f \operatorname{sen}^3 t_0, \qquad c_0' = -(f' + 3f^2 \operatorname{sen} t_0 \cos t_0) \operatorname{sen}^3 t_0,$$

$$c_0'' = -[F''(t_0) f^2 \operatorname{sen}^4 t_0 + 5ff' \operatorname{sen} t_0 \cos t_0 +$$

$$+ 3f^3 \operatorname{sen}^2 t_0 (\cos^2 t_0 - \operatorname{sen}^2 t_0)] \operatorname{sen}^3 t_0 \ldots$$

Si se substituye ahora el arco de curva integral por el círculo cuyo radio r sea el valor que toma $\frac{1}{c}$ en el extremo del *primer tercio* del intervalo, es decir, hacemos :

$$\frac{1}{r} = c_0 + \frac{h}{3} c_0' + \frac{h^2}{18} c_0'' + ...,$$

de acuerdo a la fórmula (1) el error cometido será :

$$\Delta y = \frac{h^2}{2} \left(f + \frac{c_0}{\operatorname{sen}^3 t_0} \right) + \frac{h^3}{3\,!} \left(f' + \frac{c_0'}{\operatorname{sen}^3 t_0} + \frac{3c_0^2 \cos t_0}{\operatorname{sen}^5 t_0} \right) +$$

$$+ \frac{h^4}{4\,!} \left(f'' + \frac{2c_0''}{3 \operatorname{sen}^3 t_0} + \frac{8c_0 c_0' \cos t_0}{\operatorname{sen}^5 t_0} + \frac{3c_0^3 (1 + 4 \cos^2 t_0)}{\operatorname{sen}^7 t_0} \right) + ... =$$

$$= \frac{h^4}{4\,!} \left(f'' - \frac{2F''(t_0) f^2 \operatorname{sen}^4 t_0}{3} + \right.$$

$$\left. + \frac{14 f f' \operatorname{sen} t_0 \cos t_0}{3} + f^3 \operatorname{sen}^2 t_0 (8 \cos t_0 - 1) \right) + ...,$$

es decir, del cuarto orden.

Evidentemente para la derivada de la función buscada, el error cometido será del tercer orden.

La integración gráfica de las ecuaciones diferenciales de segundo orden por este método, que llamaremos *metodo del primer tercio,* será como sigue (fig. 1) : Sea A_0 el punto inicial de la curva integral y A_0C_0 la normal en ese punto, calculemos analítica o gráficamente $\frac{1}{f}$ y llevemos su valor sobre una paralela al eje de las y a partir de A_0 hacia arriba o hacia abajo, según sea ese valor positivo o negativo. Si A_0B_0 es el segmento representativo de $\frac{1}{f}$, la construcción de la figura permite pasar de B_0 al centro de curvatura C_0. Con ese centro se traza el círculo osculador hasta encontrar la paralela al eje de las y correspondiente al primer tercio del intervalo h elegido, en ese punto A_0' se calcula el valor de $\frac{1}{f}$ tomando para y' el valor de la pendiente de la tangente al círculo osculador. Con ese valor de $\frac{1}{f}$ llevado sobre $A_0'B_0'$ se determina como antes el centro C_0' que se transporta sobre C, tomando $C_0C = C_0C_0'$. La circunferencia que pasa por A_0 y de centro C determina sobre el exremo del intervalo h un nuevo punto A_1 de la curva integral, en el cual la normal es A_1C.

Si comparamos este método con los métodos comunes vemos :

a) Si se toma como curva integrel el arco de círculo osculador en el punto inicial, es decir, se hace $\frac{1}{r} = c_0$, el error será :

$$\Delta y = \frac{h^2}{2}\left(f + \frac{c_0}{\operatorname{sen}^3 t_0}\right) + \frac{h^3}{3\,!}\left(f' + \frac{3c_0^2 \cos t_0}{\operatorname{sen}^5 t_0}\right) + \dots =$$

$$= \frac{h^3}{3\,!}(f' + 3f^2 \operatorname{sen} t_0 \cos t_0) + \dots \qquad (2)$$

del tercer orden, mientras que si

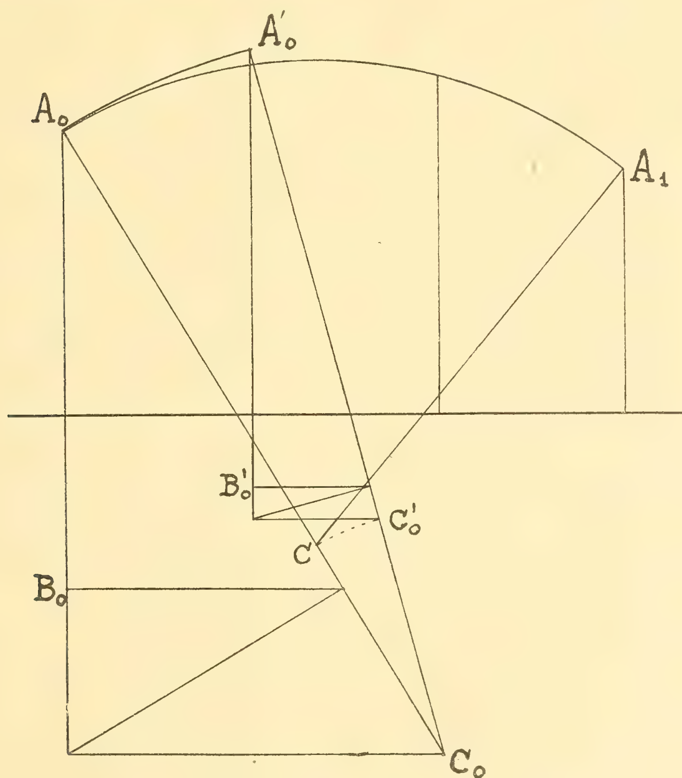


Figura 1

b) Se toma para r la media de los valores que adopta el radio de curvatura en los extremos del intervalo h, es decir,

$$\frac{1}{r} = \frac{2}{\rho_0 + \rho_1} = \frac{2c_0c_1}{c_0 + c_1} = \frac{2c_0\left(c_0 + hc_0' + \frac{h^2}{2}c_0'' + \dots\right)}{2c_0 + hc_0' + \frac{h^2}{2}c_0'' + \dots} = c_0 + \frac{h}{2}c_0' + \dots$$

el error será

$$\Delta y = \frac{h^2}{2}\left(f + \frac{c_0}{\operatorname{sen}^3 t_0}\right) + \frac{h^3}{3\,!}\left(f' + \frac{3c_0^2 \cos t_0}{\operatorname{sen}^5 t_0} + \frac{3c_0'}{2 \operatorname{sen}^3 t_0}\right) + ... =$$

$$= -\frac{h^3}{2\,.\,3\,!}(f' + 3f^2 \operatorname{sen} t_0 \cos t_0) + ..., \qquad (3)$$

también de tercer orden, pero algo menor que en el caso anterior. Igual exactitud se lograría si

c) se toma para c el valor correspondiente al punto medio del intervalo, pues sería :

$$c = c_0 + \frac{h}{2} c_0' + \frac{h^2}{8} c_0'' + ...$$

Observando las fórmulas (2) y (3) vemos que los términos de tercer orden son de signo contrario y uno doble del otro, de ahí que podemos obtener igual exactitud que en el método del primer tercio tomando como ordenada (y derivada) en el extremo del intervalo h la ordenada (y derivada) del círculo osculador más los $\frac{2}{3}$ de la diferencia entre las ordenadas (y las derivadas) del círculo de radio medio y del círculo osculador. En efecto, llamando y_1 e y_2 las ordenadas de esos dos círculos en el extremo del intervalo

$$y_1 + \frac{2}{3}(y_2 - y_1) = \frac{y_1 + 2y_2}{3} = y + \frac{h^4}{4\,!}(...) + ... \qquad (4)$$

Esta fórmula es, en cierto modo, para las ecuaciones diferenciales de segundo orden, una generalización de la fórmula de Runge para las ecuaciones diferenciales de primer orden.

La integración gráfica de las ecuaciones diferenciales de segundo orden utilizando este método que llamaremos *método de Runge* será entonces como sigue (fig. 2) : Tomando como antes el centro de curvatura C_0 se traza el círculo osculador que determinará el punto A_1' en la ordenada extrema del intervalo. Tomando el valor de $\frac{1}{f}$ correspondiente a ese punto sobre $A_1'B_1'$, se obtiene el centro C_1' que se transporta sobre C_1'', tomando $C_0C_1' = C_0C_1''$. Con centro en el punto C medio de C_0C_1'' se traza una circunferencia que pasa por A_0 y que determina sobre la ordenada extrema otro punto A_1''. El punto A_1 obtenido tomando a partir de A_1' los $\frac{2}{3}$ de $A_1'A_1''$ es un nuevo punto

de la curva integral. Para obtener la tangente en ese punto basta recordar que su ecuación es

$$y - \frac{y_1 + 2y_2}{3} = \frac{m_1 + 2m_2}{3}(x - x_1),$$

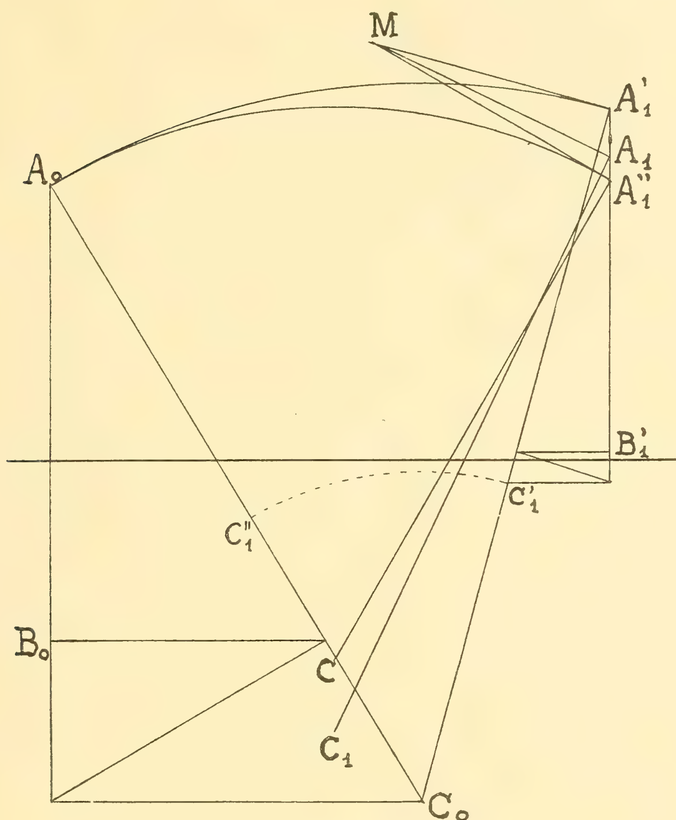


Figura 2

siendo y_1 e y_2 las ordenadas de A_1' y A_1'' y x_1 su abscisa. Como las ecuaciones de esas tangentes son

$$y - y_1 = m_1(x - x_1) \qquad y - y_2 = m_2(x - x_1),$$

las tres tangentes son concurrentes en un punto M, lo que permite la determinación de la tangente en A_1, y por lo tanto, de la normal A_1C_1.

Pero es preferible utilizar el método del primer tercio porque con menor trabajo se llega a igual grado de exactitud, obteniéndose la curva integral por arcos de círculos que empalman uno con otro mien-

tras que con el método de Runge solo se obtienen de la curva integral puntos y tangentes.

Además para aplicar el segundo método en el caso en que el punto inicial sea de inflexión no puede tomarse el radio medio, pues este también se hace infinito, y hay que tomar en cambio el radio correspondiente al punto medio del intervalo.

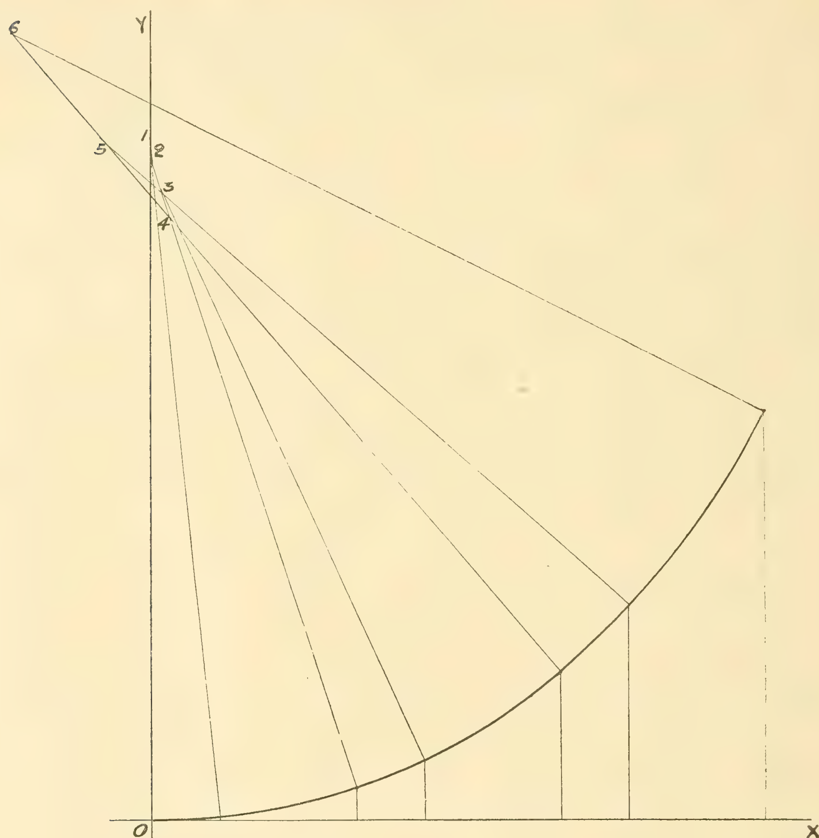


Figura 3

En la figura 3 está integrada gráficamente la ecuación diferencial $y'' = 4y + x^2 + 1$ con las condiciones iniciales $x_0 = y_0 = y_0' = 0$ por el método del primer tercio. En ella están dibujados únicamente los centros 1, 2, 3, 4, 5, 6 de los círculos trazados obteniéndose, para el punto final de la abscisa $x_1 = 0{,}9$ un valor de la ordenada $y_1 = 0{,}595$, mientras que el valor exacto deducido de la integral correspondiente

$$y = \frac{3\,\mathrm{Sh}^2 x - x^2}{4} \qquad \text{da} \qquad y_1 = 0{,}588.$$

Un caso particular en el cual el método del primer tercio puede resultar ventajoso es en la determinación gráfica de la línea elástica partiendo directamente del diagrama de los momentos flectores.

Sabemos que la ecuación diferencial de la línea elástica es

$$y'' = (1 + y'^2)^{\frac{3}{2}} \frac{M(x)}{EI},$$

y que en la práctica se obtiene por una doble cuadratura substituyéndola por

$$y'' = \frac{M(x)}{EI},$$

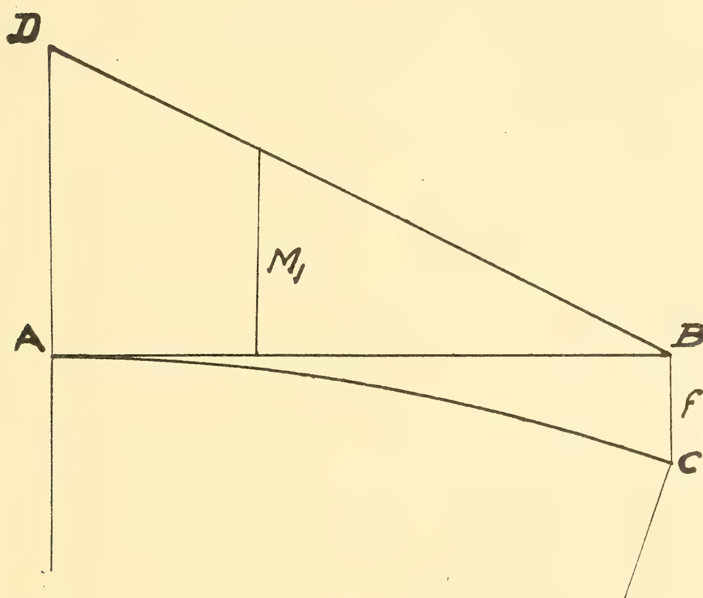


Figura 4

cometiendo pues un error del segundo orden, excepto el caso en que en el punto inicial $y_0' = 0$ caso en el cual el error es entonces del cuarto orden.

Si se aplica en cambio el método del primer tercio, el error será siempre del cuarto orden y el arco de línea elástica comprendido en el intervalo $(x_0\, x_0 + h)$ será un arco de círculo de radio

$$\rho = \frac{EI}{M\left(x_0 + \frac{h}{3}\right)},$$

que se deducirá fácilmente del diagrama de momentos flectores mediante una simple proporción gráfica.

Si m_1 es el módulo de las longitudes, m_2 el de las ordenadas de la elástica, m_3 el de los momentos y m_4 un segmento medio proporcional entre los segmentos representativos de M y ρ entre esos módulos deberá verificarse la relación

$$m_1^2 m_3 \mathrm{EI} = m_2 m_4^2.$$

En la figura 4 está resuelto el caso muy simple de una viga empotrada en la extremidad A y cargada en la extremidad B. Si DB es el diagrama de momentos y M_1 el momento correspondiente al primer tercio, se determina fácilmente el radio correspondiente con el cual se traza el arco AC que representa aproximadamente la línea elástica. El valor de la flecha máxima f obtenida por este método es 1,7, mientras que el valor dado por la fórmula conocida es 1,66.

Santa Fe, marzo de 1927.

SOBRE

LAS GENERALIZACIONES DE LA NOCIÓN DE DERIVADA SEGUNDA

Por J. C. VIGNAUX

INTRODUCCIÓN

1. Se define generalmente, la derivada segunda de una función $f(x)$ derivable, como la derivada de la derivada primera cuando ella existe. Esta definición resulta en consecuencia, muy restringida desde que ella implica no solamente la existencia y continuidad de la derivada primera, sino también la existencia del límite de la relación incremental correspondiente a la nueva función $f'(x)$.

De la derivada segunda de una función, se dan dos definiciones distintas, sin pasar por intermedio de la derivada primera; como límite de ciertas expresiones, las cuales contienen como caso particular la noción ordinaria.

En el presente trabajo estudiaremos estas definiciones y estableceré la relación que existe con una nueva definición de derivada segunda que propongo, la cual constituye, como aquélla, una amplia generalización de la noción clásica.

2. La derivada primera de una función continua está definida como límite del cociente de la diferencia primera de la función por la diferencia de la variable,

$$\frac{\Delta f(x)}{h} = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$$

Consideremos del mismo modo, el cociente de la diferencia segunda de la función

$$\Delta^2 f(x) = f(x+2h) - 2f(x-h) + f(x),$$

por el cuadrado de la diferencia de la variable

$$\frac{\Delta^2 f(x)}{h^2} = \frac{f(x+2h) - 2f(x+h) + f(x)}{h^2}. \qquad (1)$$

Llamaremos *leibniziana* de la función $f(x)$ en el punto x el límite cuando existe, de la expresión (1) para $h \to 0$. Si este límite existe en todo punto x del intervalo (a, b) en el cual está definida la función $f(x)$; la leibniziana es una nueva función que representaremos con la notación $\mathrm{L}f(x)$.

La definición de leibniziana contiene como caso particular la noción de derivada segunda, en virtud del teorema siguiente.

TEOREMA I. — *Si la función $f(x)$ admite una derivada segunda finita en el punto ξ, existe también la leibniziana $\mathrm{L}f(\xi)$ en el mismo y son iguales. La recíproca no se cumple necesariamente.*

Dini ha demostrado este teorema, suponiendo la existencia de $f''(x)$, no solamente en el punto ξ, sino también, en un entorno del mismo; mientras Harnach ha logrado probar con sólo la hipótesis de la existencia de la derivada segunda $f''(\xi)$ en ξ (1).

He aquí dos nuevas demostraciones elementales de este teorema que corresponden respectivamente a las hipótesis anteriores.

Supongamos que la derivada segunda $f''(x)$ exista en el punto ξ y sea además continua. Resulta de aquí, la existencia de la derivada primera en todo un entorno de ξ y la continuidad de la función $f(x)$.

Aplicando a la expresión

$$\frac{f(\xi+2h) - 2f(\xi+h) + f(\xi)}{h^2}, \qquad (2)$$

que toma la forma indeterminada $\frac{0}{0}$ para $h = 0$, el teorema L'Hôpital, lo cual es legítimo, resulta

$$\sigma(h) = \frac{2f'(\xi+2h) - 2f'(\xi+h)}{2h},$$

(1) H. DINI, *Fondamenti;* HARNACH, *Elementi der Diff u Int. Rech.*, Leipzig.

y como $\sigma(h)$ se reduce a $\frac{0}{0}$ para $h = 0$, una nueva aplicación del mismo nos conduce a

$$\sigma_1(h) = 2f''(\xi + 2h) - f''(\xi + h).$$

De aquí, resulta

$$\lim_{h \to 0} \frac{\Delta^2 f(\xi)}{h^2} = \lim_{h \to 0} \sigma_1(h) = f''(\xi),$$

es decir,

$$Lf(\xi) = f''(\xi),$$

puesto que

$$\lim_{h \to 0} f''(\xi + 2h) = \lim_{h \to 0} f''(\xi + h) = f''(\xi)$$

por ser $f''(x)$ *continua* en el punto ξ.

Supongamos ahora solamente la existencia de la $f''(x)$ en el punto ξ; y apliquemos la regla L'Hôpital a la expresión

$$\frac{\Delta^2 f(\xi)}{h^2} = \frac{f(\xi + 2h) - 2f(\xi + h) + f(\xi)}{h^2},$$

resulta

$$\sigma(h) = \frac{f'(\xi + 2h) - f'(\xi + h)}{h}.$$

Además, la expresión última puede escribirse en la forma siguiente

$$\sigma(h) = \frac{f'(\xi + 2h) - f'(\xi)}{h} - \frac{f'(\xi + h) - f'(\xi)}{h}$$

$$= 2 \cdot \frac{f'(\xi + 2h) - f'(\xi)}{2h} - \frac{f'(\xi + h) - f'(\xi)}{h}.$$

De aquí resulta

$$\lim_{h \to 0} \frac{\Delta^2 f(\xi)}{h^2} = \lim_{h \to 0} \sigma(h) = 2 \cdot f''(\xi) - f''(\xi),$$

es decir

$$Lf(\xi) = f''(\xi),$$

con lo cual queda demostrado el directo.

Para probar que la recíproca no se cumple, recordemos el siguiente ejemplo de Stolz.

La función

$$f(x) = a + bx + x^2 \left(c + x \operatorname{sen} \frac{1}{x}\right) \qquad \text{para } x \neq 0$$

$$f(x) = a \qquad \text{para } x = 0$$

no tiene derivada segunda, y en cambio la expresión

$$\frac{\Delta^2 f(0)}{h^2} = \frac{2ch^2 + 8h^2 \operatorname{sen} \frac{1}{2h} - 2h^3 \operatorname{sen} \frac{1}{h}}{h^2}$$

tiene por límite c; es decir

$$\mathrm{L}f(0) = c.$$

Este teorema nos prueba además que la noción de leibniziana es más general que la de derivada segunda.

3. La derivada segunda se puede considerar también como el límite de una relación distinta a la anterior, la cual nos conduce a una definición no equivalente a la leibniziana, y que contiene como caso particular no solamente a la noción de derivada segunda sino también a esta última.

Sea $f(x)$ una función de x dada en (a, b). Se llama *schwarziana* de $f(x)$ en el punto $x = \xi$, el límite cuando existe de la expresión

$$\sigma(h) = \frac{f(\xi + h) - 2f(\xi) + f(\xi - h)}{h^2}$$

para $h \to 0$.

Si este límite existe, en todo punto x del intervalo (a, b), la schwarziana de $f(x)$ es una nueva función que se representa con la notación $\mathrm{S}f(x)$, es decir

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x + h) - 2f(x) + f(x - h)}{h^2} = \mathrm{S}f(x).$$

Para la schwarziana de una función podemos demostrar un teorema análogo al I respecto a la leibniziana.

TEOREMA II. — *Si la función admite una derivada segunda finita en el punto* ξ, *existe también* la *schawarziana de* $f(x)$ y *coincide con* $f''(\xi)$. *La recíproca no tiene lugar necesariamente* ([1]).

([1]) E. Picard demuestra el teorema suponiendo además la *continuidad* de $f''(x)$ en el punto ξ. *Cours d'Analyse*, tomo I, París, 1924.

Demostraremos este teorema de un modo elemental siguiendo el método ya empleado.

Aplicando la regla L'Hôpital a la expresión

$$\sigma(h) = \frac{f(\xi + h) - 2f(\xi) + f(\xi - h)}{h^2}, \tag{1}$$

que toma la forma indeterminada para $h = 0$; lo cual es legítimo, resulta

$$\eta(h) = \frac{f'(\xi + h) - f'(\xi - h)}{2h}. \tag{2}$$

La expresión (2) se puede a su vez, escribir en la forma siguiente:

$$\eta(h) = \frac{1}{2}\left[\frac{f'(\xi + h) - f'(\xi)}{h} + \frac{f'(\xi - h) - f'(\xi)}{-h}\right];$$

y teniendo presente que por hipótesis

$$\lim_{h \to 0} \frac{f'(\xi + h) - f'(\xi)}{h} = f_d''(\xi)$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{f'(\xi - h) - f'(\xi)}{-h} = f_i''(\xi)$$

y además,

$$f_i''(\xi) = f_d''(\xi) = f''(\xi),$$

resulta

$$\lim_{h \to 0} \eta(h) = \frac{1}{2}[f_d''(\xi) + f_i''(\xi)],$$

y por tanto,

$$\lim_{h \to 0} \sigma(h) = \lim_{h \to 0} \eta(h) = f''(\xi),$$

es decir,

$$Sf(\xi) = f''(\xi),$$

con lo cual queda demostrado el directo.

El siguiente ejemplo prueba la existencia de funciones con schwarziana y sin derivada segunda.

La función

$$f(x) = x\,\mathrm{tg}^2 \frac{1}{x} \qquad \text{para } x \neq 0,$$

$$f(x) = 0 \qquad \text{para } x = 0;$$

no tiene derivada segunda en el punto $\xi = 0$, puesto que la derivada primera en el mismo no existe, desde que la relación incremental

$$\frac{\Delta y}{h} = \mathrm{tg}^2 \frac{1}{h}$$

no tiende a un límite para $h \rightarrow 0$.

En cambio, formando la relación (1) correspondiente a esta función en $\xi = 0$, se encuentra

$$\sigma(h) = \frac{\mathrm{tg}^2 \frac{1}{h} - \mathrm{tg}^2 \frac{1}{h}}{h},$$

cuyo valor es cero, para cualquier h, luego su límite es cero, para $h \rightarrow 0$.

Luego la schwarziana correspondiente a esta función existe, sin que exista la derivada segunda.

Si además de la existencia de la derivada segunda en el punto ξ, se admite la *continuidad* de la misma en dicho punto; la demostración de este teorema se puede obtener simplemente.

En efecto; aplicando la regla de L' Hôpital a la expresión

$$\sigma(h) = \frac{f(\xi + h) + f(\xi - h) - 2f(\xi)}{h^2}$$

resulta

$$\sigma_1(h) = \frac{f'(\xi + h - f'(\xi - h)}{2h}$$

la cual, a su vez, toma la forma indeterminada $\sigma_1(0) = \frac{0}{0}$ para $h = 0$. De aquí, con una nueva aplicación de la misma regla, se tiene:

$$\sigma_2(h) = \frac{f''(\xi + h) + f''(\xi - h)}{2}.$$

en consecuencia,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \sigma(h) = \frac{1}{2} \lim [f''(\xi + h) + f''(\xi - h)]$$

y como la derivada $f''(x)$ es continua en $x = \xi$, resulta finalmente

$$\mathrm{S}f(\xi) = \lim_{h \rightarrow 0} \sigma(h) = f''(\xi).$$

4. Hemos visto, en los números anteriores que tanto la noción de leibniziana como la de schwarziana de una función, contienen como caso particular la de derivada segunda. Sin embargo aquellas definiciones no son equivalentes puesto que hay ejemplos de funciones con schwarziana finita y cuya leibniziana no existe, así como también funciones en las cuales éstas son distintas.

Así la función

$$f(x) = x \operatorname{sen}^2 \frac{1}{x} \qquad \text{para } x \neq 0$$

$$f(0) = 0 \qquad \text{para } x = 0$$

que carece de derivada segunda en el punto $x = 0$, tiene como schwarziana en el mismo, el valor cero; puesto que

$$\mathrm{S}f(0) = \lim_{h \to 0} \frac{h \operatorname{sen}^2 \frac{1}{h} - h \operatorname{sen}^2 \frac{1}{h}}{h^2} = 0.$$

Veamos ahora si para la misma función, y en este punto, existe la leibniziana. Se tiene

$$\mathrm{L}f(0) = \lim_{h \to 0} \frac{2 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2h} - 2 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{h}}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{-2 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2h} \left(1 + 2 \cos \frac{1}{h}\right)}{h};$$

este límite no existe, puesto que oscila indifinidamente entre $-\infty$ y $+\infty$.

5. La importancia de la noción de schwarziana recide no solamente en el hecho que ella constituye una amplia generalización de la noción de derivada segunda, sino que — y esto es más importante — la *continuidad* de la función no es condición *necesaria* como exige la derivada ordinaria, para que la función admita schwarziana determinada. Un teorema que daré en seguida, resuelve esta cuestión fundamental.

Hemos visto, anteriormente, ejemplos de funciones continuas no derivables y sin embargo con schwarziana finita. Pero no se crea que la continuidad es condición *suficiente* para la existencia de esta última.

He aquí un ejemplo de función continua y cuya schwarziana no existe. La función

$$f(x) = x^2 \cos \frac{1}{x} \qquad \text{para } x \neq 0$$

$$f(x) = 0 \qquad \text{para } x = 0.$$

La schwarziana en el punto $x = 0$, es el límite de

$$\sigma(h) = \frac{h^2 \cos \frac{1}{h} + h^2 \cos \frac{1}{-h}}{h^2} = 2 \cos \frac{1}{h} \qquad (h > 0)$$

para $h \to 0$. Esta expresión oscila indefinidamente entre $+2$ y -2, luego no tiene límite.

Sea $f(x)$ una función definida en el intervalo (a, b). Si ella no es continua en un punto ξ interior al mismo, se dice que ξ es un *punto de discontinuidad.* El punto ξ es un punto de discontinuidad de *primera especie* de $f(x)$, cuando esta función tiene un límite finito a la derecha: $f(\xi + 0)$ y otro a la izquierda: $f(\xi - 0)$. Si estos dos límites son iguales, el punto ξ sólo puede ser punto de discontinuidad, cuando este límite es diferente del valor de la función $f(x)$; en este caso bastará modificar el valor de la función en ξ para suprimir la discontinuidad.

Cuando los dos límites, $f(\xi + 0)$ y $f(\xi - 0)$ son diferentes, cualquiera que sea el valor de $f(\xi)$, el punto ξ es necesariamente un punto de discontinuidad.

Entre los puntos de discontinuidad de primera especie, son particularmente importantes los puntos regulares.

Un punto ξ se dice que es un *punto regular* de la función $f(x)$, si $f(\xi)$ es la *media aritmética* de los valores $f(\xi + 0)$ y $f(\xi - 0)$; esto es

$$f(\xi) = \frac{f(\xi + 0) + f(\xi - 0)}{2}.$$

En particular, todo punto de continuidad de $f(x)$ es regular.

Pasemos ahora a demostrar el teorema anunciado, el cual nos da la condición necesaria de la existencia de la schwarziana de una función.

TEOREMA III. — *Si la función $f(x)$ tiene una schwarziana finita en el punto ξ, este es un punto de discontinuidad de primera especie (regular) para la función.*

En efecto, se tiene por hipótesis

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(\xi-h)-2f(\xi)+f(\xi+h)}{h^2}=Sf(\xi),$$

donde S $f(\xi)$ es un número finito. Esta expresión se puede escribir en forma equivalente

$$\frac{f(\xi-h)-2f(\xi)+f(\xi+h)}{h^2}=Sf(\xi)+\varepsilon,$$

donde ε es una variable función de h que tiende a cero con h.

De aquí resulta

$$f(\xi+h)+f(\xi-h)-2f(\xi)=h^2\,[Sf(\xi)+\varepsilon]$$

y tomando límite de ambos miembros de este último, para $h\to 0$, resulta,

$$\lim_{h\to 0}\,[f(\xi+h)+f(\xi-h)]=2f(\xi),$$

es decir,

$$\frac{f(\xi+0)+f(\xi-0)}{2}=f(\xi);$$

luego el punto ξ es un punto *regular* de la función.

En particular, si

$$f(\xi+0)=f(\xi-0)$$

la función $f(x)$ es continua en ξ.

La condición de existencia que enuncia el teorema, no es *suficiente*. Se tiene en efecto, el siguiente ejemplo.

La función

$$f(x)=\frac{|\operatorname{sen} x|}{x}\qquad \text{para } x\neq 0$$

$$f(x)=0\qquad \text{para } x=0,$$

el origen es un punto regular, puesto que

$$f(0+0)=+1,\qquad f(0-0)=-1,\qquad f(0)=0.$$

La schwarziana correspondiente a esta función en el punto $\xi=0$, será el límite de

$$\sigma(h)=\frac{1}{h^2}\left[\frac{|\operatorname{sen} h|+|\operatorname{sen} h|}{h}\right]$$

$$=\frac{2}{h^2}\frac{|\operatorname{sen}|}{h},$$

la cual tiende a $+\infty$ o $-\infty$, según que $h \to 0$ por valores positivos o negativos respectivamente.

6. Con la noción de *derivada simétrica* que pasamos a definir, se obtiene no solamente una definición más general de derivada segunda, equivalente a la schwarziana, sino que también se obtiene una extensión de la definición de derivada primera.

Sea $f(x)$ una función definida en el intervalo (a, b) finita y unívoca y x un punto interior.

Diremos que la función $f(x)$ admite una *derivada simétrica* en el punto x si existe el límite de la relación incremental (simétrico)

$$\frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h} \qquad (h>0)$$

cuando $h \to 0$ de cualquier modo. Este número lo indicaremos con la notación $D_s f(x)$ o bien $f_s'(x)$.

La propiedad fundamental de esta definición es la siguiente:

Si la función $f(x)$ admite derivada en el punto ξ, existe también la derivada simétrica y su valor coincide con $f'(\xi)$; pero no recíprocamente.

En efecto, por ser la función $f(x)$ derivable en el punto ξ, existe la derivada a la derecha y a la izquierda de ξ

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(\xi+h)-f(\xi)}{h} = f_d'(\xi) \qquad (1)$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(\xi-h)-f(\xi)}{-h} = f_i'(\xi) \qquad (2)$$

y además se tiene

$$f_d'(\xi) = f_i'(\xi) = f'(\xi).$$

Por otra parte, la relación

$$\sigma(h) = \frac{f(\xi+h)-f(\xi-h)}{2h},$$

se puede escribir en la siguiente forma:

$$\sigma(h) = \frac{f(\xi+h)-f(\xi)}{2h} - \frac{f(\xi-h)-f(\xi)}{2h}$$

o bien

$$\sigma(h) = \frac{1}{2}\left[\frac{f(\xi+h)-f(\xi)}{h} + \frac{f(\xi-h)-f(\xi)}{-h}\right]$$

Pasando al límite, para $h \to 0$, y teniendo presente las relaciones (1) y (2), resulta:

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(\xi + h) - f(\xi - h)}{2h} = \frac{1}{2}[f_i'(\xi) + f_d'(\xi)] = f'(\xi),$$

es decir,

$$f_s'(\xi) = f'(\xi).$$

Para probar que la recíproca no se cumple, daremos el siguiente ejemplo.

La función, definida así:

$$f(x) = \frac{x}{1 + e^{\frac{1}{x}}} \qquad \text{para } x \neq 0$$

$$f(x) = 0 \qquad \text{para } x = 0,$$

que a pesar de ser continua en el origen, ella no es derivable, puesto que

$$f_d'(0) = 0 \qquad \text{y} \qquad f_i'(0) = +1.$$

En cambio, la derivada simétrica existe, puesto que para $x = 0$, se tiene

$$\frac{f(0 + h) - f(0 - h)}{2h} = \frac{1}{2h}\left[\frac{h}{1 + e^{\frac{1}{h}}} - \frac{-h}{1 + e^{-\frac{1}{h}}}\right]$$

$$\sigma(h) = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{1 + e^{\frac{1}{h}}} + \frac{1}{1 + e^{-\frac{1}{h}}}\right],$$

y tomando límite, para $h \to 0$, resulta

$$\lim_{h \to 0} \sigma(h) = \frac{1}{2}(0 + 1) = \frac{1}{2},$$

es decir,

$$f_s'(0) = \frac{1}{2}.$$

La derivada simétrica es por lo tanto, más general que la derivada ordinaria (¹).

(¹) Un estudio completo de esta noción y de la *derivada generalizada*, puede el lector encontrarlo en una serie de trabajos publicados por el autor, citados en la bibliografía.

7. Consideremos ahora una función $f(x)$ que tenga derivada simétrica en todo punto x interior de (a, b); su derivada simétrica $f_s'(x)$ es una función de x definida en (a, b). Si esta nueva función admite a su vez una derivada simétrica en el punto ξ, se indicará con $f_s''(\xi$ o bien $D_s^{(2)}f(\xi)$ y la llamaremos *derivada segunda simétrica.*

La noción de derivada segunda simétrica contiene como caso particular la noción de derivada segunda, en virtud del siguiente teorema.

TEOREMA IV. — *Si la función $f(x)$ tiene una derivada segunda finita en el punto ξ, también existe la derivada segunda simétrica y son iguales; pero no recíprocamente.*

De la existencia de la derivada $f''(x)$ en el punto ξ, se deduce la de $f'(x)$, y además

$$\lim_{h \to 0} \frac{f'(\xi + h) - f'(\xi)}{h} = f_d''(\xi) \qquad (1)$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{f'(\xi - h) - f'(\xi)}{-h} = f_i''(\xi) \qquad (2)$$

$$f''(\xi) = f_i''(\xi) = f_d''(\xi). \qquad (3)$$

Se tiene por definición

$$f_s''(\xi) = \lim_{h \to 0} \frac{f_s'(\xi + h) - f_s'(\xi - h)}{2h}. \qquad (4)$$

Además, como

$$\sigma(h) = \frac{f_s'(\xi + h) - f_s'\xi - h)}{2h} =$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{f_s'(\xi + h) - f_s'(\xi)}{h} + \frac{f_s'(\xi - h) - f_s'(\xi)}{-h}\right]$$

y según el teorema anterior

$$f_s'(\xi) = f'(\xi) \qquad \text{y} \qquad f_s'(\xi \pm h) = f'(\xi \pm h)$$

puesto que $f'(\xi)$ y $f'(\xi \pm h)$ existen, se tiene

$$\sigma(h) = \frac{1}{2}\left[\frac{f'(\xi + h) - f'(\xi)}{h} + \frac{f'(\xi - h) - f'(\xi)}{-h}\right].$$

Tomando límite de $\sigma(h)$ para $h \to 0$ y teniendo presente las igualdades (1) y (2), resulta

$$\lim_{h \to 0} \sigma(h) = \frac{1}{2}[f_d''(\xi) + f_i''(\xi)]$$

y según (3), se tiene finalmente

$$f_s''(\xi) = f''(\xi),$$

con lo cual queda demostrado el directo.

Para probar que la recíproca no se cumple necesariamente, consideremos el siguiente ejemplo. La función definida así:

$$f(x) = x \,.\, \operatorname{sen} \frac{1}{x} \qquad \text{para } x \neq 0$$

$$f(x) = 0 \qquad \text{para } x = 0,$$

es continua en $x = 0$ y no tiene derivada en este punto, para el cociente incremental,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{sen} \frac{1}{h}$$

oscila entre $+1$ y -1, cuando $h \to 0$. Por tanto la función dada no tiene derivada segunda en dicho punto.

En cambio, la derivada simétrica existe, puesto que

$$f_s'(0) = \lim_{h \to 0} \frac{h \operatorname{sen} \frac{1}{h} + h \operatorname{sen} \frac{1}{-h}}{2h} = \lim \frac{0}{2h} = 0$$

por tanto, resulta

$$f_s''(0) = 0.$$

De aquí se deduce la existencia de la derivada segunda simétrica, sin que la derivada segunda ordinaria exista.

Si además de suponer que existe la $f''(x)$ en el punto ξ, admitimos también la continuidad de la misma, el teorema anterior se demuestra como sigue.

Se tiene, en efecto,

$$\sigma(h) = \frac{f_s'(\xi + h) - f_s'(\xi - h)}{2h}$$

$$= \frac{f'(\xi + h) - f'(\xi - h)}{2h},$$

según hemos visto. La expresión $\sigma(h)$ toma la forma indeterminada $\frac{0}{0}$ para $h = 0$; luego aplicando la regla de L'Hôpital; se obtiene

$$\sigma_1(h) = \frac{f''(\xi + h) + f''(\xi - h)}{2}.$$

Por tanto,

$$\lim_{h\to 0} \sigma(h) = \lim_{h\to 0} \sigma_1(h) = \lim_{h\to 0} \frac{f''(\xi+h)+f''(\xi-h)}{2}$$

y como

$$\lim f''(\xi+h) = \lim f''(\xi-h) = f''(\xi),$$

por la continuidad de $f''(x)$ en ξ; se tiene finalmente

$$f_s''(\xi) = f''(\xi).$$

La equivalencia entre las dos difiniciones de derivada segunda simétrica y de schwarziana de una función la hemos establecido en una nota publicada en otro lugar (1).

Las consideraciones anteriores se pueden extender a las derivadas de orden sucesivo.

8. *Leibnizianas sucesivas.* — Dada una función $f(x)$ en el intervalo (a, b), hemos visto que la leibniziana $Lf(x)$ es una nueva función definida en (a, b). Esta función puede a su vez admitir una leibniziana. Si ésta existe, indicaremos con la notación $L^{(2)}f(x)$ o $f_L''(x)$ y llamaremos la *leibniziana segunda.* Del mismo modo la *leibniziana tercera* $L^{(3)}f(x)$ o $f_L'''(x)$ es la leibniziana de la lebniziana segunda. En general, llamaremos *leibniziana de orden* $n^{\text{ésimo}}$ la leibniziana de la de orden $(n-1)$, e indicaremos con $L^{(n)}f(x)$ o $f_L^{(n)}(x)$.

Entre estas leibnizianas sucesivas y las derivadas sucesivas de orden par, existen relaciones interesantes que establecen los teoremas que paso a demostrar.

TEOREMA V. — *Si la función* $f(x)$ *tiene una derivada cuarta* $f^{(IV)}(\xi)$ *finita en el punto* $x=\xi$, *existe la leibniziana segunda* $L^{(2)}f(x)$ en ξ y *son iguales.*

De la existencia de la derivada $f^{(IV)}(x)$ en el punto ξ se desprende la de $f'''(x)$ en un interno de dicho punto y por tanto la de $f''(x)$.

Por definición, se tiene

$$f_L''(\xi) = \lim_{h\to 0} \frac{f_L'(\xi+2h) - 2f_L'(\xi+h) + f_L'(\xi)}{h^2},$$

(1) Ver J. C. VIGNAUX, *Relación entre la schwarziana y la derivada generalizada,* en *Revista matemática,* nº 24, año 1926.

pero como se tiene

$$f_L'(\xi) = f''(\xi), \qquad f_L'(\xi + 2h) = f'(\xi + 2h$$

$$f_L'(\xi + h) = f'(\xi + h),$$

el límite anterior coincide con el de la expresión

$$\frac{f''(\xi + 2h) - 2f''(\xi + h) + f''(\xi)}{h^2}.$$

Aplicando la regla L'Hôpital a la expresión anterior, resulta

$$\sigma(h) = \frac{f'''(\xi + 2h) - f'''(\xi + h)}{h}, \qquad (1)$$

expresión ésta que puede escribirse en la siguiente forma :

$$\sigma(h) = 2\frac{f'''(\xi + 2h) - f'''(\xi)}{2h} - \frac{f'''(\xi + h) - f'''(\xi)}{h}.$$

De aquí resulta, pasando al límite,

$$f_L''(\xi) = \lim_{h \to 0} \sigma(h) = 2f^{(IV)}(\xi) - f^{(IV)}(\xi) = f^{(IV)}(\xi).$$

Si además de la existencia de $f^{(IV)}(\xi)$, se admite también la *continuidad*, la demostración se obtiene en la forma siguiente.

Aplicando la regla L'Hôpital a la expresión (1), resulta

$$\sigma_1(h) = 2f^{(IV)}(\xi + 2h) - f^{(IV)}(\xi + h)$$

y como

$$\lim_{h \to 0} f^{(IV)}(\xi + 2h) = \lim_{h \to 0} f^{(IV)}(\xi + h) = f^{(IV)}(\xi)$$

se tiene

$$f_L''(\xi) = f^{(IV)}(\xi).$$

Un teorema análogo, se obtiene para la leibniziana tercera.

TEOREMA VI. — *Si la función $f(x)$ tiene una derivada resta $f^{(VI)}(x)$ en ξ, también existe la $f_L'''(\xi)$ en ξ y son iguales.*

En efecto, se tiene

$$f_L'''(\xi) = \lim_{h \to 0} \frac{f_L''(\xi + 2h) - 2f_L''(\xi + h) + f_L''(\xi)}{h^2},$$

y según el teorema anterior

$$f_L''(\xi) = f^{(IV)}(\xi), \qquad f_L''(\xi + h) = f^{(IV)}(\xi + h),$$

$$f_L''(\xi + 2h) = f^{(IV)}(\xi + 2h),$$

y como la derivada $f^{(IV)}$ existe en ξ; resulta que $f'''(\xi)$ en el límite para $h \to 0$ de la expresión

$$\frac{f^{(IV)}(\xi + 2h) - 2f^{(IV)}(\xi + h) + f^{(IV)}(\xi)}{h^2}.$$

Aplicando la regla de L'Hôpital, resulta

$$\sigma(h) = \frac{2f^{(V)}(\xi + 2h) - 2f^{(V)}(\xi + h)}{2h}$$

$$= 2 \cdot \frac{f^{(V)}(\xi + 2h) - f^{(V)}(\xi)}{2h} - \frac{f^{(V)}(\xi + h) - f^{(V)}(\xi)}{h}.$$

Pasando al límite, para $h \to 0$; se tiene

$$f_L''(\xi) = \lim_{h \to 0} \sigma(h) = f^{(VI)}(\xi).$$

En general, la propiedad subsiste para la leibniziana de orden $n$ésimo según él.

Teorema VII. — *Si la función $f(x)$ tiene una derivada $f^{(2n)}(x)$ de orden $2n$ en el punto $x = \xi$, existe la leibniziana de orden $n^{\text{ésima}}$ y son iguales.*

La demostración se obtiene, empleando el razonamiento por recurrencia.

Supongamos que el teorema sea cierto para la leibniziana de orden $(n - 1)$, es decir,

$$f_L^{(n-1)}(\xi) = f^{(2n-2)}(\xi). \tag{1}$$

Se tiene, por definición

$$f_L^{(n)}(\xi) = \lim_{h \to 0} \frac{f_L^{(n-1)}(\xi + 2h) - 2f_L^{(n-1)}(\xi + h) + f_L^{(n-1)}(\xi)}{h^2},$$

y según la igualdad (1); $f_L^{(n)}(\xi)$ es igual al límite para $h \to 0$ de la expresión

$$\sigma(h) = \frac{f^{(2n-2)}(\xi + 2h) - 2f^{(2n-2)}(\xi + h) + f^{(2n-2)}(\xi)}{h^2}.$$

aplicando a esta expresión la regla L'Hôpital nos conduce a

$$\sigma_1(h) = \frac{2f^{(2n-1)}(\xi + 2h) - 2f^{(2n-1}(\xi + h)}{2h}$$

$$= 2\frac{f^{(2n-1)}(\xi + 2h) - f^{(2n-1)}(\xi)}{2h} - \frac{f^{(2n-1)}(\xi + h) - f^{(2n-1)}(\xi)}{h}.$$

Pasando al límite, resulta

$$f_L^{(n)}(\xi) = \lim_{h \to 0} \sigma_1(h) = f^{(2n)}(\xi).$$

Luego la propiedad es cierta, para cualquier entero positivo n.

9. Si consideramos el cálculo de la leibniziana de una función, como una cierta operación funcional, operación representada por el símbolo operatorio $Lf(x)$; resulta que la leibniziana $n^{\text{ésima}}$ es el resultado de la itiración de esta operacion n veces. Así la leibniziana segunda es el resultado de repetir dos veces la operación L, es decir :

$$L^{(2)}f(x) = L[Lf(x)] = L \,.\, Lf(x)$$

del mismo modo

$$L^{(3)}f(x) = L[L^{(2)}f(x)] = L \,.\, L^{(2)}f(x)$$

. . . .

$$L^{(n)}f(x) = L[L^{(n-1)}f(x)] = L \,.\, L^{(n-1)}f(x).$$

Teniendo presente que

$$L[L^{(2)}f(x)] = L^{(2)}[Lf(x)]$$

$$L[L^{(3)}f(x)] = L^{(3)}[Lf(x)]$$

y en general, para n entero y positivo

$$L[L^{(n)}f(x)] = L^{(n)}[Lf(x)],$$

resulta

$$L^{(\mu)}[L^{(\nu)}f(x)] = L^{(\mu+\nu)}f(x)$$

o simbólicamente

$$L^{(\mu)} \,.\, L^{(\nu)} = L^{(\mu+\nu)},$$

lo cual nos dice, que el símbolo L satisface a la llamada *ley de los índices.*

El símbolo $L^{(o)}$ tiene el siguiente significado:

$$L^{(0)} f(x) = f(x).$$

Para el cálculo de la leibniziana de una función que admite leibniziana de todos los ordenes, se tienen las siguientes reglas fácil de establecer

I.

$$L[c \, . f(x)] = c \, . \, Lf(x) \qquad c \neq 0$$

en general

$$L^{(n)}[c \, . f(x)] = c \, . \, L^{(n)} f(x),$$

lo cual se demuestra por inducción.

II.

$$L(f_1 + f_2 + \ldots + f_\nu) = Lf_1 + Lf_2 + \ldots + Lf_\nu$$

y

$$L^{(n)}(f_1 + f_2 + \ldots + f_\nu) = L^{(n)} f_1 + L^{(n)} f_2 + \ldots + L^{(n)} f_\nu.$$

III. Combinando las propiedades I y II, se obtiene

$$L^{(n)}(c_1 f_1 + c_2 f_2 + \ldots + c_\nu f_\nu = c_1 L^{(n)} f_1 + \ldots + e_\nu L^{(n)} f_\nu.$$

10. *Derivada tercera.* — Se obtiene para la derivada tercera, una definición sin pasar por las de orden primero y segundo, considerando el cociente de la diferencia tercera de la función $f(x)$, al cubo de la diferencia de la variable.

$$\frac{\Delta^3 f(x)}{h^3} = \frac{f(x + 3h) - 3f(x + 2h) + 3f(x + h) - f(x)}{h^3}. \qquad (1)$$

En efecto, se tiene el teorema siguiente.

Teorema VIII. — *Si la función $f(x)$ admite una derivada tercera finita en el punto ξ existe también el límite de la relación* (1) *para $h \rightarrow 0$ y coincide con aquéllo.*

De la existencia de la derivada tercera $f'''(x)$ en el punto ξ, se desprende la continuidad de $f''(x)$ y $f'(x)$ en un entorno de ξ. La regla de L'Hôpital aplicada a la (1) nos da

$$\sigma(h) = \frac{f'(\xi + 3h) - 2f'(\xi + 2h) + f'(\xi + h)}{h^2},$$

la cual nos da nuevamente

$$\sigma_1(h) = \frac{3f''(\xi + 3h) - 4f''(\xi + 2h) + f''(\xi + h)}{2h}.$$

Si sumamos y restamos a la vez $4f''(\xi)$ al segundo miembro de esta última expresión, se tiene

$$\sigma_1(h) = 3\frac{f''(\xi + 3h) - f''(\xi)}{2h} + \frac{f''(\xi + h) - f''(\xi)}{2h} - \\ - 4\frac{f''(\xi + 2h) - f''(\xi)}{2h}. \qquad (2)$$

Que también se puede escribir

$$\sigma_1(h) = \frac{9}{2}\frac{f''(\xi + 3h) - f''(\xi)}{3h} + \frac{1}{2}\frac{f''(\xi + h) - f''(\xi)}{h} - \\ - 4\frac{f''(\xi + 2h) - f''(\xi)}{2h}.$$

Tomando límite, para $h \to 0$ resulta, finalmente,

$$\lim_{h \to 0} \sigma_1(h) = \frac{9}{2}f'''(\xi) + \frac{1}{2}f'''(\xi) - 4f'''(\xi),$$

es decir,

$$\lim_{h \to 0} \frac{\Delta^3 f(\xi)}{h} = f'''(\xi).$$

Admitiendo además de la existencia de $f'''(x)$ en ξ, la *continuidad* de la misma en dicho punto, la demostración del teorema se concluiría así: Aplicando la regla a la expresión (2) se obtiene

$$\sigma_2(h) = \frac{9f'''(\xi + 3h) - 8f'''(\xi + 2h) + f'''(\xi + h)}{2},$$

luego

$$\lim_{h \to 0} \frac{\Delta^3 f(\xi)}{h^3} = \lim_{h \to 0} \sigma_2(h) = f'''(\xi).$$

En general, la derivada $n$ésima de una función viene definida como límite de la relación

$$\frac{\Delta^{(n)} f(x)}{h^n}$$

de la diferencia $n^{\text{ésima}}$ de la función por la potencia $n$ésima de la diferencia de la variable, en virtud del siguiente teorema.

Si la función $f(x)$ tiene una derivada $n^{ésima}$ finita en el punto ξ, existe el límite de la relación (1) *y su valor coincide con aquélla.*

La demostración se obtiene, siguiendo el mismo método que para el caso $n = 2$ y $n = 3$, y empleando el principio de inducción.

Vivanti, en sus *Lezioni di Analisis Infinitesimale,* demuestra este teorema postulando además de la existencia de $f^{(n)}(x)$ en ξ, la *continuidad* de la misma en dicho punto.

Las nociones de schwarziana y de derivada simétricas sucesivas y sus propiedades, han sido introducidas y estudiadas en publicaciones anteriores del autor.

BIBLIOGRAFÍA

H. Lebesgue, *Leçons sur les séries trigonométriques,* París, 1906.

E. Pascal, *Esercizii critici di Calcolo, etc.*, Milano, 1921.

E. Picard, *Traité D'analyse,* París, 1922.

J. Rey Pastor, *Funciones de variable real,* Madrid, 1923.

J. C. Vignaux, *Sobre la schwarziana de una función,* en *Revista matemática,* 1926.

— *Sobre las schwarzianas sucesivas,* en *Revista matemática,* 1926.

— *Sobre una generalización de la noción de derivada,* en *Revista matemática,* 1926.

— *Sobre las derivadas generalizadas sucesivas,* en *Revista matemática,* 1926.

— *Relación entre la schwarziana y la derivada generalizada,* 1926.

LAS LATITUDES CRECIENTES CONSIDERADAS COMO LOGARITMOS

Y SUS PRINCIPALES APLICACIONES

ESPECIALMENTE A LA RESOLUCIÓN DE LOS PROBLEMAS DEL TRIÁNGULO DE POSICIÓN

Por ÁNGEL PÉREZ

(Continuación)

---

20. Tratemos con más detalle el problema haciendo uso de nuestras tablas de logaritmos tangentes que ofrecen mayor exactitud que las de Barreda por que dan los arcos de 20 en 20 segundos.

21. 1° *Hallar el log seno de un arco.*

Para resolver este problema (directo), empezaremos por igualar el seno del arco a la tangente de otro arco que sea menor de 45°, puesto que el seno debe ser menor que la unidad (1) o a lo más igual a ella.

Pondremos pues,

$$\text{sen}\, l = \text{tg A} = \text{cotg}\left[45° + \frac{90° - 2\text{A}}{2}\right] = \frac{1}{\text{tg}\left[45° + \frac{90° - 2\text{A}}{2}\right]}, \qquad (1)$$

y si aplicamos las fórmulas

$$\frac{1 + \text{sen}\, l}{1 - \text{sen}\, l} = \frac{1 + \text{tg A}}{1 - \text{tg A}} = \frac{1 + \text{tg}\frac{2\text{A}}{2}}{1 - \text{tg}\frac{2\text{A}}{2}} = \text{tg}\left[45° + \frac{2\text{A}}{2}\right] \qquad (2)$$

$$\frac{1 + \text{sen}\, l}{1 - \text{sen}\, l} = \frac{1 + \cos(90° - l)}{1 - \cos(90° - l)} = \text{cotg}^2\left[45° - \frac{l}{2}\right] = \text{tg}^2\left[45° + \frac{l}{2}\right], \qquad (3)$$

tendremos, comparando (2) y (3)

$$\text{tg}\left[45° + \frac{2\text{A}}{2}\right] = \text{tg}^2\left[45° + \frac{l}{2}\right]. \qquad (4)$$

Tomemos ahora logaritmos en (1) y (4) y resultará

$$\log \operatorname{sen} l = -\operatorname{co}\lambda\,(2A) \qquad (a)$$

$$\lambda\,(2A) = 2\,[\lambda\,(l)]. \qquad (b)$$

Estas fórmulas resuelven la cuestión, y de ellas se deduce la siguiente regla : Tómese la λ del arco l conocido; duplíquese, búsquese la *colambda* correspondiente a $2\lambda\,(l)$ y esa colambda será el valor numérico del log sen l.

Observación. — Como el arco A es menor de 45°, su tangente es menor que 1; el arco 2A será menor que 90°, y, por tanto, su coλ resultará positiva, más a causa del signo que la precede en (a) será definitivamente negativa, y hará que el logaritmo seno, log sen l, sea negativo, como debe ser, ya que en general será sen l una fracción propia.

Ejemplos. — Hallar el log seno del arco $l = 32°20'40''$:

$$\lambda\,(l = 32°20'40'') = 0{,}25933 \qquad 2\lambda = 0{,}51866$$

$$\operatorname{co}\lambda\,(\text{de } 2\lambda) = -0{,}27163 = 9{,}72837 = \log \operatorname{sen}\,(32°20'40'').$$

Las tablas corrientes dan 9,72836.

Problema recíproco. — Hallar el arco que corresponde a un logaritmo seno dado.

Del problema directo se deduce, que debemos tomar al log sen dado como si fuese una *colambda;* se buscará la *lambda* que le corresponde y se dividirá por 2; el arco que a tal λ convenga, será el buscado.

Ejemplo. — Hallar el arco correspondiente a

$$\log \operatorname{sen} l = 9{,}72837 = -0{,}27163; \qquad \operatorname{co}\lambda\,(x) = -0{,}27163;$$

$$\lambda\,(x) = 0{,}51868$$

$$\frac{1}{2}\lambda\,(x) = -0{,}25933, \qquad \operatorname{arc} x = 32°20'40''.$$

22. 2° *Hallar el logaritmo coseno de un arco dado.*

Empezaremos, como para el seno, igualando el arco dado, a otro A, menor que 45° y poniendo :

$$\cos l = \operatorname{tg} A = \operatorname{cotg}\left[45° + \frac{90° - 2A}{2}\right] = \frac{1}{\operatorname{tg}\left[45° + \frac{90° - 2A}{2}\right]}. \qquad (1)$$

La relación $\frac{1+\cos l}{1-\cos l}$ podemos transformarla de estos dos modos :

$$\frac{1+\cos l}{1-\cos l}=\frac{1+\operatorname{tg} A}{1-\operatorname{tg} A}=\frac{1+\operatorname{tg}\frac{2A}{2}}{1-\operatorname{tg}\frac{2A}{2}}=\operatorname{tg}\left[45^\circ+\frac{2A}{2}\right], \tag{2}$$

$$\frac{1+\cos l}{1-\cos l}=\frac{2\cos^2\frac{l}{2}}{2\operatorname{sen}^2\frac{l}{2}}=\operatorname{cotg}^2\frac{l}{2}=\operatorname{tg}^2\left[45^\circ+\frac{90^\circ-l}{2}\right]. \tag{3}$$

De (2) y (3) sale :

$$\operatorname{tg}\left[45^\circ+\frac{2A}{2}\right]=\operatorname{tg}^2\left[45^\circ+\frac{90^\circ-l}{2}\right]. \tag{4}$$

Tomando logaritmos en (1) y (4) se obtiene :

$$\log\cos l=-\operatorname{co}\lambda\,(2A) \tag{a}$$

$$\lambda\,(2A)=2\operatorname{co}\lambda\,(l). \tag{b}$$

Estas dos fórmulas resuelven la cuestión.

Observación. — Por ser A menor de 45°, o a lo más igual, 2A será menor que 90° y su colambda positiva; pero a causa del signo que la precede será negativa, y así hará log cos l negativo, como debe ser, puesto que los cosenos son fracciones propias, y por tanto, sus logaritmos serán negativos.

De las fórmulas (a) y (b) deducimos la siguiente regla :

Para determinar el log cos l, en que l es conocido, tomaremos la *colambda* del arco y la duplicaremos, buscaremos la *lambda* que le corresponda y esa será el log coseno buscado.

Ejemplo. — Hallar el log cos (343°22′40″). Tómese el suplemento del arco dado a 360° que es 16°37′20″, y opérese según la regla

$$\operatorname{co}\lambda\,(16^\circ37'20'')=0{,}83540 \qquad 2\operatorname{co}\lambda=1{,}67080$$

$$\lambda\,(\text{de } 2\operatorname{co}\lambda)=-0{,}01854=9{,}98146=\log\cos l.$$

Las tablas trigonométricas dan el mismo valor.

Problema recíproco. — Hallar el arco que corresponde a un log coseno dado. Del problema directo se infiere que deberemos tomar el log cos dado como si fuera una *lambda;* se buscará la *colambda* que le corres-

ponda, se dividirá por 2, y tomando el cociente como la *colambda* de un arco, se buscará este, que será el pedido.

Ejemplo. — Sea $\log \cos l = 9{,}98146 = -0{,}01854$

$$\lambda(x) = -0{,}01854, \qquad \text{co}\lambda\,[\text{de}\,\lambda(x)] = 1{,}67080$$

$$\frac{1}{2}\text{co}\lambda \text{ de } \lambda(x) = 0{,}83540 \qquad x = 16°37'20'' \quad \text{o} \quad x = 343°22'40''.$$

En efecto, el log cos (16°37′20″) es igual a 9,98146 por las tablas.

23. *Tercer problema. — Hallar el logaritmo tangente de un arco.* Igualaremos tg l a cotg $(90° - l)$ y resultará :

$$\text{tg}\, l = \text{cotg}\,(90° - l) = \text{cotg}\left[45° + \frac{90° - 2l}{2}\right] =$$

$$= \frac{1}{\text{tg}\left[45° + \frac{90° - 2l}{2}\right]}, \tag{1}$$

y tomando logaritmos en esa identidad, será :

$$\log \text{tg}\, l = -\,\text{co}\lambda\,(2l). \tag{a}$$

Luego para hallar el logaritmo tangente de un arco dado, buscaremos la *colambda* del *duplo* del arco. Debemos distinguir dos casos :

1° Que el arco dado l sea menor que $45° = \frac{\pi}{4}$. En este caso el arco $2l$ sería menor que 90° y su coλ positiva, más a causa del signo que afecta el segundo miembro de (a), resultará negativo, y así hará el log tg l negativo, como debe ser, pues las tangentes de arcos menores de 45° son fracciones propias y así sus logaritmos serán negativos.

2° Si el arco está comprendido entre 45° y 90° la coλ ($2l$) resultará negativa, pues $2l$ será mayor que 90° y a causa del signo que la precede en (a) será positiva, y hará la tg l de este último signo, como debe ser, pues tales tangentes son mayores que la unidad.

Ejemplos. — 1° Hallar el log tg 377°50′30″ = log tg 17°50′30″ :

$$l = 17°50'30'', \qquad 2l = 35°41', \qquad \text{co}\lambda\, 2l = 0{,}49232$$

$$\log \text{tg}\, l = -\,0{,}49232 = 9{,}50768.$$

El logaritmo tabular es igual 9,50767 o 8.

2° *Hallar el log tg* $[256°25'20''] = \log tg\ 76°27'20''$:

$$\text{co}\lambda\,(2l) = \text{co}\lambda\,(152°54'40'') = -\,\text{co}\lambda\,[180° - 152°54'40''] =$$
$$= -\,\text{co}\lambda\,(27°5'20''),$$

y según (a)

$$\text{co}\lambda\,(27°5'20'') = 0{,}61816$$

$\therefore$

$$\log \text{tg}\ 76°27'20'' = 0{,}61816.$$

El log tg $76°27'20''$ calculado con tablas de cinco decimales da 0,61816, el mismo logaritmo.

Problema recíproco. — Si se trata de hallar el arco correspondiente a un log tg dado, debemos ver de antemano si el log tg dado es negativo o positivo. En el primer caso tomaremos para valor del arco que se busca, la mitad del que le corresponda considerado el logaritmo como una *colambda;* pero si el logaritmo es positivo, lo que nos indica que el arco buscada es mayor de 45°, tómese el suplemento del arco que corresponda a la *colambda* y divídase por 2.

1° Sea $\log \text{tg}\, x = 9{,}36909 = -\,0{,}63091$.

A coλ 0,63091 corresponde el arco $2x = 26°20'$. Luego :

$$x = (26°20') : 2 = 13°10'.$$

En efecto, el log tg $13°10'$ es por las tablas corrientes 9,36909; el logaritmo de que partimos.

2° Sea buscar el arco x correspondiente a $\log \text{tg}\, x = +\,0{,}61816$. Siendo este logaritmo positivo, el arco x será mayor que 45°, luego $2x$ será mayor que 90°, y para hallar esa colambda habrá que buscar la colambda del suplemento, es decir, co$\lambda\,[180° - 2x]$; como co$\lambda\,(2x)$ sería negativa, co$\lambda\,[180° - 2x]$ será positiva [14 — 4[a]].

Tendríamos

$$\text{co}\lambda\,[180° - 2x] = 0{,}61816$$

$$\text{arco correspondiente} = 180° - 2x = 27°5'20'';$$

$$2x = 180° - 27°5'20'' = 152°54'40''; \qquad x = 76°27'20''.$$

24. *Cuarto problema.* — *Hallar el log cotg de un arco.* Como en el problema precedente habrá que buscar la colambda del duplo del arco. Porque se tiene :

$$\text{cotg}\, l = \frac{1}{\text{tg}\, l}; \qquad \log \text{cotg}\, l = -\log \text{tg}\, l = \text{co}\lambda\,(2l).$$

Esta coλ $(2l)$ será positiva si el arco l es menor que 45°, y negativa si l es mayor que 45°.

Ejemplos. — 1° *Hallar el log cotg de 35°27'20''.* Busco la

$$co\lambda\,[2\,(35°27'20'')] = co\lambda\,[70°54'40''] = 0{,}14744.$$

Este mismo logaritmo encontramos en las tablas trigonométricas.

2° *Hallar el log cotg 255°12'20''.* Buscaremos el de 255°12'20'' — 180° = 75°12'20''.

Tomaremos la

$$co\lambda\,[2\,(75°12'20'')] = co\lambda\,[150°24'40'']$$

$$= -\lambda\,[150°24'40'' - 90°] = -\lambda\,[60°24'20'']$$

$$-\lambda\,[60°24'20''] = -0{,}57813 = 9{,}42187,$$

El cálculo por las tablas ordinarias daría 9,42178. La diferencia logarítmica es 51 por 60''. El error es de 9 que produciría unos 10''5 de error en el arco.

Problema recíproco. — *Hallar el arco correspondiente a un logaritmo cotangente dado.* Distinguiremos dos casos :

1° Que el log cotg dado sea positivo; 2° Que sea negativo.

Si el log es *positivo* consideraremos ese logaritmo como *colambda* de un arco desconocido $2x$, buscaremos este arco en la tabla y lo dividiremos por 2, lo que nos dará el buscado. Si el logaritmo es *negativo,* la *colambda* corresponde al arco 180° — $2x$, que buscado, nos dará x, por un cálculo sencillo (como en la tangente).

Ejemplos. — 1° *Hallar el arco que corresponde a log cotg x = 0,14744.* Pongo coλ $(2x)$ = 0,14744

$$2x = 70°54'40'' \qquad x = 35°27'20''.$$

2° Sea log cotg x = 9,42187 = — 0,57813

$$co\lambda\,(180° - 2x) = -0{,}57813 \qquad 180° - 2x = 29°35'40''$$

$$2x = 180° - 29°35'40'' = 150°24'20 \qquad x = 75°12'10.$$

El arco es según el problema directo 75°12'20''.

25. *Quinto problema.* — *Hallar el logaritmo cosecante de un arco.* Sabemos que

$$\text{cosec}\,l = \frac{1}{\text{sen}\,l}; \qquad \log\text{cosec}\,l = -\log\text{sen}\,l.$$

Como log sen l es negativo, el log cosec l, que ha de ser de signo contrario, será positivo, y la cuestión queda reducida a buscar un log sen, el log sen l.

Ejemplos. — Hallar el log cosec (118°34′30″). Hállese el log cosec del suplemento del arco, es decir, log cosec 61°25′30″

$$\lambda\,(61°25'30'') = 0{,}59403 \qquad 2\lambda = 1{,}18806$$

$$\mathrm{co}\lambda\,(\text{de } 2\lambda) = 0{,}05641 = \log \operatorname{cosec} 61°25'30''.$$

Problema recíproco. — Hallar el arco correspondiente a un log cosec dado. Sea el log cosec $x = 0{,}05641$

$$\mathrm{co}\lambda\,(x) = 0{,}05641; \qquad \lambda\,(x) = 1{,}18809;$$

$$\frac{1}{2}\lambda\,(x) = 0{,}59404; \qquad x = 61°25'30''$$

que es efectivamente el arco que dan las tablas trigonométricas.

26. *Sexto problema. — Hallar el logaritmo secante de un arco dado.* Tenemos :

$$\sec l = \frac{1}{\cos l}; \qquad \log \sec l = -\log \cos l,$$

log cos l es negativo, luego log sec l es positivo.

La cuestión se reduce al cálculo de un logaritmo coseno.

Ejemplo. — Hallar el log sec 278°23′40″. Equivale al log sec de 360° — 278°23′40″ = 81°36′20″;

$$\log \sec 81°36'20''.$$

Busco log cos 81°36′20″ :

$$\mathrm{co}\lambda\,(81°36'20'') = 0{,}06386; \qquad 2\,\mathrm{co}\lambda = 0{,}13772;$$

$$\lambda\,[\text{corresp. a } 2\,\mathrm{co}\lambda\,(l)] = 0{,}83566 = \log \sec 81°36'20''.$$

Las tablas dan 0,83569, siendo la diferencia tabular por 1′ = 86.

La diferencia 3 entre ambos logaritmos produce una variación de 3″ en el arco.

Problema recíproco. — Hallar el arco que corresponde a un logaritmo secante dado.

Ejemplo. — Sea el log sec = 0,00461 :

$$\lambda(x) = 0{,}00461; \qquad \text{co}\lambda\ [\text{corresp. a } \lambda(x) = 2{,}27500;$$

$$\frac{1}{2}\,\text{co}\lambda(x) = 1{,}13750 \qquad x = 8°20'4''.$$

Las tablas dan 8°20'.

27. *Séptimo problema.* — *Hallar el logaritmo verso de un arco.* Se llama *verso* de un arco, a la mitad del *seno verso*. Según esto,

$$1 - \cos l = 2\ \text{sen}^2 \frac{l}{2}; \qquad \text{vers}\ l = \text{sen}^2 \frac{l}{2}; \qquad \log \text{vers}\ l = 2 \log \text{sen} \frac{l}{2}.$$

Luego el problema directo se reduce a buscar el log seno de la mitad del arco que se considera y duplicar el logaritmo hallado.

Ejemplo. — *Hallar el logaritmo verso de 166°44' :*

$$\lambda\left[\frac{1}{2}\,l\right] = 83°22' = 1{,}23694; \qquad 2\lambda = 2{,}47388;$$

$$\text{co}\lambda\left[\text{corresp. a } 2\lambda\,\frac{l}{2}\right] = -\,0{,}00292 = \log \text{sen}\,\frac{l}{2}; \quad 2 \log \text{sen}\ l = 0{,}00584;$$

$$\log \text{vers}\ l = -\,0{,}00584 = 9{,}99416.$$

Mendoza, para log vers 166°44' da 9,99417.

Problema recíproco. — *Hallar el arco correspondiente a un logaritmo verso dado.* Del problema directo se desprende que para buscar el arco correspondiente a un logaritmo verso, se ha de tomar la mitad de dicho logaritmo y el cociente considerado como la *colambda* de un arco sirve de argumento de entrada en la tabla; se toma su correspondiente (lambda) y hallando su mitad, se buscará el arco que como *lambda* corresponda a ese cociente; el duplo del arco será el que se desea.

Ejemplo. — *Hallar el arco que corresponde a logaritmo verso l = 1,50998 :*

$$\text{co}\lambda = \frac{1}{2} \log \text{vers}\ l = -\,0{,}75499; \qquad \lambda\ (\text{de co}\lambda) = 0{,}15430;$$

$$\text{mitad} = 0{,}07715; \qquad \lambda\ (\text{de la mitad}),\ \text{arco de ella};$$

$$\lambda = \frac{1}{2}\,l = 10°7'30''; \qquad l = 20°15'00''.$$

Octavo problema directo. — Hallar el logaritmo subverso de un arco. El subverso de un arco es el verso del suplemento a 180°; y así :

$$\text{subvers}\, l = \text{vers}\,(180° - l) = \text{sen}^2 \left[90° - \frac{l}{2}\right] = \cos^2 \frac{1}{2}\, l.$$

Por consiguiente, para buscar el logaritmo del subverso se hallará el logaritmo coseno de la mitad del arco dado y se multiplicará este logaritmo por 2.

Lo mismo que el logaritmo verso, el del subverso será siempre negativo.

Ejemplo. — Hallar el logaritmo subverso de 159°46′ :

$$l = 159°46'; \qquad \frac{l}{2} = 79°53';$$

$$\text{co}\lambda \left(\frac{l}{2}\right) = 0{,}07708; \qquad 2\, \text{co}\lambda \left(\frac{1}{2}\, l\right) = 0{,}15416;$$

$$\lambda \left[2\, \text{co}\lambda \left(\frac{1}{2}\, l\right)\right] = \text{corresp.} = \log \cos \frac{l}{2} = -\,0{,}75536;$$

$$2 \log \cos \frac{l}{2} = -\,1{,}51072 = 8{,}48928$$

con poca diferencia, respecto al logaritmo subverso de las tablas.

Problema recíproco. — Hallar el arco correspondiente a un logaritmo subverso. Del problema directo se deduce que para buscar el arco que corresponda a un logaritmo subverso, se ha de dividir por 2 dicho logaritmo y el cociente tomado como la *lambda* de un arco, sirve para buscar la *correspondiente;* se divide por 2 ésta y tomado el cociente como una *colambda* se busca el arco que le corresponde el que duplicado nos dará el que se desea.

Ejemplo. — Hallar el arco que corresponde a logaritmo subverso l = — 1,48040 :

$$\lambda \left[\frac{1}{2} \log \text{subv}\, l\right] = -\,0{,}74020; \qquad \text{corresp.} = 0{,}15976;$$

$$\text{mitad} = 0{,}07988; \qquad \text{co}\lambda\, (\text{mitad}); \qquad \text{arco corresp.} = \frac{1}{2}\, l = 79°31';$$

$$2 \left(\frac{1}{2}\, l\right) = 159°2'.$$

Omitimos los problemas referentes al *coverso* y *subcoverso* por haber caído en desuso casi todas las *funciones versas*. Los ingleses conservan el *verso*, que llaman *haversine*, y en varias tablas de navegación se encuentran los logaritmos de $\text{sen}^2 \frac{t}{2}$, que son también los *versos* calculados por Mendoza, omitiendo todos con manifiesta ingratitud la paternidad del descubrimiento, cálculo y tabulación de esa función, única sobreviviente del general olvido de la obra inmensa y admirable del sapientísimo marino español don José de Mendoza y Ríos, matemático y astrónomo eminente, honor de la raza. Véase nuestra primera disquisición en estos *Anales*.

B. — APLICACIÓN DE LAS LATITUDES CRECIENTES AL CÁLCULO DE LOS VALORES DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS (LÍNEAS NATURALES).

29. Hemos visto al fundar la teoría de la *loxodrómica* (y de la carta marina) que la latitud creciente venía dada mediante la integración de la ecuación diferencial por

$$l_c = l_a = \log \text{tg} \left[45° + \frac{l}{2}\right] \qquad (1)$$

y que esa fórmula al pasar a los logaritmos vulgares y expresar los arcos en minutos se convertía en

$$l_c = l_a = \frac{1}{\text{sen}\, 1' \log e} \log \text{tg} \left[45° + \frac{l}{2}\right] = 7915{,}87 \log \text{tg} \left[45° + \frac{l}{2}\right]$$

$$= \text{C} \log \text{tg} \left[45° + \frac{l}{2}\right], \qquad (2)$$

siendo

$$\text{C} = \frac{1}{\text{sen}\, 1' \log e}.$$

Si adoptamos la notación de Barreda, llamaremos :

$$\lambda\,(l) = \log \text{tg} \left[45° + \frac{l}{2}\right]; \qquad (a)$$

$$\text{co}\lambda\,(l) = \log \text{tg} \left[45° + \frac{90° - l}{2}\right]. \qquad (b)$$

Y podremos escribir más cómodamente :

$$l_a = C\lambda\,(l) \qquad (c)$$

$$\mathrm{co}l_a = C\mathrm{co}\lambda\,(l) \qquad (d)$$

que por la diferenciación darían :

$$dl_a = Cd\lambda\,(l) \qquad (e)$$

$$d\,\mathrm{co}l_a = Cd\,\mathrm{co}\lambda\,(l). \qquad (f)$$

Diferenciemos ahora la expresión (1) de la latitud creciente, y para simplificar y facilitar la operación pongamos :

$$x = 45° + \frac{l}{2}; \quad dx = d\left(\frac{l}{2}\right); \quad l_a = l\,\mathrm{tg}\,x; \quad dl_a = dl\,\mathrm{tg}\,x;$$

$$dl\,\mathrm{tg}\,(x) = \frac{d\,\mathrm{tg}\,x}{\mathrm{tg}\,x}; \qquad d\,\mathrm{tg}\,x = \frac{dx}{\cos^2 x};$$

$$dl\,\mathrm{tg}\,x = \frac{\dfrac{dx}{\cos^2 x}}{\mathrm{tg}\,x} = \frac{dx}{\cos^2 x\,\mathrm{tg}\,x} = \frac{dx}{\mathrm{sen}\,x\cos x} = \frac{2dx}{2\,\mathrm{sen}\,x\cos x}.$$

$$dl\,\mathrm{tg}\,x = \frac{2dx}{\mathrm{sen}\,2x}.$$

Substituyendo en esta ecuación en vez de x y dx sus respectivos valores, se tiene :

$$dl\,\mathrm{tg}\left[45° + \frac{l}{2}\right] = \frac{2d\left(\frac{l}{2}\right)}{\mathrm{sen}\,2\left[45° + \frac{l}{2}\right]} = \frac{dl}{\mathrm{sen}\,(90° + l)} = \frac{dl}{\cos\,(-\,l)}$$

$$dl\,\mathrm{tg}\left[45° + \frac{l}{2}\right] = \frac{dl}{\cos l}$$

porque

$$\cos\,(-\,l) = \cos l.$$

Diferenciando también

$$\mathrm{co}l_a = l\,\mathrm{tg}\left[45° + \frac{90° - l}{2}\right],$$

obtenemos transformando :

$$\mathrm{co}l_a = l\,\mathrm{tg}\left[45° + 45° - \frac{l}{2}\right] = l\,\mathrm{tg}\left[90° - \frac{l}{2}\right] = l\,\mathrm{cotg}\,\frac{l}{2}.$$

Poniendo

$$\frac{l}{2}=x; \qquad d\left(\frac{l}{2}\right)=dx; \qquad \operatorname{cotg}\frac{l}{2}=\operatorname{cotg} x; \qquad l\operatorname{cotg}\frac{l}{2}=l\operatorname{cotg} x.$$

Habrá que diferenciar $l \operatorname{cotg} x$:

$$dl\operatorname{cotg} x=\frac{d\operatorname{cotg} x}{\operatorname{cotg} x}=-\frac{\frac{dx}{\operatorname{sen}^2 x}}{\operatorname{cotg} x}=-\frac{dx}{\operatorname{sen}^2 x \operatorname{cotg} x}$$

$$=-\frac{dx}{\operatorname{sen} x \cos x}=-\frac{2dx}{2\operatorname{sen} x\cos x}=-\frac{2dx}{\operatorname{sen} 2x},$$

y substituyendo

$$dl\operatorname{cotg}\frac{l}{2}=d\operatorname{col}_a=-\frac{dl}{\operatorname{sen}\left(\frac{2l}{2}\right)}=-\frac{dl}{\operatorname{sen} l},$$

$$dl_a=\frac{dl}{\cos l}, \tag{g}$$

$$d\operatorname{col}_a=-\frac{\operatorname{sen} l}{dl}. \tag{h}$$

30. Introduciendo estos valores en (e) y (f) respectivamente, y despejando dl resulta :

$$dl=\mathrm{C}\cos l d\,.\,\lambda\,(l) \qquad dl=-\mathrm{C}\operatorname{sen} l d\,.\,\operatorname{co}\lambda\,(l)$$

1° Si $dl=1'$
- Variación de $\lambda\,(l)=\frac{1}{\mathrm{C}\cos l}=\frac{1}{\mathrm{C}}\sec l.$
- Variación de $\operatorname{co}\lambda\,(l)=-\frac{1}{\mathrm{C}\operatorname{sen} l}=-\frac{1}{\mathrm{C}}\operatorname{cosec} l.$

2° Si $d\lambda\,(l)=1$
- Variación de $l=\mathrm{C}\cos l-\frac{\operatorname{var} l}{\mathrm{C}}=\cos l.$
- Var. de $\operatorname{co}\lambda\,(l)=-\frac{dl}{\mathrm{C}\operatorname{sen} l}=-\frac{\mathrm{C}\cos l}{\mathrm{C}\operatorname{sen} l}=-\operatorname{cotg} l.$

3° Si $d\operatorname{co}\lambda\,(l)=1$
- Variación de $l=-\mathrm{C}\operatorname{sen} l.$
- Variación de $\lambda\,(l)=\frac{dl}{\mathrm{C}\cos l}=-\frac{\mathrm{C}\operatorname{sen} l}{\mathrm{C}\cos l}=-\operatorname{tg} l.$

De donde resulta, que, las diferencias sucesivas de las λ multiplicadas por el valor de la constante $C = 7915,87$, dan las *secantes* de los arcos de minuto en minuto (de arco).

Las diferencias sucesivas de las coλ multiplicadas por el mismo coeficiente C, dan las *cosecantes* de los arcos de minuto en minuto.

Por cada unidad de variación en las λ, la variación que sufre el arco, expresada en minutos, dividida por la constante C, da los valores de los cosenos de minuto en minuto.

Por cada variación de un minuto en los arcos, las variaciones que sufren las coλ divididas por las que experimentan las lambdas, dan las *cotangentes* de minuto en minuto.

Por cada variación de una unidad en la coλ, las variaciones que sufre el arco, expresadas en minutos, dividida por la constanқe C, dan los valores de los *senos,* de minuto en minuto.

Y por último, por cada variación de un minuto en los arcos, la alteración que sufre la *lambda* dividida por la que afecta a la colambda, da los valores de las *tangentes* de minuto en minuto.

31. Habiendo observado que con las tablas de logaritmos trigonométricos de cinco decimales, no se obtienen con exactitud las líneas naturales, emplearemos las nuestras con siete cifras de mantisa que las procuran con algo más de exactitud (tres decimales exactas).

Ejemplos. — Hallar la secante de 22°30′ :

$$\lambda(22°30') = 0,1751074$$
$$\lambda(22°31') = 0,1752442$$
$$\Delta\lambda 1' = 0,0001368$$

$$\sec 22°30' = 0,0001368 \,.\, 7915,87$$
$$\text{sec calcul.} = 1,08239\ldots \text{ mayor que la tabular}$$
$$\text{sec nat. tab.} = 1,08236$$
$$\text{Diferencia} = 0,00053$$

2° *Hallar la cosecante de 22°30′ :*

$$\text{co}\lambda(22°30') = 0,7013382$$
$$\text{co}\lambda(22°31') = 0,7010082$$
$$\Delta\,\text{co}\lambda(1') = 0,0003200$$

$$\text{cosec } 22°30' = 0,00033 \,.\, 7915,87$$
$$\text{cosec calcul.} = 2,61224 \text{ menor que la tabular}$$
$$\text{cosec nat. tab.} = 2,61301$$
$$\text{Diferencia} = 0,00077$$

3° *Hallar el coseno de 22°30' :*

$\lambda(22°30') = 0{,}1751074$
$\lambda(22°31') = 0{,}1752442$
$\Delta\lambda(1') = 0{,}0001368$

$$\cos 22°30' = \frac{1}{0{,}0001368} \cdot \frac{1}{7915{,}87}$$

cos calcul. $= 0{,}9234$ menor que el cos tabular
cos nat. tab. $= 0{,}2939$
Diferencia $= 0{,}0005$

4° *Hallar la cotangente de 22°30' :*

$\lambda(22°30') = 0{,}1751074$
$\lambda(22°31') = 0{,}1752442$
$\Delta\lambda(1'(= 0{,}0001368$

$co\lambda(22°30') = 0{,}7013382$
$co\lambda(22°31') = 0{,}7010082$
$\Delta\, c\lambda\,.\,1' = 0{,}0003300$

$$\text{cotg } 22°30' = \frac{\Delta\, c\lambda(1')}{\Delta\lambda(1')} = \frac{3300}{1368} = 2{,}41228$$ menor la calcul. que la cotg nat. tab.

cotg nat. $= 2{,}4142$
Difer. $= 0{,}0020$

5° *Hallar el seno de 22°30' :*

$co\lambda\ 22°30' = 0{,}7013382$
$co\lambda\ 22°31' = 0{,}7010082$
$\Delta\, c\lambda(1') = 0{,}0003300$

$$\text{sen } 22°30' = \frac{1}{0{,}00033\,.\,791587}$$

sen calcul. $= 0{,}3828...$ mayor que el seno tabular
sen nat. tab. $= 0{,}3827...$

6° *Hallar la tangente de 22°30' :*

$$\frac{\Delta\lambda\,1'}{\Delta\, c\lambda\,1'} = \frac{1368}{3300} = 0{,}414545 =$$ tg calculada, mayor que la tg natural tabulada.

tg nat. tab. $= 0{,}4142$
Diferencia $= 0{,}0003$

Ejemplo nuevo. — 7° *Hallar la secante de 82°36′ :*

$$\begin{aligned}
\lambda\,(82°36') &= 1{,}1893166\\
\lambda\,(82°36') &= 1{,}1902986\\
\Delta\lambda 1' &= 0{,}0009820
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{sec } 82°36' &= 0{,}000982 \,.\, 7915{,}87\\
\text{sec calcul.} &= 7{,}7734\\
\text{sec nat. tab.} &= 7{,}7639\\
\text{Diferencia} &= 0{,}0095
\end{aligned}$$

8° *Hallar la cosecante de 82°36′ :*

$$\begin{aligned}
\text{co}\lambda\,(82°36') &= 0{,}0562476\\
\text{co}\lambda\,(82°37') &= 0{,}0561202\\
\Delta\,\text{co}\lambda\, 1' &= 0{,}0001274
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{cosec } 82°36' &= 0{,}0001274 \,.\, 7915{,}87\\
\text{cosec calcul.} &= 1{,}00848\\
\text{cosec nat. tab.} &= 1{,}00848\\
\text{Diferencia} &= 0{,}000
\end{aligned}$$

9° *Hallar el coseno de 82°36′ :*

$$\begin{aligned}
\lambda\,(82°36') &= 1{,}1893166\\
\lambda\,(82°37') &= 1{,}1902986\\
\Delta\lambda 1' &= 0{,}0009820
\end{aligned}$$

$$\text{cos } 82°36' = \frac{1}{0{,}000982 \,.\, 7915{,}87}$$

$$\begin{aligned}
\text{eos calcul.} &= 0{,}1286 \text{ menor que el cos natural tabular}\\
\text{cos nat. tab.} &= 0{,}1288\\
\text{Diferencia} &= 0{,}0002
\end{aligned}$$

10° *Hallar la cotangente de 82°36′ :*

$$\text{cotg} = \frac{\Delta\,\text{co}\lambda\, 1'}{\Delta\lambda 1'} = \frac{1274}{9820} = 0{,}1297\ldots \text{ cotg nat. tab.} = 0{,}1299.$$

Diferencia 0,0002 cotg nat. > cotg calcul.

11° *Hallar el seno de 82°36′ :*

$$\text{co}\lambda\,(82°36') - \text{co}\lambda\,(82°37') = \Delta\,\text{co}\lambda\, 1' = 0{,}0001274$$

$$\text{sen } 82°36 = \frac{1}{0{,}0001274} \cdot \frac{1}{7915{,}87} = \frac{1}{1{,}00848} =$$

seno calculado = 0,9915. seno nat. = 0,9917.

Diferencia = 0,0002 seno calcul. mayor que seno nat. tab.

12° *Hallar la tangente de 82°36′ :*

$$\text{tg} = \frac{\Delta\lambda(1')}{\Delta\, \text{co}\lambda\,(1')} = \frac{9820}{1274} = 7{,}7088... \text{ tg calculada; tg nat. tab.} = 7{,}6996.$$

Diferencia = 0,0092 tg calcul. > nat. tab.

Del examen de los ejemplos precedentes se deduce que : *a)* los *senos* y las *cosecantes* calculadas, casi coinciden con las mismas funciones dadas por las tablas; *b)* que los *cosenos* y las *secantes* se diferencian un poco más de las respectivas funciones naturales tabuladas; *c)* y que las *cotangentes* y *tangentes* tienen alguna mayor diferencia, siendo de más consideración en las *tangentes.* En general, para todas las funciones pueden obtenerse tres decimales exactas.

32. Hemos tratado de inquirir si el procedimiento podría convertirse en un método cómodo para el cálculo trigonométrico de las funciones naturales, y al propio tiempo de si podrían obtenerse con mayor aproximación decimal.

Como en las fórmulas deducidas intervienen las *diferenciales,* y al calcular las convertimos en *diferencias,* creemos que en esto hay un germen de error, que hemos tratado de reducir, disminuyendo la *unidad de arco.* Como nuestras tablas de *pseudolambdas* y *pseudocolambdas* (1), los dan de 20 en 20 segundos, hemos tomado por unidad este período igual al tercio del minuto, y con objeto de ofrecer ejemplos de diferentes tamaños de arcos, hemos calculado las funciones goniométricas de 3°48′. Para ello, era obvio que el radio en minutos, debería expresarse en tercios de minuto, y así ese factor de la constante total no será ya 3437,7 (radio en minutos), sino 3437,7 . 3 = 10313,1, cuyo valor multiplicado por $\frac{1}{\log e} = 2{,}302548$ da C = 23746,407.

He aquí el cálculo resumido de las funciones de ese arco.

(1) Ni nuestras primeras tablas, ni las de Barreda son en realidad de *lambdas* y *colambdas,* puesto que no se ha considerado la *constante;* sino en puridad de *logaritmos tangentes* y *cotangentes,* dispuestos de un nuevo modo. Pero eso no impide el que puedan ser utilizadas en toda especie de cálculos, sin menoscabo alguno para la exactitud; sobre todo después de la mejora que intentamos introducir en ellas, reduciendo la variación del arco a 10 o quizá a 5 segundos y calculando las partes proporcionales. Debiéramos pues llamarlas tablas de *pseudolambdas* y *pseudocolambdas.*

1° *Hallar la secante de 3°48′ :*

$\lambda\,(3°48') = 0{,}0288246$

$\lambda\,(3°48'20'') = 0{,}0288668$

$\Delta\lambda\,(20'') = 0{,}0000422$

sec 3°48′ = 0,0000422 . 23746,407

sec calcul. = 1,002098 sec calcul. menor que sec nat.

sec nat. tab. = 1,002204

Diferencia = 0,000106

2° *Hallar la cosecante de 3°48′ :*

$\text{co}\lambda\; 3°48' = 1{,}4792098$

$\text{co}\lambda\; 3°48'20'' = 1{,}4785749$

$\lambda\; \text{co}\lambda\,(20) = 0{,}0006349$

cosec 3°48′ = 0,0006349

cosec calcul. = 15,0766 cosec calcul. menor que la nat.

cosec nat. = 15,0829

Diferencia = 0,0063

3° *Hallar el eoseno de 3°48′ :*

$\Delta\lambda\,(20'') = 0{,}0000422$

$$\cos 3°48' = \frac{1}{0{,}0000422 \;.\; 23746{,}407}$$

cos calcul. = 0,9970 cos calcul. > cos nat. tab.

cos tab. = 0,9978

Diferencia = 0,0001

4° *Hallar la cotangente de 3°48′ :*

$$\text{cotg}\; 3°48' = \frac{\Delta\;\text{co}\lambda\; 20''}{\Delta\lambda\; 20''} = \frac{6349}{422} = 15{,}045 \text{ calcul.};$$

nat. = 15,056

cotg calcul. < cotg nat. tab.

Diferencia de ambas cotg = 0,011.

5° *Hallar el seno de 3°48′ :*

$\Delta\;\text{co}\lambda\,(20'') = 0{,}0006349$

$$\text{sen}\; 3°48' = \frac{1}{0{,}0006349 \;.\; 23746{,}407}$$

sen 3°48′ = 0,0663 = sen calcul.

sen nat. tab. = 0,0663 — iguales.

6° *Hallar la tangente de 3°48′ :*

$$\operatorname{tg} 3°48' = \frac{\Delta\lambda\,(20'')}{\Delta\, c\lambda\,(20'')} = \frac{422}{6349} = 0{,}06646 \ \text{tg nat. tab.} = 0{,}0664.$$

En estos ejemplos se advierte que todas las funciones coinciden con las naturales sensiblemente, con excepción de la cosecante y de la cotangente de las que no podemos contar más que con sus dos cifras enteras y con la primera decimal. Esta anomalía bastante curiosa debe consistir en la gran variación que experimentan ambas funciones tratándose de arcos pequeños; lo que nos advierte de que debemos tomar como unidad el segundo de arco y calcular las tablas de *mercatoriales* de segundo en segundo para los cinco primeros y últimos grados del cuadrante a semejanza de lo hecho para las tablas usuales.

Pero el cálculo de las *líneas naturales* podemos verificarlo más cómodamente por la anterior aplicación, pues habiendo visto que podemos calcular con gran exactitud los logaritmos de las funciones circulares, fácil será de tales logaritmos pasar a los números correspondientes o sea a las genuinas funciones goniométricas.

C. — APLICACIONES A LA TRIGONOMETRÍA ESFÉRICA

34. En un estudio que vió la luz pública en la *Revista del Centro Estudiantes de Ingeniería*, de Buenos Aires, en 1921, se hizo aplicación de los *mercatoriales* a la resolución de los *seis casos* de los triángulos esféricos oblicuángulos.

El método fué contraloreado por los procedimientos de uso corriente, y se demostró que no era inferior a ellos. Por el contrario, en algunos casos los avéntaja, pues permite obtener los resultados más brevemente. Más como toda obra humana, ésta tiene defectos; siendo uno de los principales el de exigir una diversidad de fórmulas. Con todo, éstas son fáciles de deducir y de referir a ciertos tipos que sirven para auxiliar la memoria.

El procedimiento se apoya en transformaciones de las fórmulas de Neper que dan las incógnitas en función de la tangente o cotangente, en tanto que los datos se combinan también con el auxilio de las mismas líneas. Como la tangente y cotangente son las funciones más

apropiadas para las determinaciones numéricas y el método mercatorial no emplea otras, dedúcese que debe proporcionar una gran exactitud a los resultados.

Aunque para la mejor comprensión de lo que va a seguir, sería conveniente hacer preceder esa aplicación a la trigonometría esférica, la extensión del presente trabajo nos impide tratar de ese asunto; más si fuera del agrado de los lectores podremos ofrecerles esa nueva *disquisición trigonométrica,* si la *Sociedad Científica Argentina* nos abre las columnas de sus reputados *Anales.*

V

Aplicación de los mercatoriales a la resolución de los problemas del triángulo de posición

35. El profesor Guyou de la Escuela naval francesa se ocupó principalmente de idear un procedimiento de resolución de los problemas náuticos que le condujeran a determinar la posición o *situación* de la nave en cualquier momento, mediante observaciones astronómicas en el mar. Las bases en que apoya su método, son el conocimiento del *horario,* del *azimut* y de la *altura* de los astros, especialmente del Sol; elementos que unidos a la teoría de los *círculos* y *rectas de altura* permiten trazar en la *carta marina* el *punto* de la nave.

Uno pues de los problemas fundamentales es la determinación simultánea del *horario* y del *azimut* mediante la observación con el *sextante* (en el mar) de la *altura* de un astro. Llegó así a la obtención de varias fórmulas [1] cada una de las cuales es aplicable según los va-

[1] d es la declinación, z es la distancia zenital.
$co\lambda\,(\alpha)$ y $co\lambda\,(\beta)$ son las correspondientes de

$$\lambda\,(\alpha) = (l) - \lambda\,(d - z)\,; \qquad \lambda\,(\beta) = \lambda\,(d + z) - \lambda\,(l).$$

1° Cuando $d + z < 90°$, las fórmulas que corresponden son :

$$co\lambda\,(H) = \frac{1}{2}\,[co\lambda\,(\alpha) + co\lambda\,(\beta)] \qquad co\lambda\,(Z) = \frac{1}{2}\,[co\lambda\,(\alpha) - co\lambda\,(\beta)].$$

2° Cuando $d + z > 90°$:

$$co\lambda\,(H) = \frac{1}{2}\,[co\lambda\,(\alpha) - co\lambda\,(\beta)] \qquad co\lambda\,(Z) = \frac{1}{2}\,[co\lambda\,(\alpha) + co\lambda\,(\beta)].$$

lores relativos de los datos que intervienen en la cuestión a resolver.

Barreda, profesor de la Escuela naval española, se aplicó a buscar los fundamentos matemáticos en que se apoyara Guyou, pues nos escribió diciéndonos que no los había encontrado en las *tablas de poche*. Estudió a seguida otros problemas y les dió solución, unas veces en mercatoriales puramente, y otras con ellos y las líneas de uso corriente.

Nosotros, a nuestra vez, hemos modificado procedimientos de uno y otro, y esas modificaciones serán el asunto principal de lo que vamos a exponer.

A. — TEÓRICA Y SOLUCIÓN DEL AUTOR DE ESTE TRABAJO PARA EL PROBLEMA DEL CÁLCULO SIMULTÁNEO DEL HORARIO Y DEL AZIMUT.

36. Recordando que los elementos verdaderos del triángulo de posición PAZ son : la *distancia polar* $\Delta = 90° \mp d$, la *colatitud* $c = 90° - l$ y la *distancia zenital* $z = 90° - a$ (en general), como lados; y Z *azimut*, A, *ángulo paraláctico* y P = H, *horario*, como ángulos respectivamente opuestos, la fórmula fundamental de la trigonometría esférica suministra las expresiones siguientes para z y Δ [1] :

3° Cuando $d - z > 90°$:

$$\text{co}\lambda\,(\text{H}) = \frac{1}{2}[\text{co}\lambda\,(\beta) - \text{co}\lambda\,(\alpha)] \qquad \text{co}\lambda\,(\text{Z}) = -\frac{1}{2}[\text{co}\lambda\,(\beta) + \text{co}\lambda\,(\alpha)].$$

4° Cuando $d + z = 90°$:

$$\text{co}\lambda\,(\text{H}) = \text{co}\lambda\,(\text{Z}) = \frac{1}{2}\,\text{co}\lambda\,(\alpha).$$

5° Cuando $d - z = 90°$:

$$\text{co}\lambda\,(\text{H}) = -\,\text{co}\lambda\,(\text{Z}) = \frac{1}{2}\,\text{co}\lambda\,(\beta).$$

Tales son las fórmulas que inserta Barreda, que son sin duda las obtenidas por Guyou. En ellas H es el ángulo *horario* y Z el *azimut* contado desde el polo norte o sur del hemisferio del observador. He observado que $\lambda\,(\beta)$ es en algunos casos :

$$\lambda\,(\beta) = \lambda\,[180° - (d + z)] - \lambda\,(l).$$

[1] $$\cos z = \cos\Delta \cos c + \operatorname{sen}\Delta \operatorname{sen} c \cos \text{H} \qquad (1)$$

$$\cos \text{H} = \frac{\cos z - \cos\Delta\cos c}{\operatorname{sen}\Delta \operatorname{sen} c}; \qquad 1 - \cos\text{H} = 1 - \frac{\cos z - \cos\Delta\cos c}{\operatorname{sen}\Delta\operatorname{sen} c}; \qquad (2)$$

$$\cos z = \cos \Delta \cos c + \operatorname{sen} \Delta \operatorname{sen} c \cos H$$

$$\cos \Delta = \cos c \cos z + \operatorname{sen} c \operatorname{sen} z \cos Z.$$

Si en cada una de éstas practicamos transformaciones conocidas

$$1 - \cos H = 2 \operatorname{sen}^2 \frac{H}{2} = \frac{\operatorname{sen}\Delta \operatorname{sen} c + \cos \Delta \cos c - \cos z}{\operatorname{sen} \Delta \operatorname{sen} c} = \frac{\cos (\Delta - c) - \cos z}{\operatorname{sen} \Delta \operatorname{sen} c}$$

$$2 \operatorname{sen}^2 \frac{H}{2} = \frac{2 \operatorname{sen} \frac{1}{2} [\Delta - c + z] \operatorname{sen} \frac{1}{2} [z + c - \Delta]}{\operatorname{sen} \Delta \operatorname{sen} c},$$

y poniendo

$$\Delta + z + c = S,$$

se tiene :

$$\begin{array}{r} \Delta + c + z = S \\ 2c = 2c \\ \hline \Delta + z - c = S - 2c \end{array}$$

$$\frac{1}{2} [\Delta + z - c] = \frac{S}{2} - c.$$

Por analogía :

$$\frac{1}{2} [z + c - \Delta] = \frac{S}{2} - \Delta$$

$\therefore$

$$\operatorname{sen}^2 \frac{H}{2} = \frac{\operatorname{sen} \left(\frac{S}{2} - c\right) \operatorname{sen} \left(\frac{S}{2} - \Delta\right)}{\operatorname{sen} \Delta \operatorname{sen} c}. \qquad (a)$$

Añadiendo la unidad a ambos miembros de la (1), viene :

$$1 + \cos H = 2 \cos^2 \frac{H}{2} = \frac{\cos z + \operatorname{sen} \Delta \operatorname{sen} c - \cos \Delta \cos c}{\operatorname{sen} \Delta \operatorname{sen} c} = \frac{\cos z - \cos (\Delta + c)}{\operatorname{sen} \Delta \operatorname{sen} c}$$

$$2 \cos^2 \frac{H}{2} = \frac{2 \operatorname{sen} \frac{1}{2} [z + \Delta + c] \operatorname{sen} \frac{1}{2} [\Delta + c - z]}{\operatorname{sen} \Delta \operatorname{sen} c}; \quad \cos^2 \frac{H}{2} = \frac{\operatorname{sen} \frac{S}{2} \operatorname{sen} \left(\frac{S}{2} - z\right)}{\operatorname{sen} \Delta \operatorname{sen} c}. \qquad (b)$$

Dividiendo (a) por (b) se tiene :

$$\operatorname{tg}^2 \frac{H}{2} = \frac{\operatorname{sen} \left(\frac{S}{2} - c\right) \operatorname{sen} \left(\frac{S}{2} - \Delta\right)}{\operatorname{sen} \frac{S}{2} \operatorname{sen} \left(\frac{S}{2} - z\right)},$$

y por analogía :

$$\operatorname{tg}^2 \frac{Z}{2} = \frac{\operatorname{sen} \left[\frac{S}{2} - c\right] \operatorname{sen} \left[\frac{S}{2} - z\right]}{\operatorname{sen} \frac{S}{2} \operatorname{sen} \left[\frac{S}{2} - \Delta\right]},$$

que son las fórmulas (A) y (B).

para expresar $\frac{H}{2}$ y $\frac{Z}{2}$ en términos del seno, coseno y tangente del respectivo semi-ángulo se llega a las dos relaciones :

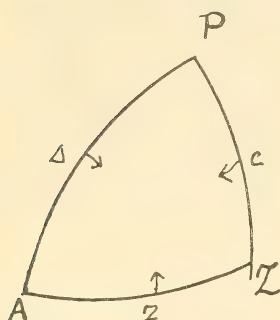


Figura 3

$$\text{tg}^2 \frac{H}{2} = \frac{\text{sen}\left(\frac{S}{2} - c\right) \text{sen}\left(\frac{S}{2} - \Delta\right)}{\text{sen}\,\frac{S}{2}\,\text{sen}\left(\frac{S}{2} - z\right)} \qquad \text{(A)}$$

$$\text{tg}^2 \frac{Z}{2} = \frac{\text{sen}\left(\frac{S}{2} - z\right) \text{sen}\left(\frac{S}{2} - c\right)}{\text{sen}\,\frac{S}{2}\,\text{sen}\left(\frac{S}{2} - \Delta\right)} \qquad \text{(B)}$$

en que $S = \Delta + c + z$.

Combinando estas dos fórmulas por vía de producto y simplificando, se obtiene :

$$\text{tg}^2 \frac{H}{2} \cdot \text{tg}^2 \frac{Z}{2} = \frac{\text{sen}^2\left(\frac{S}{2} - c\right)}{\text{sen}^2 \frac{S}{2}} = \frac{\text{sen}^2\left[\frac{\Delta + z}{2} - \frac{c}{2}\right]}{\text{sen}^2\left[\frac{\Delta + z}{2} + \frac{c}{2}\right]}. \qquad \text{(C)}$$

Podríamos ahora continuar transformando el segundo miembro de ésta, y tratar luego de tomar mercatoriales, pero sería fácil que las expresiones a que así llegáramos, fueran erróneas en realidad, aun teniendo la apariencia de legítimas. Para evitar ese escollo procederemos de este otro modo :

Extrayendo la raíz cuadrada de los dos miembros de la (C) se obtiene algebráicamente :

$$\text{tg} \frac{H}{2} \cdot \text{tg} \frac{Z}{2} = \pm \frac{\text{sen}\left(\frac{S}{2} - c\right)}{\text{sen}\,\frac{S}{2}} = \pm \frac{\text{sen}\left[\frac{\Delta + z}{2} - \frac{c}{2}\right]}{\text{sen}\left[\frac{\Delta + z}{2} + \frac{c}{2}\right]}. \qquad \text{(D)}$$

Desde luego estaríamos autorizados para tomar logaritmos ordinarios en ambos miembros, si consideramos el valor absoluto del segundo, porque la relación de sus senos tiene lugar entre senos de arcos positivos y menores que 180°, puesto que $\Delta + z + c < 360°$ (por una propiedad del triángulo esférico general) y por tanto $\frac{\Delta + z}{2} + \frac{c}{2}$,

y con mayor razón $\frac{\Delta + z}{2} - \frac{c}{2}$, son arcos menores de 180°. Más operando así, sin ulterior transformación del segundo miembro, no llegaríamos para ambos a su expresión mercatorial, ni por consiguiente a la consecución de la ventaja de cálculo que deseamos. Dividamos por lo pronto la ecuación (D) en las dos siguientes (E) y (E′).

$$\operatorname{tg}\frac{H}{2}\operatorname{tg}\frac{Z}{2} = \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{S}{2} - c\right)}{\operatorname{sen}\frac{S}{2}} = \frac{\operatorname{sen}\left[\frac{\Delta + z}{2} - \frac{c}{2}\right]}{\operatorname{sen}\left[\frac{\Delta + z}{2} + \frac{c}{2}\right]}$$

$$= \frac{\operatorname{sen}\frac{\Delta + z}{2}\cos\frac{c}{2} - \cos\frac{\Delta + z}{2}\operatorname{sen}\frac{c}{2}}{\operatorname{sen}\frac{\Delta + z}{2}\cos\frac{c}{2} + \cos\frac{\Delta + z}{2}\operatorname{sen}\frac{c}{2}} \qquad \text{(E)}$$

$$\operatorname{tg}\frac{H}{2}\operatorname{tg}\frac{Z}{2} = -\frac{\operatorname{sen}\left(\frac{S}{2} - c\right)}{\operatorname{sen}\frac{S}{2}} = -\frac{\operatorname{sen}\left[\frac{\Delta + z}{2} - \frac{c}{2}\right]}{\operatorname{sen}\left[\frac{\Delta + z}{2} + \frac{c}{2}\right]}$$

$$= -\frac{\operatorname{sen}\frac{\Delta + z}{2}.\cos\frac{c}{2} - \cos\frac{\Delta + z}{2}\operatorname{sen}\frac{c}{2}}{\operatorname{sen}\frac{\Delta + z}{2}\cos\frac{c}{2} + \cos\frac{\Delta + z}{2}\operatorname{sen}\frac{c}{2}}. \qquad \text{(E′)}$$

37. Consideremos primeramente la (E) y empecemos por sentar hipótesis. Sea la primera $z > \Delta$, la cual puede tener lugar siendo z y Δ arcos agudos, o z obtuso y Δ agudo, o en fin z y Δ obtusos. Admitamos para mayor sencillez, que siendo $z > \Delta$ es $z = 90° - a$ y $\Delta = 90° - d$, es decir, que z y Δ son arcos agudos.

La (E) se transforma sucesivamente en :

$$\operatorname{tg}\frac{H}{2}\cdot\operatorname{tg}\frac{Z}{2} = \frac{\operatorname{sen}\frac{\Delta + z}{2}\cos\frac{c}{2} - \cos\frac{\Delta + z}{2}\operatorname{sen}\frac{c}{2}}{\operatorname{sen}\frac{\Delta + z}{2}\cos\frac{c}{2} + \frac{\cos(\Delta + z)}{2}\operatorname{sen}\frac{c}{2}}$$

$$= \frac{1 - \operatorname{cotg}\frac{\Delta + z}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2}}{1 + \operatorname{cotg}\frac{\Delta + z}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2}}. \qquad \text{(F)}$$

Esa última expresión podemos identificarla a

$$\frac{1 - \operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}\frac{x}{2}},$$

suponiendo que

$$\operatorname{tg}\frac{x}{2} = \operatorname{cotg}\frac{\Delta + z}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2},$$

y como

$$\operatorname{tg}\left[45^\circ + \frac{x}{2}\right] = \frac{\operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1 - \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg}\frac{x}{2}} = \frac{1 + \operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1 - \operatorname{tg}\frac{x}{2}},$$

resulta evidente que

$$\frac{1 - \operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}\frac{x}{2}} = \frac{1}{\operatorname{tg}\left[45^\circ + \frac{x}{2}\right]} = \operatorname{cotg}\left[45^\circ + \frac{x}{2}\right].$$

Pero la igualdad

$$\operatorname{tg}\frac{H}{2}\operatorname{tg}\frac{Z}{2} = \operatorname{cotg}\left[45^\circ + \frac{x}{2}\right]$$

supone implícitamente que

$$\frac{1 - \operatorname{cotg}\frac{\Delta + z}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2}}{1 + \operatorname{cotg}\frac{\Delta + z}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2}}$$

sea una fracción propia positiva, y esa suposición implícita debe demostrarse, lo que por otra parte es fácil.

En efecto, por una propiedad del triángulo esférico se tiene que

$$\Delta + z > c,$$

por tanto

$$\frac{\Delta + z}{2} > \frac{c}{2},$$

y como

$$\frac{\Delta + z}{2} < 90^\circ,$$

será

$$\operatorname{tg}\frac{\Delta+z}{2} > \operatorname{tg}\frac{c}{2},$$

o porque

$$\operatorname{tg}\frac{\Delta+z}{2}\operatorname{cotg}\frac{\Delta+z}{2} = 1$$

es

$$\operatorname{tg}\frac{\Delta+z}{2} = \frac{1}{\operatorname{cotg}\frac{\Delta+z}{2}},$$

y por tanto,

$$\frac{1}{\operatorname{cotg}\frac{\Delta+z}{2}} > \operatorname{tg}\frac{c}{2},$$

es decir,

$$1 > \operatorname{tg}\frac{c}{2}\operatorname{cotg}\frac{\Delta+z}{2},$$

lo que implica que

$$\frac{1-\operatorname{cotg}\frac{\Delta+z}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2}}{1+\operatorname{cotg}\frac{\Delta+z}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2}},$$

sea una fracción propia positiva, y en tal virtud está bien representada por

$$\operatorname{cotg}\left(45^\circ+\frac{x}{2}\right) = \frac{1-\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1+\operatorname{tg}\frac{x}{2}},$$

en que $\frac{x}{2}$ es un arco menor de 45°.

La igualdad (F) comporta, por tanto, las dos ecuaciones :

$$\operatorname{tg}\frac{H}{2}\cdot\operatorname{tg}\frac{Z}{2} = \operatorname{cotg}\left[45^\circ+\frac{x}{2}\right] \tag{G}$$

$$\operatorname{cotg}\frac{\Delta+z}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2} = \operatorname{tg}\frac{x}{2}, \tag{H}$$

y tomando mercatoriales (12) y (14) :

$$-\operatorname{co}\lambda\,(H) - \operatorname{co}\lambda\,(Z) = -\lambda\,(x) \tag{G'}$$

o

$$\text{co}\lambda\,(\text{H}) + \text{co}\lambda\,(\text{Z}) = \lambda\,(x) \tag{1}$$

$$\text{co}\lambda\,(\Delta + z) - \text{co}\lambda\,(c) = - \text{co}\lambda\,(x) \tag{H'}$$

o

$$\text{co}\lambda\,(c) - \text{co}\lambda\,(\Delta + z) = \text{co}\lambda\,(x). \tag{2}$$

Si quisieramos expresar coλ (x) en función de los elementos de la observación, se tendría :

$$\text{co}\lambda\,(x) = \text{co}\lambda\,[90^\circ - l] - \text{co}\lambda\,[90^\circ - d + 90^\circ - a] =$$

$$= \lambda\,(l) - \text{co}\lambda\,[180^\circ - (d + a)] \tag{2'}$$

$$= \lambda\,(l) + \text{co}\lambda\,(d + a) \qquad [14\text{-}4^a].$$

38. Combinemos ahora las ecuaciones (A) y (B) de partida por vía de cociente y simplifiquemos; se obtendrá si $\text{tg}^2 \frac{\text{H}}{2}$ es el dividendo

$$\text{tg}^2 \frac{\text{H}}{2} : \text{tg}^2 \frac{\text{Z}}{2} = \frac{\text{sen}^2 \left[\frac{\text{S}}{2} - \Delta\right]}{\text{sen}^2 \left[\frac{\text{S}}{2} - z\right]}$$

o (I)

$$\text{tg} \frac{\text{H}}{2} : \text{tg} \frac{\text{Z}}{2} = \pm \frac{\text{sen} \left[\frac{\text{S}}{2} - \Delta\right]}{\text{sen} \left[\frac{\text{S}}{2} - z\right]},$$

y si fuera dividendo $\text{tg}^2 \frac{\text{Z}}{2}$, se tendría, evidentemente :

$$\text{tg}^2 \frac{\text{Z}}{2} : \text{tg}^2 \frac{\text{H}}{2} = \frac{\text{sen}^2 \left[\frac{\text{S}}{2} - z\right]}{\text{sen}^2 \left[\frac{\text{S}}{2} - \Delta\right]}$$

o (J)

$$\text{tg} \frac{\text{Z}}{2} : \text{tg} \frac{\text{H}}{2} = \pm \frac{\text{sen} \left[\frac{\text{S}}{2} - z\right]}{\text{sen} \left[\frac{\text{S}}{2} - \Delta\right]}.$$

La fórmula (I) se escinde en las dos expresiones :

$$\operatorname{tg}\frac{H}{2} : \operatorname{tg}\frac{Z}{2} = \frac{\operatorname{sen}\left[\frac{S}{2} - \Delta\right]}{\operatorname{sen}\left[\frac{S}{2} - z\right]}, \qquad (K)$$

$$\operatorname{tg}\frac{H}{2} : \operatorname{tg}\frac{Z}{2} = -\frac{\operatorname{sen}\left[\frac{S}{2} - \Delta\right]}{\operatorname{sen}\left[\frac{S}{2} - z\right]}, \qquad (K')$$

y la (J) en las dos :

$$\operatorname{tg}\frac{Z}{2} : \operatorname{tg}\frac{H}{2} = \frac{\operatorname{sen}\left[\frac{S}{2} - z\right]}{\operatorname{sen}\left[\frac{S}{2} - \Delta\right]}, \qquad (L)$$

$$\operatorname{tg}\frac{Z}{2} : \operatorname{tg}\frac{H}{2} = -\frac{\operatorname{sen}\left[\frac{S}{2} - z\right]}{\operatorname{sen}\left[\frac{S}{2} - \Delta\right]}. \qquad (L')$$

Consideraremos por ahora las (K) y (L).

La (K) puede escribirse :

$$\operatorname{tg}\frac{H}{2} : \operatorname{tg}\frac{Z}{2} = \frac{\operatorname{sen}\left[\frac{S}{2} - \Delta\right]}{\operatorname{sen}\left[\frac{S}{2} - z\right]} = \frac{\operatorname{sen}\left[\frac{c}{2} + \frac{z - \Delta}{2}\right]}{\operatorname{sen}\left[\frac{c}{2} - \frac{z - \Delta}{2}\right]}.$$

Si referimos el triángulo al polo del hemisferio del observador, y en toda esta teoría lo supondremos así, los arcos del numerador y denominador son positivos y menores que 90°, por ser c siempre menor que 90°, y por tanto l es constantemente positiva, puesto que es complemento de c (colatitud), positiva siempre, y Δ y z son menores que un cuadrante y positivas, según la hipótesis asentada. En tal virtud podemos transformar y tomar logaritmos :

$$\operatorname{tg}\frac{H}{2} = \operatorname{tg}\frac{Z}{2}\,\frac{\operatorname{sen}\left[\frac{c}{2} + \frac{z - \Delta}{2}\right]}{\operatorname{sen}\left[\frac{c}{2} - \frac{z - \Delta}{2}\right]} = \operatorname{tg}\frac{Z}{2}\,\frac{\operatorname{sen}\frac{c}{2}\cos\frac{z - \Delta}{2} + \cos\frac{c}{2}\operatorname{sen}\frac{z - \Delta}{2}}{\operatorname{sen}\frac{c}{2}\cos\frac{z - \Delta}{2} - \cos\frac{c}{2}\operatorname{sen}\frac{z - \Delta}{2}}$$

$$= \operatorname{tg}\frac{Z}{2}\cdot\frac{1+\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{z-\Delta}{2}}{1-\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{z-\Delta}{2}}.$$

Por un procedimiento análogo a otro anterior (37) podría probarse que la fracción que sigue a $\operatorname{tg}\frac{Z}{2}$ es positiva y mayor que la unidad (1). En efecto, en todo triángulo esférico es un lado mayor que la diferencia de los otros dos, luego :

$$e > z-\Delta, \qquad \therefore \qquad \frac{c}{2} > \frac{z-\Delta}{2},$$

y como estas mitades son arcos agudos, como hemos probado, será :

$$\operatorname{tg}\frac{c}{2} > \operatorname{tg}\frac{z-\Delta}{2} \qquad \text{o} \qquad \frac{1}{\operatorname{cotg}\frac{c}{2}} > \operatorname{tg}\frac{z-\Delta}{2},$$

$\therefore$

$$1 > \operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{z-\Delta}{2};$$

luego el denominador del quebrado referido es positivo y menor que la unidad, mientras que el numerador excede a ésta en cuanto valga

$$\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{z-\Delta}{2}.$$

Dicho quebrado podrá representarse por $\operatorname{tg}\left[45^\circ+\frac{y}{2}\right]$ en que el arco $\frac{y}{2}$ debe ser menor que 45°.

Tenemos pues :

$$\operatorname{tg}\frac{H}{2} = \operatorname{tg}\frac{Z}{2}\,\frac{1+\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{z-\Delta}{2}}{1-\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{z-\Delta}{2}} =$$

$$= \operatorname{tg}\frac{Z}{2}\cdot\frac{1+\operatorname{tg}\frac{y}{2}}{1-\operatorname{tg}\frac{y}{2}} = \operatorname{tg}\frac{Z}{2}\operatorname{tg}\left[45^\circ+\frac{y}{2}\right], \qquad \text{(M)}$$

cuya igualdad implica las dos ecuaciones :

$$\operatorname{tg}\frac{H}{2} = \operatorname{tg}\frac{Z}{2}\operatorname{tg}\left[45^\circ + \frac{y}{2}\right], \qquad \text{(N)}$$

$$\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{z-\Delta}{2} = \operatorname{tg}\frac{y}{2}, \qquad \text{(O)}$$

y en mercatoriales,

$$\lambda(y) = \text{co}\lambda(Z) - \text{co}\lambda(H) \qquad (3)$$

$$\text{co}\lambda(y) = \text{co}\lambda(z-\Delta) - \text{co}\lambda(c) \qquad (4)$$

o en función de los elementos de la observación y de d, dada por las efemérides astronómicas,

$$\text{co}\lambda(y) = \text{co}\lambda[90^\circ - a - 90^\circ + d] - \text{co}\lambda(90^\circ - l) =$$
$$= \text{co}\lambda(d-a) - \lambda(l) \qquad (4')$$

Parece pues, que de las fórmulas (1), (2), (3) y (4) puede deducirse la resolución del problema en el caso considerado; más antes de afirmarlo convendrá examinar si la (L) conduce a idénticas o distintas expresiones que la (K), única forma de cociente hasta ahora considerada.

39. Veamos pues, la (L) que escribiremos sucesivamente así :

$$\operatorname{tg}\frac{Z}{2} : \operatorname{tg}\frac{H}{2} = \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{S}{2} - z\right)}{\operatorname{sen}\left(\frac{S}{2} - \Delta\right)} = \frac{\operatorname{sen}\left[\frac{c}{2} - \frac{z-\Delta}{2}\right]}{\operatorname{sen}\left[\frac{c}{2} + \frac{z-\Delta}{2}\right]} =$$

$$= \frac{\operatorname{sen}\frac{c}{2}\cos\frac{z-\Delta}{2} - \cos\frac{c}{2}\operatorname{sen}\frac{z-\Delta}{2}}{\operatorname{sen}\frac{c}{2}\cos\frac{z-\Delta}{2} + \cos\frac{c}{2}\operatorname{sen}\frac{z-\Delta}{2}} = \frac{1 - \operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{z-\Delta}{2}}{1 + \operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{z-\Delta}{2}} \qquad \text{(P)}$$

$$= \frac{1 - \operatorname{tg}\frac{y}{2}}{1 + \operatorname{tg}\frac{y}{2}} = \operatorname{cotg}\left[45^\circ + \frac{y}{2}\right] = \frac{1}{\operatorname{tg}\left[45^\circ + \frac{y}{2}\right]}.$$

Como anteriormente, podría probarse que $\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{z-\Delta}{2}$ es una

cantidad positiva menor que la unidad, y así el segundo miembro es una fracción positiva pura, que estará bien representada por la cotg $\left[45° + \frac{y}{2}\right]$ en que $\frac{y}{2}$ es un arco menor de 45°. Se tiene :

$$\operatorname{tg}\frac{Z}{2} = \operatorname{tg}\frac{H}{2}\operatorname{cotg}\left[45° + \frac{y}{2}\right], \qquad (Q)$$

$$\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{z - \Delta}{2} = \operatorname{tg}\frac{y}{2}, \qquad (R)$$

y en mercatoriales,

$$- \operatorname{co\lambda}(Z) = - \operatorname{co\lambda}(H) - \lambda(y)$$

o (5)

$$\lambda(y) = - \operatorname{co\lambda}(H) + \operatorname{co\lambda}(Z)$$

$$\operatorname{co\lambda}(c) - \operatorname{co\lambda}(z - \Delta) = - \operatorname{co\lambda}(y)$$

o (6)

$$\operatorname{co\lambda}(y) = \operatorname{co\lambda}(z - \Delta) - \operatorname{co\lambda}(c)$$

$$\operatorname{co\lambda}(y) = \operatorname{co\lambda}[(90° - a) - (90° - d)] - \operatorname{co\lambda}(90° - l) =$$
$$= \operatorname{co\lambda}(d - a)\,\lambda(l). \qquad (6')$$

40. Comparando las expresiones (5) y (6) con las (2) y (4) las hallamos respectivamente idénticas, y como las (1) y (2) son comunes a ambos casos, la solución ofrecida por el producto y uno de los cocientes debe ser la misma que se obtenga del producto común y del otro cociente. Estamos, por tanto, autorizados para admitir la solución correspondiente al caso de $z > \Delta$, siendo z y Δ arcos agudos y positivos.

$$z > \Delta; \qquad 90° - a > 90° - d; \qquad a < d \quad \text{o} \quad d > a \qquad (I)$$

$$\operatorname{co\lambda}(x) = \lambda(l) - \operatorname{co\lambda}(\Delta + z); \qquad (1)$$

$$\operatorname{co\lambda}(x) = \lambda(l) + \operatorname{co\lambda}(d + a); \qquad (1')$$

$$\operatorname{co\lambda}(y) = \operatorname{co\lambda}(z - \Delta) - \lambda(l); \qquad (2)$$

$$\operatorname{co\lambda}(y) = \operatorname{co\lambda}(d - a) - \lambda(l); \qquad (2')$$

$$\lambda(x) = \operatorname{co\lambda}(H) + \operatorname{co\lambda}(Z); \qquad (3)$$

$$\lambda(y) = - \operatorname{co\lambda}(H) + \operatorname{co\lambda}(Z); \qquad (4)$$

y de éstas (3) y (4) :

$$\mathrm{co}\lambda\,(Z) = \frac{1}{2}[\lambda\,(x) + \lambda\,(y)]; \tag{5}$$

$$\mathrm{co}\lambda\,(H) = \frac{1}{2}[\lambda\,(x) - \lambda\,(y)]. \tag{6}$$

41. Examinemos ahora el caso en que siendo $z > \Delta$, es $z = 90° + a$ y $\Delta = 90° - d$. Por lo común z es menor que 90°, puesto que el astro para ser observado debe estar sobre el horizonte del observador; pero esta circunstancia puede ocurrir teniendo el astro una pequeña altura aparente, la que una vez corregida se convierte en *depresión* o altura negativa; en tal caso el valor absoluto de la altura es de unos pocos minutos, y por consiguiente, la distancia zenital z es poco mayor de 90°. Claro está que ocurriendo esto, la suma de z y Δ, $z + \Delta$ no llega a 180°. La fórmula del producto en tal circunstancia subsiste con los caracteres examinados en el caso anterior, y por tanto, no cambian tampoco sus expresiones mercatoriales. Este aserto es verdadero, suponiendo que se trate de los lados Δ y z del triángulo, más si se introdujeran sus complementos d y a se experimentaría un pequeño cambio que por otra parte puede preverse aplicando el principio cartesiano.

Tomemos las fórmulas directas que corresponden

$$\mathrm{co}\lambda\,(x) = \mathrm{co}\lambda\,(c) - \mathrm{co}\lambda\,(\Delta + z)$$

y substituyamos por

$$c = 90° - l, \qquad \Delta = 90° - d \qquad \text{y} \qquad z = 90° + a,$$

se tendrá :

$$\mathrm{co}\lambda\,(x) = \mathrm{co}\lambda\,(90° - l) - \mathrm{co}\lambda\,(90° - d + 90° + a) =$$
$$= \lambda\,(l) - \mathrm{co}\lambda\,(180° - d + a).$$

Habiendo supuesto que $z + \Delta < 180°$ o sea $90° + a + 90° - d < 180°$, la existencia de esa desigualdad implica que $a - d < 0$ o $a < d$ en valor absoluto, o bien $d > a$. Siendo, pues, el término substractivo del paréntesis mayor que a, podemos escribir :

$$\mathrm{co}\lambda\,(x) = \lambda\,(l) - \mathrm{co}\lambda\,[180° - (d - a)] = \lambda\,(l) + \mathrm{co}\lambda\,(d - a) \qquad [14\text{-}4^{a}].$$

42. La fórmula del cociente subsiste también, y no cambian los mercatoriales que afectan a los lados del triángulo; pero sufren la misma alteración lo que se refieren al elemento a, altura.

En efecto, la fórmula del cociente en que $\operatorname{tg}\frac{Z}{2}$ era minuendo, en el caso anterior (40), no puede cambiar, porque $\operatorname{cotg}\frac{c}{2}$ sigue siendo la cotangente de un arco agudo; $\operatorname{tg}\frac{z-\Delta}{2}$ es así mismo la tangente de otro arco que es necesariamente menor que 90°, puesto que $z > \Delta$, y z excede en unos pocos minutos, que no llegan a un grado, a 90°; o en símbolos :

$$z - \Delta = (90^\circ + a) - (90^\circ - d) = a + d,$$

y por tanto,

$$\frac{z - \Delta}{2} = \frac{a + d}{2}.$$

Ahora bien, a es un arco muy pequeño por hipótesis y d no llega a 90°, luego $\frac{a+d}{2}$ no puede, con mayor razón, alcanzar el valor de un cuadrante. Luego el mercatorial

$$\operatorname{co}\lambda\,(y) = \operatorname{co}\lambda\,(z - \Delta) - \operatorname{co}\lambda\,(c),$$

conviene al caso que se está analizando. Pero en términos de los elementos de la observación, será :

$$\operatorname{co}\lambda\,(y) = \operatorname{co}\lambda\,(90^\circ + a - 90^\circ + d) - \operatorname{co}\lambda\,(90^\circ - l) = \operatorname{co}\lambda\,(a + d) - \lambda\,(l).$$

Si se comparan las fórmulas de $\operatorname{co}\lambda\,(x)$ y $\operatorname{co}\lambda\,(y)$ que acabamos de hallar con las respectivas del caso (I), se advertirá que todo es idéntico, a excepción del signo de a, que es opuesto. Y en efecto, así debe ocurrir, puesto que en el caso que estamos considerando, a no es positiva, sino negativa, luego según el principio cartesiano, debemos cambiar el signo de ese elemento al pasar de las fórmulas (I), a las últimas investigadas.

Luego los mercatoriales correspondientes al caso de ser :

$$z = 90^\circ + a, \qquad \Delta = 90^\circ - d, \qquad z + \Delta < 180^\circ,$$

luego $d > a$ en valor absoluto serán :

$$\text{co}\lambda(x) = \lambda(l) - \text{co}\lambda(\Delta + z) \qquad (1)$$

$$\text{co}\lambda(y) = \text{co}\lambda(z - \Delta) - \lambda(l) \qquad (2)$$

$$\lambda(x) = \text{co}\lambda(\text{H}) + \text{co}\lambda(\text{Z}) \qquad (3)$$

$$\lambda(y) = -\text{co}\lambda(\text{H}) + \text{co}\lambda(\text{Z}) \qquad (4)$$

II

$$\text{co}\lambda(x) = \lambda(l) + \text{co}\lambda(d - a) \qquad (1')$$

$$\text{co}\lambda(y) = \text{co}\lambda(d + a) - \lambda(l) \qquad (2')$$

$$\text{co}\lambda(\text{H}) = \frac{1}{2}[\lambda(x) - \lambda(y)] \qquad (5)$$

$$\text{co}\lambda(\text{Z}) = \frac{1}{2}[\lambda(x) + \lambda(y)] \qquad (6)$$

43. Sea ahora $z > \Delta$, siendo

$$z = 90° + a, \qquad \Delta = 90° + d, \qquad z + \Delta > 180°.$$

Caso que puede ocurrir en astronomía náutica de dos modos, de los que examinaremos ahora el primero; a saber : siendo a el pequeño arco negativo del supuesto anterior, como cuando aparece (o desaparece) el Sol (uno de sus limbos o el centro) en el horizonte aparente.

En tal circunstancia, para que sea $z > \Delta$, y que $z + \Delta$ exceda poco de 180°, el astro debe estar en las cercañias del ecuador y en hemisferio opuesto al del observador.

Examinemos si en este caso sufrirán alguna modificación las fórmulas investigadas.

La fórmula del producto es :

$$\text{tg}\frac{\text{H}}{2}\,\text{tg}\frac{\text{Z}}{2} = \frac{1 - \text{cotg}\dfrac{\Delta + z}{2}\,\text{tg}\dfrac{c}{2}}{1 + \text{cotg}\dfrac{\Delta + z}{2}\,\text{tg}\dfrac{c}{2}}. \qquad (1)$$

¿Será legítimo escribir, como en el primer caso (40)

$$\text{tg}\frac{\text{Z}}{2}\cdot\text{tg}\frac{\text{H}}{2} = \text{cotg}\left[45° + \frac{x}{2}\right] \qquad \text{tg}\frac{x}{2} = \text{cotg}\frac{\Delta + z}{2}\,\text{tg}\frac{c}{2} - ?$$

Para resolver la duda pongamos en vez de Δ y z sus respectivos valores

$$\Delta = 90° + d, \qquad z = 90° + a,$$

y analicemos

$$\operatorname{tg}\frac{H}{2}\operatorname{tg}\frac{Z}{2} = \frac{1 - \operatorname{cotg}\frac{1}{2}\left[90° + d + 90° + a\right]\operatorname{tg}\frac{c}{2}}{1 + \operatorname{cotg}\frac{1}{2}\left[90° + d + 90° + a\right]\operatorname{tg}\frac{c}{2}} =$$

$$= \frac{1 - \operatorname{cotg}\left[90° + \frac{d+a}{2}\right]\operatorname{tg}\frac{c}{2}}{1 + \operatorname{cotg}\left[90° + \frac{d+a}{2}\right]\operatorname{tg}\frac{c}{2}} \qquad (2)$$

$$= \frac{1 - \operatorname{tg}\left[-\frac{d+a}{2}\right]\operatorname{tg}\frac{c}{2}}{1 + \operatorname{tg}\left[-\frac{d+a}{2}\right]\operatorname{tg}\frac{c}{2}} = \frac{1 + \operatorname{tg}\frac{d+a}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2}}{1 - \operatorname{tg}\frac{d+a}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2}}.$$

Ahora bien, d y a son aquí arcos absolutos cuyo valor es pequeño según la hipótesis, pues d debe ser menor que a para que pueda cumplirse la condición $z > \Delta$ que equivale a $90° + a > 90° + d$, y por tanto, a $a > d$; y como a no llega a valor un grado, $\frac{1}{2}(d + a)$ será un arco pequeño y menor que a; luego el numerador de la fracción del último miembro de la (2), fórmula del producto, valdrá más que la unidad. pero no llegará a dos unidades, porqué $\operatorname{tg}\frac{1}{2}(d + a)$ y $\operatorname{tg}\frac{c}{2}$ son tangentes de arcos menores que 45°, y así su producto será menor que la unidad. Este razonamiento prueba también que el denominador de la fracción es positivo y menor que la unidad, luego la fracción es positiva o impropia, valiendo más de 1.

Tal fracción no podemos, por tanto, identificarla con la cotangente $\left[45° + \frac{x}{2}\right]$, significando x un arco agudo. Pero es lícito igualarla a tangente $\left[45° + \frac{x}{2}\right]$ porque esta tangente vale más que la unidad (1).

Pudiéramos también haber llegado a esta conclusión por el examen directo de la (1).

En efecto, siendo $\Delta + z > 180°$, pero excediendo en poco a 180°,

por hipótesis, ya que a y d son arcos pequeños, su mitad $\frac{1}{2}(\Delta + z)$ valdrá poco más de 90°, luego $\cot g \frac{\Delta + z}{2}$ será negativa y como $\operatorname{tg} \frac{c}{2}$ es positiva (pues $c < 90°$), cambiará de signo el producto que sigue a 1 en el numerador de la fracción, resultando así el numerador positivo; esta conclusión implica que en el denominador el término aditivo, se convierta en substractivo, y así el denominador será una diferencia. Resta ver si ese residuo será positivo o negativo. Ya por la (2) sabemos que ha de ser positivo, pero partiendo de la (1) podemos probar ese aserto. La propiedad trigonométrica $\Delta + z > c$ da $\frac{\Delta + z}{2} > \frac{c}{2}$. Ahora bien, $\Delta + z > 180°$, pero $\Delta + z < 3 \cdot 90°$ porque los arcos a y d en que exceden de 90° Δ y z son, por hipótesis, arcos muy pequeños, cuya suma no llega a valer $2a$, luego $\frac{1}{2}(\Delta + z)$ excederá en menos de a a 90°. Siendo, pues, $\frac{1}{2}(\Delta + z) > 90°$, y $\frac{c}{2}$ una cantidad que no alcanza a 45°; la cotg de $\frac{1}{2}(\Delta + z)$ será negativa por pertenecer al segundo cuadrante, mientras que la cotg de $\frac{c}{2}$ será positiva por corresponder al primero, luego es lícito escribir :

$$\operatorname{cotg} \frac{1}{2}(\Delta + z) < \operatorname{cotg} \frac{c}{2} \qquad \text{o} \qquad \operatorname{cotg} \frac{1}{2}(\Delta + z) < \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{c}{2}},$$

y por consiguiente :

$$\operatorname{cotg} \frac{1}{2}(\Delta + z) \operatorname{tg} \frac{c}{2} < 1.$$

Siendo, pues,

$$1 > \operatorname{cotg} \frac{1}{2}(\Delta + z) \operatorname{tg} \frac{c}{2},$$

es claro que la diferencia que expresa en realidad el denominador es positiva como se había previsto.

44. Corresponde ahora analizar las fórmulas de los cocientes, porque habiendo cambiado la hipótesis respecto al caso I, quizá las resultancias de aquellas fórmulas no sean aplicables al caso que discu-

timos. Vimos en (38) que la fórmula (K) relativa al caso de ser $\operatorname{tg}\frac{H}{2}$ el dividendo era :

$$\frac{\operatorname{tg}\frac{H}{2}}{\operatorname{tg}\frac{Z}{2}}=\frac{1+\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{z-\Delta}{2}}{1-\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{z-\Delta}{2}}, \qquad (1)$$

la que igualamos entonces a la $\operatorname{tg}\left[45^\circ+\frac{y}{2}\right]$. ¿Subsistirá la legitimidad de esta igualación?

Recordemos que $\frac{c}{2}$ es siempre un arco agudo menor que 45°, mientras que z y Δ en nuestra nueva hipótesis son arcos tales, que :

$$z=90^\circ+a, \qquad \Delta=90^\circ+d,$$

y que a y d son arcos pequeños. Substituyendo estos valores en la (1), tendremos :

$$\operatorname{tg}\frac{H}{2}=\operatorname{tg}\frac{Z}{2}\cdot\frac{1+\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{[(90^\circ+a)-(90^\circ+d)]}{2}}{1-\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{[(90^\circ+a)-(90^\circ+d)]}{2}}=$$

$$=\operatorname{tg}\frac{Z}{2}\cdot\frac{1+\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{1}{2}(a-d)}{1-\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{1}{2}(a-d)}. \qquad (2)$$

Como para que se realice la hipótesis $z>\Delta$ en que $z=90^\circ+a$, $\Delta=90^\circ+d$, debe ser $a>d$, las diferencias que afectan a las tangentes de los términos de la fracción son positivas, y sus tangentes que corresponden a arcos pequeños lo son también, luego el numerador de la fracción es una suma que excede a 1 en lo que valga

$$\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{1}{2}(a-d).$$

El denominador es una diferencia cuyo signo debemos investigar. Para mayor facilidad consideraremos el denominador de la fracción del segundo miembro de la (1), que es equivalente al mismo término

de la fracción del último miembro de la (2), y aplicaremos un principio de trigonometría esférica que se formula

$$e > z - \Delta, \qquad \text{por tanto} \qquad \frac{c}{2} > \frac{z - \Delta}{2},$$

y como estas mitades son arcos agudos, como ya se ha probado, pues $\frac{c}{2}$ no alcanza a 45° y $\frac{z-\Delta}{2}$ es menor que $\frac{c}{2}$, será lícito poner :

$$\operatorname{tg}\frac{c}{2} > \operatorname{tg}\frac{z-\Delta}{2} \qquad \therefore \qquad \frac{1}{\operatorname{cotg}\frac{c}{2}} > \operatorname{tg}\frac{z-\Delta}{2}$$

o

$$1 > \operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{z-\Delta}{2}. \tag{3}$$

Esta relación (3) da también

$$1 > \operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{1}{2}(90° + a - 90° - d),$$

o sea

$$1 > \operatorname{cotg}\frac{e}{2}\operatorname{tg}\frac{1}{2}(a - d),$$

que da la prueba directa de que el último denominador de la (2) es una diferencia positiva. La fracción considerada es, pues, impropia, y así es legítimo sentar que

$$\operatorname{tg}\frac{H}{2} = \operatorname{tg}\frac{Z}{2}\operatorname{tg}\left[45° + \frac{y}{2}\right], \tag{4}$$

siendo

$$\operatorname{tg}\frac{y}{2} = \operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{z-\Delta}{2}. \tag{5}$$

45. Veamos el otro cociente dado por la (P) (39) :

$$\frac{\operatorname{tg}\frac{Z}{2}}{\operatorname{tg}\frac{H}{2}} = \frac{1 - \operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{z-\Delta}{2}}{1 + \operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{z-\Delta}{2}}. \tag{1}$$

Si se compara con el anterior cociente (44) (1), veremos que es el inverso del primero, luego si éste le hemos igualado a una tangente,

el segundo debemos identificarlo con la cotangente de un arco igual; será, por tanto :

$$\operatorname{tg}\frac{Z}{2}=\operatorname{tg}\frac{H}{2}\cdot\frac{1-\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{z-\Delta}{2}}{1+\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{z-\Delta}{2}}=\operatorname{tg}\frac{H}{2}\operatorname{cotg}\left[45^\circ-\frac{y}{2}\right], \qquad (2)$$

fórmula que podemos convertir en

$$\operatorname{tg}\frac{Z}{2}=\operatorname{tg}\frac{H}{2}\cdot\frac{1-\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{1}{2}(a-d)}{1+\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{1}{2}(a-d)}=\operatorname{tg}\frac{H}{2}\operatorname{cotg}\left[45^\circ+\frac{y}{2}\right]. \qquad (3)$$

Ambas suponen que

$$\operatorname{tg}\frac{y}{2}=\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{z-\Delta}{2}=\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{1}{2}(a-d). \qquad (4)$$

Luego las fórmulas de que debemos tomar mercatoriales son :

$$\operatorname{tg}\frac{H}{2}\cdot\operatorname{tg}\frac{Z}{2}=\frac{1+\operatorname{tg}\frac{d+a}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2}}{1-\operatorname{tg}\frac{d+a}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2}}=\operatorname{tg}\left[45^\circ+\frac{x}{2}\right];$$

$$\operatorname{tg}\frac{d+a}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2}=\operatorname{tg}\frac{x}{2},$$

$$\operatorname{tg}\frac{Z}{2}=\operatorname{tg}\frac{H}{2}\cdot\frac{1-\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{1}{2}(a-d)}{1+\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{1}{2}(a-d)}=\operatorname{tg}\frac{H}{2}\operatorname{cotg}\left[45^\circ+\frac{y}{2}\right];$$

$$\operatorname{tg}\frac{y}{2}=\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{1}{2}(a-d).$$

Empezaremos por las segundas :

$$\operatorname{co}\lambda\,(x)=\operatorname{co}\lambda\,(c)+\operatorname{co}\lambda\,(d+a)=\lambda\,(l)+\operatorname{co}\lambda\,[(\Delta+z)\,180^\circ]$$

$$\operatorname{co}\lambda\,(y)=\operatorname{co}\lambda\,(a-d)-\operatorname{co}\lambda\,(c)=\operatorname{co}\lambda\,(z-\Delta)-\lambda\,(l)$$

$$\lambda\,(x)=-\operatorname{co}\lambda\,(H)-\operatorname{co}\lambda\,(Z);\ \lambda\,(y)=\operatorname{co}\lambda\,(Z)-\operatorname{co}\lambda\,(H).$$

De modo que las fórmulas de este caso III en que $z > \Delta$

$$z = 90° + a. \qquad \Delta = 90° + d, \qquad z + \Delta\ 180°, \qquad a > d,$$

$$\text{III} \left\{ \begin{array}{ll} \mathrm{co}\lambda\,(x) = \lambda\,(l) + \mathrm{co}\lambda\,[(\Delta + z) - 180°]; & \\ & \mathrm{co}\lambda\,(x) = \lambda\,(l) + \mathrm{co}\lambda\,(d + a); \\ \mathrm{co}\lambda\,(y) = \mathrm{co}\lambda\,(z + \Delta) - \lambda\,(l); & \mathrm{co}\lambda\,(y) = \mathrm{co}\lambda\,(a - d) - \lambda\,(l); \\ \lambda\,(x) = -\,\mathrm{co}\lambda\,(\mathrm{H}) - \mathrm{co}\lambda\,(\mathrm{Z}); & \lambda\,(y) = \mathrm{co}\lambda\,(\mathrm{Z}) - \mathrm{co}\lambda\,(\mathrm{H}); \end{array} \right.$$

$$\mathrm{co}\lambda\,(\mathrm{H}) = -\frac{1}{2}[\lambda\,(y) + \lambda\,(x)]; \qquad \mathrm{co}\lambda\,(\mathrm{Z}) = \frac{1}{2}[\lambda\,(y) - \lambda\,(x)].$$

46. Otro modo en que puede ser $z > \Delta$, ocurre tratándose del Sol, cuando se quiere hallar la dirección de los crepúsculos astronómicos o civiles en que al Sol se le considera con una altura negativa de 18° o de 6° respectivamente :

$$z > \Delta, \qquad z = 90° + a, \qquad \Delta = 90° \mp d, \qquad z + \Delta \gtrless 180°.$$

Es fácil ver que en este caso las fórmulas deben ser las mismas que en el anterior. En efecto, la fórmula del producto

$$\mathrm{tg}\,\frac{\mathrm{H}}{2}\,\mathrm{tg}\,\frac{\mathrm{Z}}{2} = \frac{1 - \mathrm{cotg}\,\dfrac{\Delta + z}{2}\,\mathrm{tg}\,\dfrac{c}{2}}{1 + \mathrm{cotg}\,\dfrac{\Delta + z}{2}\,\mathrm{tg}\,\dfrac{c}{2}}$$

se convierte por la introducción la hipótesis en ella en

$$\mathrm{tg}\,\frac{\mathrm{H}}{2}\,\mathrm{tg}\,\frac{\mathrm{Z}}{2} = \frac{1 + \mathrm{tg}\,\dfrac{d + a}{2}\,\mathrm{tg}\,\dfrac{c}{2}}{1 - \mathrm{tg}\,\dfrac{d + a}{2}\,\mathrm{tg}\,\dfrac{c}{2}},$$

en que $\dfrac{d + a}{2}$ es un arco agudo, puesto que ni d, declinación, ni a, altura, llegan a valer 90°; y que $\dfrac{c}{2}$ es menor de 45°, luego habrá que identificarla con la $\mathrm{tg}\left[45° + \dfrac{x}{2}\right]$ en que $x < 90°$.

Producirá, por tanto, las mismas expresiones mercatoriales que en el caso anterior.

Estamos, pues, en el caso III.

47. Como los elementos del triángulo de posición pueden sufrir ciertas alteraciones sin que deje de existir el triángulo, se concibe que podrá ocurrir el caso de que sea Δ mayor que z, $\Delta > z$.

Este hecho puede acontecer de varios modos :

a) Siendo $\Delta = 90° - d$ y $z = 90° - a$; *b)* siendo $\Delta = 90° + d$ y $z = 90° - a$; *c)* y siendo $\Delta = 90° + d$ y $z = 90° + a$.

48. Examinemos el primero de esos casos

$$\Delta = 90° - d, \qquad z = 90° - a, \qquad \Delta > z.$$

La fórmula del producto no debe cambiar en esta circunstancia, puesto que

$$\Delta + z < 180°, \qquad \text{y por ello,} \qquad \frac{1}{2}(\Delta + z) < 90°.$$

En efecto :

$$\operatorname{tg}\frac{H}{2}\cdot\operatorname{tg}\frac{Z}{2} = \frac{1 - \operatorname{cotg}\dfrac{\Delta + z}{2}\operatorname{tg}\dfrac{c}{2}}{1 + \operatorname{cotg}\dfrac{\Delta + z}{2}\operatorname{tg}\dfrac{c}{2}},$$

debe igualarse a $\operatorname{cotg}\left(45° + \frac{x}{2}\right)$, porque $\frac{\Delta + z}{2}$ es un arco menor de $90°$ y $\frac{c}{2}$ es también agudo, luego el numerador será una diferencia; el denominador es evidentemente una suma; resta probar que la diferencia del numerador es positiva; pero eso resulta de la relación trigonométrica; $\Delta + z > c$, que implica ser $\frac{\Delta + z}{2} > \frac{c}{2}$, y por tanto, será :

$$\operatorname{tg}\frac{\Delta + z}{2} > \operatorname{tg}\frac{c}{2} \qquad \text{o} \qquad \frac{1}{\operatorname{cotg}\dfrac{\Delta + z}{2}} > \operatorname{tg}\frac{c}{2},$$

$$\therefore \qquad 1 > \operatorname{cotg}\frac{\Delta + z}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2},$$

luego quedan evidenciadas las igualdades

$$\operatorname{tg}\frac{H}{2}\operatorname{tg}\frac{Z}{2} = \operatorname{cotg}\left[45° + \frac{x}{2}\right] \quad \text{y} \quad \operatorname{tg}\frac{x}{2} = \operatorname{cotg}\frac{\Delta + z}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2}, \quad x < 90°,$$

cuyos mercatoriales serán :

$$\text{co}\lambda\,(\text{H}) + \text{co}\lambda\,(\text{Z}) = \lambda\,(x), \qquad \text{co}\lambda\,(x) = \text{co}\lambda\,(c) - \text{co}\lambda\,(\Delta + z),$$

idénticos con los que hallamos en el caso primero de $z > \Delta$.

Es de advertir además, que si en vez de Δ y z se ponen sus valores $z = 90° - a$, $\Delta = 90° - d$, vendrá :

$$\text{co}\lambda\,(x) = \lambda\,(l) - \text{co}\lambda\,(90° - d + 90° - a) =$$
$$= \lambda\,(l) - \text{co}\lambda\,[(180° - (a + d)] = \lambda\,(l) + \text{co}\lambda\,(a + d),$$

igual al valor hallado en ese caso primero. Más no acontece así para las fórmulas de los cocientes.

49. Tomemos el primero y transformémoslos como sigue :

$$\text{tg}\,\frac{\text{H}}{2} : \text{tg}\,\frac{\text{Z}}{2} = \frac{\text{sen}\left(\frac{\text{S}}{2} - \Delta\right)}{\text{sen}\left(\frac{\text{S}}{2} - z\right)} = \frac{\text{sen}\left[\frac{c + z + \Delta}{2} - \Delta\right]}{\text{sen}\left[\frac{c + z + \Delta}{2} - z\right]} =$$

$$= \frac{\text{sen}\left[\frac{c}{2} - \frac{\Delta - z}{2}\right]}{\text{sen}\left[\frac{c}{2} + \frac{\Delta - z}{2}\right]} = \frac{\text{sen}\,\frac{c}{2}\cos\frac{\Delta - z}{2} - \cos\frac{c}{2}\,\text{sen}\,\frac{\Delta - z}{2}}{\text{sen}\,\frac{c}{2}\cos\frac{\Delta - z}{2} + \cos\frac{c}{2}\,\text{sen}\,\frac{\Delta - z}{2}} =$$

$$= \frac{1 - \text{cotg}\,\frac{c}{2}\,\text{tg}\,\frac{\Delta - z}{2}}{1 + \text{cotg}\,\frac{c}{2}\,\text{tg}\,\frac{\Delta - z}{2}} = \frac{1 - \text{tg}\,\frac{y}{2}}{1 + \text{tg}\,\frac{y}{2}} = \text{cotg}\left[45° + \frac{y}{2}\right]$$

$$\text{tg}\,\frac{y}{2} = \text{cotg}\,\frac{c}{2}\,\text{tg}\,\frac{\Delta - z}{2}. \qquad (1)$$

Con un raciocinio igual al del fin del número (44), puede probarse que la fracción del segundo miembro de la (1) es de términos positivos en que el numerador es una diferencia y el denominador una suma, luego debemos igualarla a $\text{cotg}\left[45° + \frac{y}{2}\right]$ en que $\frac{y}{2}$ está dada por

$$\text{tg}\,\frac{y}{2} = \text{cotg}\,\frac{c}{2}\,\text{tg}\,\frac{\Delta - z}{2}.$$

Tenemos, pues, las fórmulas

$$\operatorname{tg}\frac{H}{2} = \operatorname{tg}\frac{Z}{2}\operatorname{cotg}\left[45^\circ + \frac{y}{2}\right] \tag{3}$$

$$\operatorname{tg}\frac{y}{2} = \operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{\Delta - z}{2}. \tag{4}$$

De ellas salen las expresiones mercatoriales :

$$\lambda(y) = \operatorname{co}\lambda(H) - \operatorname{co}\lambda(Z), \tag{3'}$$

$$\operatorname{co}\lambda(y) = \operatorname{co}\lambda(\Delta - z) - \operatorname{co}\lambda(c), \tag{4'}$$

y en función de los complementos de los lados,

$$\operatorname{co}\lambda(y) = \operatorname{co}\lambda(a - d) - \lambda(l), \tag{4''}$$

pues de $90^\circ - d > 90^\circ - a$ sale $a > d$.

50. Veamos el otro cociente. Es evidente que debe ser :

$$\operatorname{tg}\frac{Z}{2} : \operatorname{tg}\frac{H}{2} = \frac{1 + \operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{\Delta - z}{2}}{1 - \operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{\Delta - z}{2}} = \frac{1 + \operatorname{tg}\frac{y}{2}}{1 - \operatorname{tg}\frac{y}{2}} - \operatorname{tg}\left[45^\circ + \frac{y}{2}\right], \tag{1}$$

estando definida $\frac{y}{2}$, por la relación

$$\operatorname{tg}\frac{y}{2} = \operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{\Delta - z}{2}. \tag{2}$$

Y en mercatoriales :

$$\lambda(y) = \operatorname{co}\lambda(H) - \operatorname{co}\lambda(Z), \tag{1'}$$

$$\operatorname{co}\lambda(y) = \operatorname{co}\lambda(\Delta - z) - \operatorname{co}\lambda(c). \tag{2'}$$

Como se advierte, las expresiones mercatoriales de ambos cocientes son idénticas.

$$\operatorname{co}\lambda(y) = \operatorname{co}\lambda(a - d) - \lambda(l).$$

Luego para la resolución de este caso IV en que $\Delta > z$:

$$\Delta > z, \quad \Delta = 90° - d, \quad z = 90° - a, \quad \Delta + z < 180°, \quad a > d,$$

IV

$$\text{co}\lambda\,(x) = \text{co}\lambda\,(c) - \text{co}\lambda\,(\Delta + z);$$

$$\text{co}\lambda\,(x) = \text{co}\lambda\,(l) - \text{co}\lambda\,[180° - (a + d)]$$

$$\text{co}\lambda\,(x) = \lambda\,(l) + \text{co}\lambda\,(a + d); \qquad \text{co}\lambda\,(y) = \text{co}\lambda\,(\Delta - z) - \text{co}\lambda\,(c)$$

$$\text{co}\lambda\,(y) = \text{co}\lambda\,(\Delta - z - \lambda\,(l); \qquad \text{co}\lambda\,(y) - \text{co}\lambda\,(a - d) - \lambda\,(l)$$

$$\lambda\,(x) = \text{co}\lambda\,(\text{H}) + \text{co}\lambda\,(\text{Z}); \qquad \lambda\,(y) = \text{co}\lambda\,(\text{H}) - \text{co}\lambda\,(\text{Z});$$

$$\text{co}\lambda\,(\text{H}) = \frac{1}{2}[\lambda\,(x) + \lambda\,(y)]; \qquad \text{co}\lambda\,(\text{Z}) = \frac{1}{2}[\lambda\,(x) - \lambda\,(y)[.$$

51. Vengamos ahora al caso *b)* de 47 que $\Delta = 90° + d$, $z = 90° - a$, $\Delta > z$. Puede ocurrir que $\Delta + z < 180°$ o que $\Delta + z > 180°$. Sea :

$$\Delta > z, \qquad \Delta = 90° + z, \qquad z = 90° - a, \qquad \Delta + z < 180°.$$

Tomando la fórmula transformada del producto

$$\text{tg}\,\frac{\text{H}}{2}\,\text{tg}\,\frac{\text{Z}}{2} = \frac{1 - \text{cotg}\,\dfrac{\Delta - z}{2}\,\text{tg}\,\dfrac{c}{2}}{1 + \text{cotg}\,\dfrac{\Delta + z}{2}\,\text{tg}\,\dfrac{c}{2}},$$

e introduciendo en ella las hipótesis $\Delta + z < 180°$ que da $\dfrac{\Delta + z}{2} < 90°$, observamos que el numerador es una diferencia y el denominador una suma, que ambos términos son positivos por el razonamiento del número 48, por consiguiente, podremos igualarla a la cotg $\left[45° + \dfrac{x}{2}\right]$, y así obtendremos las mismas fórmulas trigonométricas y mercatoriales del caso anterior en el producto.

52. Tomando ahora cualquiera de las fórmulas del cociente, por ejemplo :

$$\text{tg}\,\frac{\text{Z}}{2} : \text{tg}\,\frac{\text{H}}{2} = \frac{\text{sen}\left[\dfrac{\text{S}}{2} - z\right]}{\text{sen}\left[\dfrac{\text{S}}{2} - \Delta\right]} = \frac{1 + \text{cotg}\,\dfrac{c}{2}\,\text{tg}\,\dfrac{\Delta - z}{2}}{1 - \text{cotg}\,\dfrac{c}{2}\,\text{tg}\,\dfrac{\Delta - z}{2}},$$

y aplicando la hipótesis, observaremos que $\Delta - z = \frac{d + a}{2}$ valor menor que 90°, luego el numerador es positivo, y el denominador también lo es, pues que siendo $c > \Delta - z$, resulta, por un raciocinio empleado en el número 44,

$$1 > \operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{\Delta - z}{2},$$

luego esa fracción, mayor que la unidad, puede igualarse a la tangente $\left[45° + \frac{y}{2}\right]$, siendo $y < 90°$.

Las relaciones serán, por tanto :

$$\operatorname{tg}\frac{Z}{2} = \operatorname{tg}\frac{H}{2}\operatorname{tg}\left[45° + \frac{y}{2}\right], \qquad (1)$$

$$\operatorname{tg}\frac{y}{2} = \operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{\Delta - z}{2}. \qquad (2)$$

Tendremos, pues, en mercatoriales para la resolución de este caso, en que :

$$\Delta = 90° + d, \quad z = 90° - a, \quad \Delta > z, \quad \Delta + z < 180°.$$

$$\text{V} \begin{cases} \operatorname{co\lambda}(x) = \operatorname{co\lambda}(c) - \operatorname{co\lambda}(\Delta + z); \\ \quad \operatorname{co\lambda}(x) = \lambda(l) - \operatorname{co\lambda}[180° + (d - a)] = \lambda(l) + \operatorname{co\lambda}(d - a) \\ \operatorname{co\lambda}(y) = \operatorname{co\lambda}(\Delta - z) - \operatorname{co\lambda}(c) = \\ \quad = \lambda(l) - \operatorname{co\lambda}(\Delta - z) = \lambda(l) - \operatorname{co\lambda}(d + a) \\ \lambda(x) = \operatorname{co\lambda}(H) + \operatorname{co\lambda}(Z); \quad \lambda(y) = \operatorname{co\lambda}(H) - \operatorname{co\lambda}(Z) \end{cases}$$

$$\operatorname{co\lambda}(H) = \frac{1}{2}[\lambda(x) + \lambda(y)]; \quad \operatorname{co\lambda}(Z) = \frac{1}{2}[\lambda(x) - \lambda(y)].$$

Donde observamos que si se resuelve el problema en términos de Δ y z, se obtienen las mismas fórmulas del caso anterior, porque si se opera con d y a, hay que cambiar el signo de d en las (IV) para pasar a las [V], alterándose la expresión de $\operatorname{co\lambda}(x)$.

53. Consideremos ahora el caso *c)* del supuesto general $\Delta > z$, que es :

$$\Delta = 90° + d, \quad z = 90° + a, \quad d > a, \quad \Delta + z = 180° + (d + a).$$

¿A qué debemos igualar la fórmula del producto en este caso? Tomemos la expresión

$$\operatorname{tg}\frac{H}{2}\cdot\operatorname{tg}\frac{Z}{2}=\frac{1-\operatorname{cotg}\dfrac{\Delta+z}{2}\operatorname{tg}\dfrac{c}{2}}{1+\operatorname{cotg}\dfrac{\Delta+z}{2}\operatorname{tg}\dfrac{c}{2}}, \qquad (1)$$

y aplicándole la hipótesis y razonando como en el número 43, veremos que aquélla equivale a

$$\operatorname{tg}\frac{H}{2}\operatorname{tg}\frac{Z}{2}=\frac{1+\operatorname{tg}\left(\dfrac{d+a}{2}\right)\operatorname{tg}\dfrac{c}{2}}{1-\operatorname{tg}\dfrac{d+a}{2}\operatorname{tg}\dfrac{c}{2}}, \qquad (1')$$

y como ni d ni a llegan a 90°, su semisuma no alcanzará tampoco a valer un cuadrante, luego el numerador es mayor que la unidad y positivo; restaría probar que el denominador es una diferencia positiva también. Y en efecto, como

$$\Delta=90°+d \qquad \text{y} \qquad z=90°+a;$$

$$\Delta+z=180°+d+a, \qquad \frac{\Delta+z}{2}=90°+\frac{d+a}{2};$$

y como sabemos que $\Delta+z>c$, será

$$\frac{\Delta+z}{2}>\frac{c}{2}; \qquad \text{es decir,} \qquad 90°+\frac{d+a}{2}.$$

Como $90°+\dfrac{d+a}{2}$ es un arco obtuso que termina en el segundo cuadrante $\left(\text{pues } \dfrac{d+a}{2}<90°\right)$, su cotangente será negativa, mientras que la $\operatorname{cotg}\dfrac{c}{2}$ es positiva, y así es lícito escribir :

$$\operatorname{cotg}\left[90°+\frac{d+a}{2}\right]<\operatorname{cotg}\frac{c}{2},$$

o bien

$$-\operatorname{tg}\left(\frac{d+a}{2}\right)<\operatorname{cotg}\frac{c}{2}, \qquad -\operatorname{tg}\left(\frac{d+a}{2}\right)<\frac{1}{\operatorname{tg}\dfrac{c}{2}},$$

$$-\operatorname{tg}\left(\frac{d+a}{2}\right)\operatorname{tg}\frac{c}{2}<1.$$

Luego el término substractivo $\operatorname{tg}\frac{d+a}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2}$ es menor que 1, y por tanto, el denominador es positivo haciendo la fracción impropia o mayor que la unidad, y así representable por $\operatorname{tg}\left[45^\circ+\frac{x}{2}\right]$ en que $\frac{x}{2}<45^\circ$. Así que :

$$\operatorname{tg}\frac{H}{2}\operatorname{tg}\frac{Z}{2}=\frac{1+\operatorname{tg}\frac{d+a}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2}}{1-\operatorname{tg}\frac{d+a}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2}}=\operatorname{tg}\left[45^\circ+\frac{x}{2}\right], \qquad (2)$$

definiéndose $\frac{x}{2}$ por la ecuación

$$\operatorname{tg}\frac{x}{2}=\operatorname{tg}\frac{d+a}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2}. \qquad (3)$$

54. Cuanto a la expresión de los cocientes, quedan invariables, pues $\frac{\Delta-z}{2}$ es menor que 90°, ya que se reduce a $\frac{d-a}{2}\cdot$ Luego :

$$\operatorname{tg}\frac{Z}{2}=\operatorname{tg}\frac{H}{2}\cdot\frac{1+\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{\Delta-z}{2}}{1-\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{\Delta-z}{2}}=\operatorname{tg}\frac{H}{2}\operatorname{tg}\left[45^\circ+\frac{y}{2}\right], \qquad (4)$$

$$\operatorname{tg}\frac{y}{2}=\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{\Delta-z}{2}. \qquad (5)$$

Estamos así capacitados para tomar mercatoriales de (2), (3), (4) y (5), resultando respectivamente :

$$\lambda(x)=-\operatorname{co}\lambda(H)-\operatorname{co}\lambda(Z), \qquad \operatorname{co}\lambda(x)=\operatorname{co}\lambda(c)+\operatorname{co}\lambda(d+a),$$

$$\lambda(y)=\operatorname{co}\lambda(H)-\operatorname{co}\lambda(Z), \qquad \operatorname{co}\lambda(y)=\operatorname{co}\lambda(\Delta-z)-\operatorname{co}\lambda(c).$$

Ahora bien :

$$d+a=\Delta+z-180^\circ,$$

luego

$$\operatorname{co}\lambda(x)=\lambda(l)+\operatorname{co}\lambda[\Delta+z-180^\circ],$$

y tomemos para la resolución del caso *c)*

$$\Delta > z, \quad \Delta = 90° + d, \quad z = 90° + a, \quad \Delta + z > 180°, \quad d > a.$$

$$\text{VI} \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathrm{co}\lambda\,(x) = \mathrm{co}\lambda\,(c) + \mathrm{co}\lambda\,[\Delta + z - 180°] = \\ \qquad = \lambda\,(l) + \mathrm{co}\lambda\,(\Delta + z - 180°) = \lambda\,(l) + \mathrm{co}\lambda\,(d + a) \\ \mathrm{co}\lambda\,(y) = \mathrm{co}\lambda\,(\Delta - z) - \mathrm{co}\lambda\,(c) = \\ \qquad = \mathrm{co}\lambda\,(\Delta - z) - \lambda\,(l) = \mathrm{co}\lambda\,(d - a) - \lambda\,(l) \\ \lambda\,(x) = -\,\mathrm{co}\lambda\,(\mathrm{H}) - \mathrm{co}\lambda\,(\mathrm{Z})\,; \qquad \lambda\,(y) = \mathrm{co}\lambda\,(\mathrm{H}) - \mathrm{co}\lambda\,(\mathrm{Z}) \end{array} \right.$$

$$\mathrm{co}\lambda\,(\mathrm{H}) = \frac{1}{2}\,[\lambda\,(y) - \lambda\,(x)]; \qquad \mathrm{co}\lambda\,(\mathrm{Z}) = -\frac{1}{2}\,[\lambda\,(y) + \lambda\,(x)].$$

55. *Casos particulares.* — Examinaremos dos, los que ocurren muy raramente : 1° el que sea $\Delta = z$, 2° el que sea $\Delta + z = 180°$.

El ser $\Delta = z$ puede tener lugar siendo Δ y z arcos menores que un cuadrante, o mayores que 90°.

Desde luego la trigonometría nos previene que en cualquiera de estas dos circunstancias, el triángulo esférico será isósceles y en tal virtud serán iguales los ángulos opuestos a esos lados iguales, es decir, que Z = H. Pues a este mismo resultado nos conducen las fórmulas mercatoriales. Tomemos las del caso (I) :

1°
$$\mathrm{co}\lambda\,(x) = \lambda\,(l) - \mathrm{co}\lambda\,(\Delta + z)$$
será
$$\mathrm{co}\lambda\,(x) = \lambda\,(l) - \mathrm{co}\lambda\,(2z = 2\Delta),$$

$$\mathrm{co}\lambda\,(y) = \mathrm{co}\lambda\,(z - \Delta) - \lambda\,(l)$$
será
$$\mathrm{co}\lambda\,(y) = \mathrm{co}\lambda\,(0) - \lambda\,(l) = \infty - \lambda\,(l) = \infty.$$

Por tanto será $\lambda\,(y) = 0$,

$$\lambda\,(y) = 0 = -\,\mathrm{co}\lambda\,(\mathrm{H}) + \mathrm{co}\lambda\,(\mathrm{Z}),$$
o bien :
$$\mathrm{co}\lambda\,(\mathrm{H}) = \mathrm{co}\lambda\,(\mathrm{Z}),$$
que implica ser H = Z.

$$\mathrm{co}\lambda\,(\mathrm{H}) = \frac{1}{2}\,[\lambda\,(x)], \qquad \mathrm{co}\lambda\,(\mathrm{Z}) = \frac{1}{2}\,\lambda\,(x),$$

$$\lambda\,(x) = \text{correspondiente}\,[\lambda\,(l) - \mathrm{co}\lambda\,(2z)].$$

En este caso, vienen para H y Z valores agudos.

2° Si es $\Delta = z > 90°$, las fórmulas (III) nos dan; por la hipótesis :

$$\mathrm{co}\lambda\,(x) = \lambda\,(l) + \mathrm{co}\lambda\,(2\Delta - 180°),$$

$$\mathrm{co}\lambda\,(y) = \mathrm{co}\lambda\,(0) - \lambda\,(l) = \infty - \lambda\,(l) = 0,$$

$$\lambda\,(y) = 0 = \mathrm{co}\lambda\,(Z) - \mathrm{co}\lambda\,(H)$$

o

$$\mathrm{co}\lambda\,(Z) = \mathrm{co}\lambda\,(H) \qquad \therefore \qquad Z = H.$$

Pero

$$\lambda\,(x) = -\,\mathrm{co}\lambda\,(H) - \mathrm{co}\lambda\,(Z) = -\,2\,\mathrm{co}\lambda\,(H) = -\,2\,\mathrm{co}\lambda\,(Z).$$

Por otra parte

$$\mathrm{co}\lambda\,(H) = -\frac{1}{2}\,\lambda\,(x), \qquad \mathrm{co}\lambda\,(Z) = -\frac{1}{2}\,\lambda\,(x).$$

Esas colambdas negativas corresponden a arcos mayores que 90°, luego $Z = H > 90°$.

3° Sea ahora $\Delta + z = 180°$. La trigonometría nos previene de que

$$Z + H = 180° \qquad \therefore \qquad Z = 180° - H, \qquad H = 180° - Z.$$

Tomemos el grupo (III), por ejemplo :

$$\mathrm{co}\lambda\,(x) = \lambda\,(l) - \mathrm{co}\lambda\,(\Delta + z) = \lambda\,(l) - \mathrm{co}\lambda\,[180°] = \lambda\,(l) - \infty = -\,\infty,$$

$$\lambda\,(x) = -\,\mathrm{co}\lambda\,(H) - \mathrm{co}\lambda\,(Z) = 0,$$

$$\mathrm{co}\lambda\,(y) = \mathrm{co}\lambda\,(z - \Delta) - \lambda\,(l) = k \text{ (cierto valor)},$$

$$-\,\mathrm{co}\lambda\,(H) = \mathrm{co}\lambda\,(Z) \qquad \lambda\,(y) = \mathrm{co}\lambda\,(Z) - \mathrm{co}\lambda\,(H) = p \text{ (cierto valor)},$$

$$\mathrm{co}\lambda\,(H) = -\frac{1}{2}\,\lambda\,(y), \qquad \mathrm{co}\lambda\,(Z) = \frac{1}{2}\,\lambda\,(y), \qquad H > Z,$$

pues hemos salido de (III) en que $Z > \Delta$, H es, pues, mayor que 90°, $Z < 90°$.

4° Si la hipótesis se hubiera introducido en (VI), había resultado $Z > H$, Z obtuso o $> 90°$, H agudo o $< 90°$.

56. Las numerosas fórmulas que demanda el cálculo por mercatoriales, podemos reducirlas a dos tipos, $z > \Delta$ y $\Delta > z$. Este último

ocurre con más frecuencia que el primero en los problemas de la navegación astronómica. Se disminuye el número de fórmulas resolviendo el triángulo en función de Δ, z y l.

He aquí un resumen o cuadro de las fórmulas que consideramos más convenientes :

I

1° $z > \Delta$, $z = 90° - a$, $\Delta = 90° - d$,
$\Delta + z < 180°$, $d > a$ (valor absoluto).

$$\text{co}\lambda(x) = \lambda(l) - \text{co}\lambda(\Delta + z); \qquad \text{co}\lambda(y) = \text{co}\lambda(z - \Delta) - \lambda(l);$$
$$\lambda(x) = \text{co}\lambda(\text{H}) + \text{co}\lambda(\text{Z}); \qquad \lambda(y) = -\text{co}\lambda(\text{H}) + \text{co}\lambda(\text{Z});$$
$$\text{co}\lambda(\text{H}) = \frac{1}{2}[\lambda(x) - \lambda(y)]; \qquad \text{co}\lambda(\text{Z}) = \frac{1}{2}[\lambda(x) + \lambda(y)].$$

II

2° $z > \Delta$, $z = 90° + a$, $\Delta = 90° - d$,
$\Delta + z < 180°$, $d > a$ (valor absoluto).

$$\text{co}\lambda(x) = \lambda(l) - \text{co}\lambda(\Delta + z); \qquad \text{co}\lambda(y) = \text{co}\lambda(z - \Delta) - \lambda(l)$$
$$\lambda(x) = \text{co}\lambda(\text{H}) + \text{co}\lambda(\text{Z}); \qquad \lambda(y) = -\text{co}\lambda(\text{H}) + \text{co}\lambda(\text{Z})$$
$$\text{co}\lambda(\text{H}) = \frac{1}{2}[\lambda(x) - \lambda(y)]; \qquad \text{co}\lambda(\text{Z}) = \frac{1}{2}[\lambda(x) + \lambda(y)].$$

III

3° $z > \Delta$, $z = 90° + a$, $\Delta = 90° + d$,
$\Delta + z > 180°$, $a > d$ (valor absoluto).

$$\text{co}\lambda(x) = \lambda(l) - \text{co}\lambda[(\Delta + z) - 180°];$$
$$\text{co}\lambda(y) = \text{co}\lambda(z - \Delta) - \lambda(l)$$
$$\lambda(x) = -\text{co}\lambda(\text{H}) - \text{co}\lambda(\text{Z}); \qquad \lambda(y) = \text{co}\lambda(\text{Z}) - \text{co}\lambda(\text{H})$$
$$\text{co}\lambda(\text{H}) = -\frac{1}{2}[\lambda(y) + \lambda(x)]; \qquad \text{co}\lambda(\text{Z}) = \frac{1}{2}[\lambda(y) + \lambda(x)].$$

IV

4° $\Delta > z$, $\Delta = 90° - d$, $z = 90° - a$,
$\Delta + z < 180°$, $a > d$ (valor absoluto).

$$\text{co}\lambda(x) = \lambda(l) - \text{co}\lambda(\Delta + z); \qquad \text{co}\lambda(y) = \text{co}\lambda(\Delta - z) - \lambda(l);$$
$$\lambda(x) = \text{co}\lambda(\text{H}) + \text{co}\lambda(\text{Z}); \qquad \lambda(y) = \text{co}\lambda(\text{H}) - \text{co}\lambda(\text{Z});$$
$$\text{co}\lambda(\text{H}) = \frac{1}{2}[\lambda(x) + \lambda(y)]; \qquad \text{co}\lambda(\text{Z}) = \frac{1}{2}[\lambda(x) - \lambda(y)].$$

5° $\Delta > z$, $\Delta = 90° + d$, $z = 90° - a$,
$\Delta + z < 180°$, $d < a$ (valor absoluto).

V

$$\text{co}\lambda(x) = \lambda(l) - \text{co}\lambda(\Delta + z); \quad \text{co}\lambda(y) = \text{co}\lambda(\Delta - z) - \lambda(l);$$

$$\lambda(x) = \text{co}\lambda(\text{H}) + \text{co}\lambda(\text{Z}); \quad \lambda(y) = \text{co}\lambda(\text{H}) - \text{co}\lambda(\text{Z});$$

$$\text{co}\lambda(\text{H}) = \frac{1}{2}[\lambda(x) + \lambda(y)]; \quad \text{co}\lambda(\text{Z}) = \frac{1}{2}[\lambda(x) - \lambda(y)].$$

6° $\Delta > z$, $\Delta = 90° + d$, $z = 90° + a$,
$\Delta + z > 180°$, $d > a$ (valor absoluto).

VI

$$\text{co}\lambda(x) = \lambda(l) + \text{co}\lambda(\Delta + z - 180°];$$

$$\text{co}\lambda(y) = \text{co}\lambda(\Delta - z) - \lambda(l);$$

$$\lambda(x) = -\text{co}\lambda(\text{H}) - \text{co}\lambda(\text{Z}); \quad \lambda(y) = \text{co}\lambda(\text{H}) - \text{co}\lambda(\text{Z});$$

$$\text{co}\lambda(\text{H}) = \frac{1}{2}[\lambda(y) - \lambda(x)]; \quad \text{co}\lambda(\text{Z}) = -\frac{1}{2}[\lambda(y) + \lambda(x)].$$

Tales son las expresiones mercatoriales a que hemos llegado para resolver el problema, capital en navegación, del cálculo simultáneo del *horario* y del *azimut*, con brevedad y exactitud por nuestras últimas tablas.

57. Considerando con atención estas fórmulas se advierte que :

1° La expresión de co$\lambda(x)$ es en todos los casos en que $\Delta + z > 180°$

$$\text{co}\lambda(x) = \lambda(l) - \text{co}\lambda(\Delta + z) \quad [\text{I, II, IV y V}];$$

2° La expresión de co$\lambda(y)$ es, en todos los casos, en que $z > \Delta$

$$\text{co}\lambda(y) = \text{co}\lambda(z - \Delta) - \lambda(l) \quad [\text{I, II y III}];$$

3° Cuando $\Delta > z$, la misma expresión es

$$\text{co}\lambda(y) = \text{co}\lambda(\Delta - z) - \lambda(l) \quad [\text{IV, V y VI}];$$

4° La expresión de $\lambda(x)$ es, en todos los casos, en que $\Delta + z < 180°$

$$\lambda(x) = \text{co}\lambda(\text{H}) + (\text{Z}) \quad [\text{I, II, IV y V}];$$

5° Cuando $\Delta + z > 180°$, dicha expresión se cambia en

$$\lambda(x) = -\text{co}\lambda(\text{H}) - \text{co}\lambda(\text{Z}) \quad [\text{III y IV}];$$

6° La expresión de $\lambda(y)$ es. para $z > \Delta$ y $z + \Delta \lessgtr 180°$

$$\lambda(y) = -\operatorname{co}\lambda(H) + \operatorname{co}\lambda(Z) \qquad [I, II\ y\ III];$$

7° Esa expresión de $\lambda(y)$ es, en los casos de ser $\Delta > z$, sea $\Delta + z \lessgtr 180°$

$$\lambda(y) = \operatorname{co}\lambda(H) - \operatorname{co}\lambda(Z) \qquad [IV, V\ y\ VI];$$

8° La fórmula que da $\operatorname{co}\lambda(H)$ es una semisuma de lambdas positivas, para $\Delta > z$, mientras sea $\Delta + z < 180°$

$$\operatorname{co}\lambda(H) = \frac{1}{2}[\lambda(x) + \lambda(y)] \qquad [IV\ y\ V];$$

y en los mismos casos,

$$\operatorname{co}\lambda(Z) = \frac{1}{2}[\lambda(x) - \lambda(y)],$$

es una semidiferencia entre las mismas lambdas;

9° Cuando es $\Delta + z > 180°$, $\operatorname{co}\lambda(H)$ es una semisuma negativa a lambdas. si es $z > \Delta$. y debe escribirse empezando por $\lambda(y)$, y el horario es mayor de seis horas,

$$\operatorname{co}\lambda(H) = -\frac{1}{2}[\lambda(y) - \lambda(x)].$$

La colambda del azimut es la semidiferencia entre las mismas lambdas

$$\operatorname{co}\lambda(Z) = \frac{1}{2}[\lambda(y) - \lambda(x)];$$

10° Si siendo $\Delta + z > 180°$ es $\Delta > z$, las colambdas, del horario y del azimut precedentes vienen permutadas,

$$\operatorname{co}\lambda(H) = \frac{1}{2}[\lambda(y) - \lambda(x)], \qquad \operatorname{co}\lambda(Z) = -\frac{1}{2}[\lambda(y) - \lambda(x)],$$

y el azimut es mayor de 90°;

11° Si comparamos las fórmulas que dan las incógnitas en relaciones tales como $z > \Delta$, $z = 90° - a$, $\Delta = 90° - d$, $\Delta + z < 180°$ y $\Delta > z$, $\Delta = 90° - d$, $z = 90° - a$, $\Delta + z < 180°$, veremos que las expresiones respectivas de $\operatorname{co}\lambda(H)$ y $\operatorname{co}\lambda(Z)$, de la primera se convierten en $\operatorname{co}\lambda(Z)$, y $\operatorname{co}\lambda(H)$ para la segunda. Lo mismo ocurre para los otros valores análogos que llamaremos *conjugados*.

58. Comprobamos ahora con algunos ejemplos las ventajas del uso de este nuevo método de cálculo trigonométrico. Ante todo debemos recordar las correcciones que suponen los datos para ser introducidos como tales en el cálculo.

1° La altura observada a_0 debe reducirse a verdadera a_v, despojándola : del *error instrumental* e_i, de la *depresión* aparente del horizonte, D_a si hubiera sido observada sobre el del mar, de la *refracción media* R_m o de la correspondiente al estado atmosférico, R_a según la exactitud que pueda pedirse a las circunstancias en que haya sido hecha la observación, de la *paralaje de altura* P_a y del *semidiámetro* S_a relativo a la altura, si ésta comporta diferencia con el *horizontal* o el *geocéntrico*. Así se tiene :

$$a_v = a_0 \pm e_i - D_a - R_a + P_a \pm S_a.$$

Si se observó la altura del borde inferior del astro a_0 se suma el semidiámetro, en el otro caso $\bar{a}_0$, se resta, y si el astro no lo ofrece, $S_a = 0$. Si la observación se hizo con el teodolito, o sobre el horizonte artificial con el sextante, $D_a = 0$, pero como en este último caso (horar. artif.), la altura observada es doble, debe tomarse $\frac{1}{2}[a_0 \pm e_i]$ y seguir con las correcciones de $R_a P_a$ y S_a.

2° Si se tiene conocimiento de la hora aproximada del observador y de la longitud del lugar, se deduce la hora del meridiano de las *Efemérides astronómicas* (N. A.), (C. de T), sumando la hora con la longitud, si ésta es occidental, o restándola de la hora si fuese oriental; el resultado es la hora del primer meridiano, simultánea con la de la observación, es decir, que corresponde al mismo instante físico. Se tiene así :

$$H^{I} = H_0 \pm L_0,$$

H^{I} = hora del mismo meridiano (efemérides), H_0 = hora del observador, L_0 o L_e longitud occidental u oriental (en tiempo) respecto al primer meridiano.

3° Otro método más conveniente se basa en el empleo de un cronómetro *arreglado,* esto es, cuyo adelanto o atraso (estado absoluto) respecto a la hora media de un meridiano (de preferencia el de las efemérides), se conoce para una fecha dada, y cuyo adelanto o atraso diario (movimiento diario) es conocido también. La fórmula siguiente permite calcular la hora del primer meridiano corres-

pondiente a la leída en el cronómetro en el momento de una observación.

$$\frac{H^{I}}{C - (C_0 + nm)} = \frac{24^{h}}{24^{h} + m}; \qquad H^{I} = [C - C_0 + nm]\frac{24^{h}}{24^{h} + m};$$

$$H_1 = [C - (C_0 + nm)]\left(1 - \frac{m}{24}\right),$$

en que C es la hora del cronómetro en el momento de la observación, C_0 la hora que marcaba en una época anterior Δ a 0^h del meridiano del arreglo, n el número de días transcurridos entre las época Δ y actual, y m el movimiento diario en adelanto o atraso. Haciendo $C - (C_0 + nm) = t$ que puede considerarse como el estado absoluto en la fecha actual y que debe tabularse, se tiene :

$$H^{I} = t\left(1 - \frac{m}{24^{h}}\right) = t - t\frac{m}{24^{h}}.$$

Los productos $\frac{m}{24^{h}}$ para diferentes valores de t en horas y fracción decimal se tabulan también y así se obtiene rápidamente la hora H^{I} correspondiente a la C del cronómetro.

4° La declinación, la ascensión recta, la ecuación de tiempo u otro cualquiera elemento que se necesite para la hora de la observación C, se calcula para la hora simultánea H^{I} del primer meridiano (el de las efemérides) admitiendo la proporcionalidad entre variaciones y tiempos.

Regularmente la d y R, van acompañadas de sus variaciones horarias, y así el cálculo para la hora H^{I} resulta muy sencillo. Por ejemplo :

$$d^{I} = d_c = \pm \frac{\Delta d}{24} \cdot H^{I} \qquad \text{o} \qquad d_c = d \pm V_d{}^{h} . H^{I},$$

en que d es la declinación del astro el día de la fecha a 0^{h} del meridiana de las efemérides, y d^{I} o d_c la declinación para H^{I}, o sea la declinación corregida.

59. Ejemplos de horario y azimut : 1° En latitud de 54°36′ N y longitud $1^{h}40^{m}$ O se observó al oeste una altura de luna que reducida a verdadera resultó de 29°46′30″. Se pide la hora media H_m del observador, siendo la d y R de la luna para la hora 11^{h} del primer meri-

diano correspondiente a la altura — $d = + 3°48'29''$ y la R $= \alpha =$ $12^h 14^m 57^s,67$. Los demás elementos para el cálculo son $z = 60°13'30''$, $\Delta = 86°11'31''$, $l = 54°36'$ N. Se halla (*Fontechan*, I, pág. 212, ej. 3°), $H_a{}^0 = 2^h 40^m 12^s$, $H_{m\ obs.} = 9^h 20^m 55^s,64$ en el momento de tomar la altura.

Aquí es $\Delta > z$, $\Delta = 90° - d$, $z = 90° - a$ y $a > d$, luego corresponden las fórmulas de IV.

$$co\lambda\,(x) = \lambda\,(l) - co\lambda\,(\Delta + z \qquad co\lambda\,(y) = co\lambda\,(\Delta - z) - \lambda\,(l)$$

$$\lambda\,(x) = co\lambda\,(H) + co\lambda\,(Z) \qquad \lambda\,(y) = co\lambda\,(H) - co\lambda\,(Z)$$

$$co\lambda\,(H) = \frac{1}{2}\,[\lambda\,(x) + \lambda\,(y)] \qquad co\lambda\,(Z) = \frac{1}{2}\,[\lambda\,(x) - \lambda\,(y)]$$

$$\begin{aligned}
\lambda\,(l) &= 3926,33 \\
co\lambda\,(\Delta + z) &= -\,4118,86\ + \\
co\lambda\,(x) &= 8045,19 \\
co\lambda\ \text{tab.} &= 71 \\
& 52 \\
\lambda\,(x)\ \text{tab.} &= 664,09 \\
pp\ \text{por}\ 0,92 &= 0,10 \\
\lambda\,(x) &= 664,19 \\
co\lambda\,(\Delta - z) &= 5043,95
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lambda\,(l) &= 3926,33\ - \\
co\lambda\,(y) &= 1117,62 \\
\lambda\,(y)\ \text{tab.} &= 6275,46 \\
\lambda\ \text{correg.} &= 6275,63 \\
\frac{s}{2} &= 3469,91 \\
\frac{s}{2}\ \text{tab.} &= 70,20 \\
& 0,29 \\
H_a{}^0 &= 2^h 40^m 11^s,1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lambda\,(x) &= 664,19 \\
\lambda\,(y) &= 6275,63 \\
s &= 6939,82 \\
\frac{s}{2} &= +\,3469,91
\end{aligned}$$

$$d = -5611{,}44$$

$$\frac{d}{2} = -2805{,}72$$

$$\frac{d}{2}\text{ tab.} = 99$$

$$Z\text{ tab.} = 47°42'12''$$

$$180$$

$$Z = 132°17'48''$$

Para concluir el cálculo hay que sumar el horario occidental con la R, de esta suma (hora siderea restar la R_m del Sol para la 0^h tiempo medio del meridiano del observador), la diferencia que a un intervalo sidereo convertido en intervalo de tiempo medio, y ese será la hora media pedida del observador. $H_{a\lambda} + R_\lambda = H_{a.0_m} + J_{0_m}$.

Contractemos el *azimut* por la fórmula

$$\cos^2\frac{Z}{2} = \cos\frac{S}{2}\cos\left(\frac{S}{2} - \lambda\right)\sec l \sec a$$ con log de cinco decimales.

$$a = 29°46'30''$$

$$l = 54\ 46 \quad N$$

$$\lambda = 86\ 11\ 31$$

$$S = 170°34'01''$$

$$\frac{S}{2} = 85\ 17\ 01$$

$$\lambda = 86\ 11\ 31$$

$$\lambda - \frac{s}{2} = 0°54'30''$$

$$\log\sec a = 0{,}06149$$

$$\log\sec l = 0{,}23711$$

$$\log\cos\frac{S}{2} = 8{,}91500$$

$$\log\cos\left(\frac{S}{2} - \lambda\right) = 9{,}99995$$

$$\log\cos^2\frac{Z}{2} = 19{,}21355$$

$$\log\cos\frac{Z}{2} = 9{,}60677$$

$$704$$

$$78$$

$$\frac{Z}{2} = 66° \; 8'56''$$
$$Z = 132 \;\; 17 \; 52$$

El *azimut* calculado con logaritmos de Gauss (con 5 decimales) dió :

$$Z = 132°18' \text{ N al O}$$

$$Z_m = 132 \;\; 17 \; 18''$$

Los resultados concuerdan con poca diferencia.

2° En Terry (*Manual del Navegante*, 4ª edic.), se halla en la página 135, un ejemplo para el cálculo de la hora media del orto aparente del Sol, con estos datos : $l = 39°23'17''$, $\Delta = 94°5'21''$, $a = -0°22'24''$ y halla horario oriental $= 5^h 48^m 28^s$. Busquemos horario y azimut.

Figura 4

Notemos que aquí es $\Delta > z$ y $\Delta + z > 180°$, puesto que $\Delta = x = 94°5'21''$ y $z = 90°22'24''$, luego las fórmulas convenientes son las de (VI).

$$\text{co}\lambda\,(x) = \lambda\,(l) + \text{co}\lambda\,[(\Delta + z) - 180°];$$

$$\text{co}\lambda\,(y) = \text{co}\lambda\,(\Delta - z) - \lambda\,(l);$$

$$\lambda\,(x) = -\,\text{co}\lambda\,(\text{H}) - \text{co}\lambda\,(\text{Z}); \qquad \lambda\,(y) = \text{co}\lambda\,(\text{H}) - \text{co}\lambda\,(\text{Z});$$

$$\text{co}\lambda\,(\text{H}) = \frac{1}{2}\,[\lambda\,(y) - \lambda\,(x)]; \qquad \text{co}\lambda\,(\text{Z}) = -\frac{1}{2}\,[\lambda\,(y) + \lambda\,(x)[.$$

Preparación del cálculo :

$$\Delta = 94° \ 5'21''$$
$$z = 90 \ 22 \ 24$$
$$\Delta + z = 184°27'45''$$

$$\Delta + z - 180° = 4°27'45''$$
$$\Delta - z = 3 \ 42 \ 57$$
$$l = 39 \ 23 \ 17$$

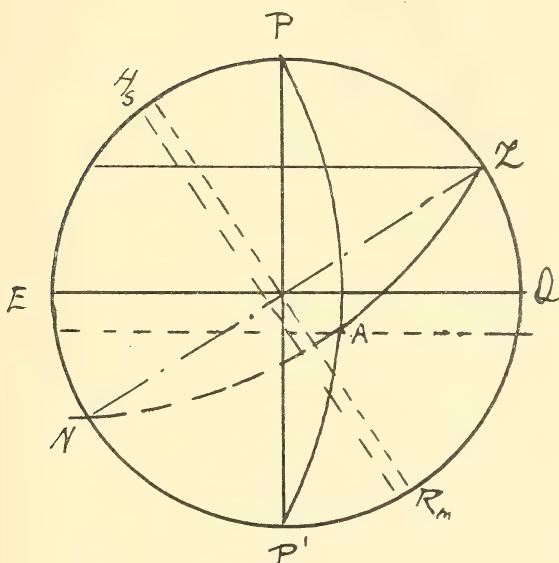


Figura 5

$$\lambda(l) \text{ ap.} = \lambda(39°23'15'')$$
$$= 2574{,}93$$
$$\text{P}p \text{ por } 2'' = 0{,}04{,}31$$
$$\lambda(l) = 2574{,}97{,}31$$
$$\text{co}\lambda(\Delta + z - 180°) = 11156{,}04$$
$$\text{co}\lambda(\Delta - z) \text{ tab} = \text{co}\lambda(3°43')$$
$$= 11785{,}27$$
$$\text{P}p \text{ por } 3'' = 77{,}30$$
$$\text{co}\lambda(\Delta - z) = 11766{,}04$$

Cálculo de coλ (x) :

$$\lambda(l) = 2574{,}97$$
$$\text{co}\lambda(\Delta + z - 180°) = 11156{,}04$$
$$\text{co}\lambda(x) = 13731{,}01$$

Cálculo de $co\lambda\,(y)$:

$$co\lambda\,(\Delta - z) = 11786{,}04$$
$$\lambda\,(l) = 2574{,}97 \;-$$
$$co\lambda\,(y) = 9211{,}07$$

$co\lambda\,(y)$ tab $= 9212{,}57$ corresp. $472{,}23$

dif- $co\lambda\,(y) = 1{,}50$ *pp* por dif. 20

$\lambda\,(y) = 472{,}43$

Cálculo de $\lambda\,(x)$:

$co\lambda\,(x)$ tab $= 13722{,}78$ corresp. $= 126{,}61$

$co\lambda\,(x) = 13731{,}01$ *pp* 6

$1{,}77$ $\lambda\,(x) = 126{,}67$

Cálculo de los ángulos H y Z :

$$\lambda\,(x) = 126{,}67 \;-$$
$$\lambda\,(y) = 472{,}43$$
$$\lambda\,(y) - \lambda\,(x) = 345{,}76$$
$$\frac{1}{2}[\lambda\,(y) - \lambda\,(x)] = 172{,}88$$
$$2{,}90$$
$$\text{H ap.} = 0{,}02$$
$$5^{h}48^{m}28^{s}67$$
$$\text{P}p \text{ por } 2 = 3\;\;03$$
$$\text{H}_{e} = 5^{h}48^{m}28^{s}7$$

$$\lambda\,(x) = 126{,}67$$
$$\lambda\,(y) = 472{,}43$$
$$\lambda\,(y) + \lambda\,(x) = 599{,}10$$
$$\frac{1}{2}[\lambda\,(y) + \lambda\,(x)] = 299{,}55$$
$$co\lambda\,(\text{Z}) = -\,299{,}55$$
$$9{,}63$$
$$co\lambda\,(\text{Z}) \text{ tab ap.} = 8$$
$$\text{Z tab ap.} = 85^{\circ}\;0'45''$$
$$pp \text{ por } 8 = 5$$
$$\text{Z tab} = 85^{\circ}\;0'50''$$
$$180$$
$$\text{Z} = \text{S. } 94^{\circ}59'10'' \text{ E}$$

Comparemos el valor del azimut con el que da la fórmula de los senos que se deduce de la fundamental

$$\cos \Delta = \cos c \cos z + \operatorname{sen} c \operatorname{sen} z \cos Z$$

y que es :

$$\operatorname{sen}^2 \frac{Z}{2} = \frac{\operatorname{sen}\left[\frac{s}{2} - c\right] \operatorname{sen}\left[\frac{s}{2} - z\right]}{\operatorname{sen} c \operatorname{sen} z}$$

$$\begin{aligned}
c &= 50°36'43'' \\
z &= 90\ \ 22\ 24 \\
\Delta &= 94\ \ \ 5\ 21 \\
\hline
S &= 235°04'28'' \\
\frac{S}{2} &= 117\ \ 32\ 14 \\
\frac{S}{2} - c &= 66\ \ 55\ 31 \\
\frac{S}{2} - z &= 27\ \ \ 5\ 50
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\operatorname{colog} \operatorname{sen} c &= 0,1118959 \\
\operatorname{colog} \operatorname{sen} z &= 0,0000103 \\
\log \operatorname{sen}\left[\frac{S}{2} - c\right] &= 9,9637852 \\
\log \operatorname{sen}\left[\frac{S}{2} - z\right] &= 9,6594762 \\
2 \log \operatorname{sen} \frac{z}{2} &= 19,7351676 \\
\hline
& \quad 9,8675839 \\
& \qquad\quad 730 \\
\hline
& \qquad\quad 108 \\
& \qquad\quad\ \ 97 \\
\hline
& \qquad\quad\ \ 11
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{Z}{2} &= 47°29'36''6 \\
Z &= \qquad\qquad 2 \\
\hline
Z &= 94°59'11''2 \\
Z_m &= 94\ \ 59\ 10 \\
\hline
\text{Dif.} &= \qquad\quad 1''2
\end{aligned}$$

b) En *Fontecha,* tomo I, página 224, ejemplo 8°, encontramos como horario correspondiente al principio del crepúsculo matutino astronómico en un lugar de $l = 34°50'$ N con $\Delta = 66°54'13''$ y $a = -18°$, $H° = 2^h 36^m 57^s$. Verifiquemos este resultado por mercatoriales y hallamos el azimut.

Aquí es

$$z = 90° + 18° = 108° > \Delta \qquad y \qquad \Delta = 90° - d = 66°54'13'',$$

luego las fórmulas que corresponden son las de II, pues que

$$z + \Delta < 180°.$$

$$\text{co}\lambda\,(x) = \lambda\,(l) - \text{co}\lambda\,(\Delta + z) \qquad \text{co}\lambda\,(y) = \text{co}\lambda\,(z - \Delta) - \lambda\,(l)$$

$$\lambda\,(x) = \text{co}\lambda\,(\text{H}) + \text{co}\lambda\,(\text{Z}) \qquad \lambda\,(y) = -\,\text{co}\lambda\,(\text{H}) + \text{co}\lambda\,(\text{Z})$$

$$\text{co}\lambda\,(\text{H}) = \frac{1}{2}\,[\lambda\,(x) - \lambda\,(y)] \qquad \text{co}\lambda\,(\text{Z}) = \frac{1}{2}\,[\lambda\,(x) + \lambda\,(y)].$$

Preparación del cálculo :

$$\begin{aligned}
l &= 38°50'00'' \\
z &= 108\ \ 00\ 00 \\
\Delta &= 66\ \ 54\ 13 \\
\hline
z + \Delta &= 174°54'13'' \\
z - \Delta &= 41\ \ 05\ 47
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lambda\,(l) &= \quad 2532,08 \\
\text{co}\lambda\,(\Delta + z) &= -\,10699,66\ + \\
\hline
\text{co}\lambda\,(x) &= \quad 13231,74 \\
\text{co}\lambda\,(x)\ \text{tab} &= \quad 13232,27 \\
\hline
& \qquad\qquad 0,53
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{co}\lambda\,(\Delta + z)\ \text{tab} &= -\,10699,28 \\
pp\ \text{por}\ 2''\ \text{ad} &\quad\ \ 0037,62 \\
\hline
&\quad\ \ 0065,62 \\
\text{co}\lambda\,(\Delta + z) &= -\,10699,66 \\
\text{co}\lambda\,(z - \Delta)\ \text{tab} &= \text{co}\lambda\,.\ 41°6' \\
&= \quad 3372,95 \\
\hline
pp\ \text{por}\ 13'' &= \text{ad} \qquad 34 \\
\text{co}\lambda\,(z - \Delta) &= \quad 3373,29 \\
\lambda\,(l) &= \quad 2532,08 \\
\hline
\text{co}\lambda\,(y) &= \quad 841,21 \\
\text{co}\lambda\,(y)\ \text{tab} &= \quad 841,27 = 841,27 \\
\hline
& \qquad 0,06
\end{aligned}$$

$$\begin{array}{lr} \text{co}\lambda\,(x) \text{ tab. corresp. } \lambda\,(x) \text{ apr.} = & 146{,}46 \\ \text{P}p \text{ por diferencia co}\lambda\,(x) & 3 \\ \hline & 146{,}49 \end{array}$$

Horario

$$\begin{array}{rr} \Delta\,(x) = & 146{,}49 \\ \lambda\,(y) = & 7239{,}14\ — \\ \hline \lambda\,(x) - \lambda\,(y) = & -\ 7092{,}65 \\ \frac{1}{2}\,[\lambda\,(x) - \lambda\,(y) = & -\ 3546{,}32 \\ \text{co}\lambda\,(\text{H}) \text{ tab.} = & 6{,}62 \\ \hline & 0{,}30 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} \text{H tab.} = & 2^h 36^m 56^s \\ & 2\ \ 36\ \ 56\ \ 67 \\ & 12 \\ \hline \text{H}_r{}^\circ = & 9^h 23^m 03^s 33 \\ \text{H}_F = & 9\ \ 23\ \ 03 \end{array}$$

Azimut

$$\begin{array}{rr} \lambda\,(x) = & 146{,}49 \\ \lambda\,(y) = & 7239{,}14 \\ \hline 2\ \text{co}\lambda\,(\text{Z}) = & 7385{,}63 \\ \text{co}\lambda\,(\text{Z}) = & 3692{,}81 \\ & 2{,}90 \\ \hline & 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{rr} (\text{Z}) \text{ tab.} = & 37^\circ 43' 0'' \\ pp \text{ por } 9 & 3 \\ \hline \text{Z} = & 37^\circ 43' 3'' \end{array}$$

Si se pide la hora verdadera civil del principio del crepúsculo matutino astronómico, debemos tomar como tal hora el complemento del horario verdadero oriental $9^h 23^m 04^s$ a 12 horas, por empezar a contarse el tiempo civil desde el antimeridiano, es decir, que la hora civil pedida sería $2^h 36^m 56^s$, que viene a ser el horario tabular.

c) Contrastemos el azimut mercatorial Z_m hallado, por una fórmula de cosenos que podemos derivar de la fundamental, y que es :

$$\cos^2 \frac{Z}{2} = \frac{\cos\left(\frac{s}{2} - l\right) \cos\left(\frac{s}{2} - a\right)}{\text{co}2\ l \cos a}.$$

En ella es a considerada como positiva, pues sale así de la fórmula

$$a = 18°$$
$$l = 38\ 50'$$
$$\Delta = 66\ 54\ 13''$$
$$S = 123°44'13''$$
$$\frac{S}{2} = 61\ 52\ 6$$

Figura 6

$$\frac{S}{2} - l = 23\ 02\ 6$$
$$\frac{S}{2} - a = 43\ 52\ 6$$
$$\log \sec a = 0{,}02179$$
$$\log \sec l = 0{,}10848$$
$$\log \cos \left(\frac{S}{2} - l\right) = 9{,}96391$$
$$\log \cos \left(\frac{S}{2} - a\right) = 9{,}85790$$
$$2 \log \cos \frac{Z}{2} = 19{,}95208$$
$$\log \cos \frac{Z}{2} = 9{,}97604$$
$$\frac{06}{2}$$

$$\frac{Z}{2} = 18°51'30''$$

$$\frac{2}{Z = 37°43'00'' \text{ N al E.}}$$

Como se ve por estos ejemplos, hay concordancia en los resultados obtenidos por el cálculo mercatorial y los efectuados por los métodos usuales.

60. Vamos ahora a ocuparnos brevemente de las fórmulas (E'), (K') y (L') que obtuvimos en los números 36 y 38.

Éstas, en realidad, no pertenecen al triángulo estudiado, pero sí a algunos de los *ocho* triángulos que se originan al prolongar los radios que va a los vértices del triángulo primitivo y unir los puntos *m* que afloran a la superficie por arcos de círculo máximo. Pero de los nuevos triángulos debemos descartar el *simétrico* y todos aquellos que no tengan común el lado *c*. Los restantes son los que pertenecen a la cuestión.

Ahora haciendo en la expresión de las fórmulas E', K', L' sucesivamente negativo al segundo miembro, $\operatorname{tg}\frac{H}{2}$ o $\operatorname{tg}\frac{Z}{2}$, o introduciendo parecidas hipótesis en las fórmulas I a VI del cuadro, obtendremos valores que, en general, diferirán de los del triángulo primitivo. Como sería largo el desarrollo de este tema, y por otra parte no tiene importancia práctica para nuestra tesis, resumiremos los resultados de la investigación praticada.

1° Que la afección negativa, sea del segundo miembro, sea de cualquiera de las tangentes de los semiángulos horario o azimutal, da resultados que, en general, no convienen al triángulo fundamental.

2° Que esos resultados no son en conjunto convenientes, pero que puede serlo alguno de ellos.

3° Que siempre los valores no convenientes están ligados a los logaritmos por una relación de suplementaridad.

a) Precisando más, se advierte que el hecho de ser negativo el segundo miembro implica que los resultados sean suplementarios respecto a los de la cuestión original.

b) Si se afecta del signo negativo a $\operatorname{tg}\frac{H}{2}$, se observa que *el horario no cambia* con respecto al que se obtiene con el segundo miembro negativo, *pero sí el azimut,* que volviéndose *suplementario* del *azimut* del caso *a)*, viene a resultar el *verdadero* del problema original.

c) Si el *signo negativo* se lo atribuimos a $\operatorname{tg}\frac{Z}{2}$, los valores *se vuelven suplementarios* de los del caso anterior *b)*, y por tanto, el *horario* resulta el *verdadero* del problema y el *azimut* el *suplementario.*

61. Relativamente a la práctica, ya sabemos que el primer caso general (aquel en que el producto y cociente de los semiángulos horario y azimutal es positivo), es el verdaderamente importante; él contiene cuanto pueda interesar al ingeniero y al marino; y como el *modus operandi* en cada caso se ha fundamentado en una *teórica rigurosa,* los resultados deben inspirarnos una absoluta confianza.

El hecho de haber podido reducir el cálculo al que tiene lugar entre números o cantidades absolutas, nos parece también una ventaja sobre los procedimientos de Guyou y de Barreda, por el menor riesgo que se corre de cometer errores. Y aunque hemos reducido el número de fórmulas con respecto a las que obtuvimos al empezar nuestras investigaciones, descartando la declinación y la altura y apelando en substitución a las distancias polar y zenital, no hemos conseguido, ni nos parece fácil lograrlo, reducir más el número de las fórmulas, en el estado actual de la teoría de *lambdas* y *colambdas* que hemos ayudado a fundamentar. Probablemente habrá en esa doctrina muchas verdades ocultas cuya revelación podrá ocupar fructuosamente a los investigadores.

Entretanto, si no se publican nuestras inéditas tablas, pueden marinos e ingenieros usarlo con confianza, valiéndose de las tablas de Barreda, o de las más conocidas y que tenemos más a la mano, de Guyou, que constituyen la II, de la colección de don Luis Pastor, tomo III, de su recomendable obra de *Astronomía náutica y navegación,* impresa por Coni en 1894 a 1896.

62. Pasemos a estudiar otro problema.

Segunda aplicación. — Dada la hora, calcular el azimut y la altura de un astro.

Los datos necesarios para la resolución de este problema, son, como se sabe, la declinación del astro corregida para la hora dada, la latitud del observador y el horario deducido de la hora.

Barreda resolvió la cuestión haciendo uso de mercatoriales y de otras funciones trigonométricas al mismo tiempo. Nosotros hemos logrado darle solución en puros mercatoriales, como pasamos a expresar.

Dividiremos la cuestión en dos partes indicadas ya por el mismo enunciado, a saber, la determinación del *azimut,* y la de la *altura.*

TEÓRICA Y SOLUCIÓN NUEVA DEL PROBLEMA DEL AZIMUT Y DEL ÁNGULO PARALÁCTICO

Puede ocurrir : 1° Que c sea mayor que Δ, $c > \Delta$, en cuyo caso Δ será necesariamente menor que 90°, pues mantenemos la hipótesis de que el triángulo está referido al polo N o S del hemisferio del observador, y en tal caso c será siempre un arco menor que 90°, luego según la proposición trigonométrica de que : a *mayor lado se opone mayor ángulo,* será $A > Z$, y por tanto, las analogías de que debemos partir hay que escribirlas como sigue :

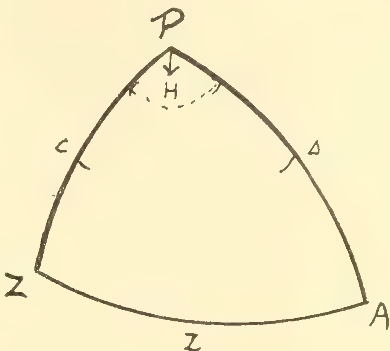


Figura 7

$$\frac{\operatorname{tg}\frac{1}{2}[A+Z]}{\operatorname{cotg}\frac{H}{2}} = \frac{\cos\frac{1}{2}(c-\Delta)}{\cos\frac{1}{2}(c+\Delta)}, \qquad (a)$$

$$\frac{\operatorname{tg}\frac{1}{2}[A-Z]}{\operatorname{cotg}\frac{c}{2}} = \frac{\operatorname{sen}\frac{1}{2}[c-\Delta]}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}[c+\Delta]}, \qquad (a')$$

$$\frac{\operatorname{tg}\frac{1}{2}[A+Z]}{\operatorname{cotg}\frac{c}{2}} = \frac{\cos\frac{1}{2}(c-\Delta)}{\cos\frac{1}{2}(c+\Delta)} = \frac{\cos\frac{c}{2}\cos\frac{\Delta}{2}+\operatorname{sen}\frac{c}{2}\operatorname{sen}\frac{\Delta}{2}}{\cos\frac{c}{2}\cos\frac{\Delta}{2}-\operatorname{sen}\frac{c}{2}\operatorname{sen}\frac{\Delta}{2}} =$$

$$= \frac{1+\operatorname{tg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{\Delta}{2}}{1-\operatorname{tg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{\Delta}{2}} = \operatorname{tg}\left[45^\circ+\frac{x}{2}\right],$$

siendo

$$\operatorname{tg}\frac{x}{2} = \operatorname{tg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{\Delta}{2}. \qquad (d)$$

Porque siendo $\frac{c}{2}$ y $\frac{\Delta}{2}$ arcos menores que 45°, sus tangentes son fracciones propias, y así la última fracción de la igualdad es de términos positivos y valdrá más que la unidad, estando bien representada por $\operatorname{tg}\left[45° + \frac{x}{2}\right]$ en que $\frac{x}{2} < 45°$, como es fácil ver por la (d).

La segunda fórmula (b) da análogamente :

$$\frac{\operatorname{tg}\frac{1}{2}(A - Z)}{\operatorname{cotg}\frac{c}{2}} = \frac{\operatorname{sen}\frac{c}{2}\cos\frac{\Delta}{2} - \cos\frac{c}{2}\operatorname{sen}\frac{\Delta}{2}}{\operatorname{sen}\frac{c}{2}\cos\frac{\Delta}{2} + \cos\frac{c}{2}\operatorname{sen}\frac{\Delta}{2}} =$$

$$= \frac{1 - \operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{\Delta}{2}}{1 + \operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{\Delta}{2}} = \operatorname{cotg}\left[45° + \frac{y}{2}\right], \qquad (b')$$

siendo

$$\operatorname{tg}\frac{y}{2} = \operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{\Delta}{2} \qquad (d')$$

$$\frac{y}{2} < 45°.$$

En efecto, la razón expresada por el segundo miembro de la (b), es una razón entre senos de arcos agudos en que el numerador es una diferencia y el denominador una suma; vale, por tanto, menos que la unidad; luego, para la transformada (b') obtenida por operaciones legítimas, ocurrirá lo propio, y así estará por $\operatorname{cotg}\left[45° + \frac{y}{2}\right]$ bien representada, siendo $y < 90°$.

$$\frac{c}{2} > \frac{\Delta}{2}; \qquad \operatorname{tg}\frac{c}{2} > \operatorname{tg}\frac{\Delta}{2}; \qquad \frac{1}{\operatorname{cotg}\frac{c}{2}} > \operatorname{tg}\frac{\Delta}{2}; \qquad 1 > \operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{\Delta}{2}.$$

De esas fórmulas (a'), (b'), (d), (d') sacamos, respectivamente :

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}[A + Z] = \operatorname{cotg}\frac{H}{2}\operatorname{tg}\left[45° + \frac{x}{2}\right] \qquad (1)$$

$$\operatorname{tg}\frac{x}{2} = \operatorname{tg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{\Delta}{2} \qquad (2)$$

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}(A-Z)=\operatorname{cotg}\frac{H}{2}\operatorname{cotg}\left[45^\circ+\frac{y}{2}\right] \tag{3}$$

$$\operatorname{tg}\frac{y}{2}=\operatorname{cotg}\frac{c}{2}\operatorname{tg}\frac{\Delta}{2}, \tag{4}$$

y tomando mercatoriales de (2), (1), (4) y (3), resultará :

$$\operatorname{co\lambda}(x)=\operatorname{co\lambda}(c)+\operatorname{co\lambda}(\Delta); \qquad \operatorname{co\lambda}(A+Z)=\lambda(x)-\operatorname{co\lambda}(H);$$

$$\operatorname{co\lambda}(y)=-\operatorname{co\lambda}(c)+\operatorname{co\lambda}(\Delta); \qquad \operatorname{co\lambda}(A-Z)=\lambda(y)-\operatorname{co\lambda}(H).$$

Luego las fórmulas que resuelven el problema en el primer caso son :

1° Para $c>\Delta$, $c<90^\circ$, $\Delta<90^\circ$, $c+\Delta<180^\circ$,

$$\text{I}\left\{\begin{aligned} &\operatorname{co\lambda}(x)=\operatorname{co\lambda}(\Delta)+\lambda(l) && (a)\\ &\operatorname{co\lambda}(y)=\operatorname{co\lambda}(\Delta)-\lambda(l) && (b)\\ &\operatorname{co\lambda}[A+Z]=-\lambda(x)-\operatorname{co\lambda}[H] && (c)\\ &\operatorname{co\lambda}[A-Z]=\lambda(y)-\operatorname{co\lambda}(H). && (d)\end{aligned}\right.$$

Aplicadas las (a) y (b) deduciremos $\operatorname{co\lambda}(x)$ y $\operatorname{co\lambda}(y)$, cuyas lambdas nos dará la tabla, con las cuales y $\operatorname{co\lambda}(H)$ resolveremos las (c) y (d); obtendremos así :

$$\operatorname{co\lambda}(A+Z) \qquad \text{y} \qquad \operatorname{co\lambda}(A-Z),$$

y, por tanto,

$$A+Z=M \qquad \text{y} \qquad A-Z=N,$$

y, por consiguiente :

$$A=\frac{M+N}{2}, \qquad Z=\frac{M-N}{2}.$$

64. 2° Si es $\Delta>c$, esto puede tener lugar, siendo $\Delta<90^\circ$ o $\Delta>90^\circ$, en ambos casos es $Z>A$. Consideremos primero que sea $\Delta<90^\circ$. En tal caso, escribiremos la segunda analogía como sigue :

$$\frac{\operatorname{tg}\frac{1}{2}[Z-A]}{\operatorname{cotg}\frac{H}{2}}=\frac{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(\Delta-c)}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(\Delta+c)}=\frac{\operatorname{sen}\frac{\Delta}{2}\cos\frac{c}{2}-\cos\frac{\Delta}{2}\operatorname{sen}\frac{c}{2}}{\operatorname{sen}\frac{\Delta}{2}\cos\frac{c}{2}+\cos\frac{\Delta}{2}\operatorname{sen}\frac{c}{2}}=$$

$$=\frac{1-\operatorname{cotg}\frac{\Delta}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2}}{1+\operatorname{cotg}\frac{\Delta}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2}}=\frac{1-\operatorname{tg}\frac{y}{2}}{1+\operatorname{tg}\frac{y}{2}}=\operatorname{cotg}\left[45^\circ+\frac{y}{2}\right], \tag{2}$$

teniéndose

$$\operatorname{tg}\frac{y}{2} = \operatorname{cotg}\frac{\Delta}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2}. \tag{3}$$

Los mercatoriales de la primera analogía no sufren alteración, los de la segunda (2′) serán :

$$\operatorname{co}\lambda\,(y) = \operatorname{co}\lambda\,(c) - \operatorname{co}\lambda\,(\Delta) = \lambda\,(l) - \operatorname{co}\lambda\,(\Delta) \tag{3'}$$

$$\operatorname{co}\lambda\,(Z - A) = \lambda\,(y) - \operatorname{co}\lambda\,(H).$$

Luego las fórmulas del problema vienen a ser, para $\Delta > c$, y Δ y c menores de 90°,

$$\text{II}\quad\left\{\begin{array}{l} \operatorname{co}\lambda\,(x) = \operatorname{co}\lambda\,(\Delta) + \lambda\,(l), \qquad \operatorname{co}\lambda\,(y) = \lambda\,(l) - \operatorname{co}\lambda\,(\Delta), \\ \operatorname{co}\lambda\,(A + Z) = -\lambda\,(x) - \operatorname{co}\lambda\,(H), \\ \qquad\qquad\qquad \operatorname{co}\lambda\,(Z - A) = \lambda\,(y) - \operatorname{co}\lambda\,(H). \end{array}\right.$$

65. 3° Si siendo $\Delta > c$, fuera $\Delta > 90°$, lo que implica que $Z > A$, podría ocurrir estos casos o Δ y c son tales que su suma no alcance a 180°, o bien que $\Delta + c$ sobrepase a 180°. Si acontece que $\Delta + c < 180°$, no hay más que tomar mercatoriales en las analogías escritas de este modo :

$$\frac{\operatorname{tg}\frac{1}{2}[Z + A]}{\operatorname{cotg}\frac{H}{2}} = \frac{\cos\frac{1}{2}(\Delta - c)}{\cos\frac{1}{2}(\Delta + c)} = \frac{1 + \operatorname{tg}\frac{\Delta}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2}}{1 - \operatorname{tg}\frac{\Delta}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2}} = \operatorname{tg}\left[45° + \frac{x}{2}\right]$$

$$\operatorname{tg}\frac{x}{2} = \operatorname{tg}\frac{\Delta}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2}$$

$$\frac{\operatorname{tg}\frac{1}{2}[Z - A]}{\operatorname{cotg}\frac{H}{2}} = \frac{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(\Delta - c)}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(\Delta + c)} = \frac{1 - \operatorname{cotg}\frac{\Delta}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2}}{1 + \operatorname{cotg}\frac{\Delta}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2}} = \operatorname{cotg}\left[45° + \frac{y}{2}\right]$$

$$\operatorname{tg}\frac{y}{2} = \operatorname{cotg}\frac{\Delta}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2},$$

pues que sus términos son positivos, y se obtendrá

$$\operatorname{co}\lambda\,(x) = \operatorname{co}\lambda\,(\Delta) + \lambda\,(l), \qquad \operatorname{co}\lambda\,(Z + A) = -\operatorname{co}\lambda\,(H) - \lambda\,(x),$$

$$\operatorname{co}\lambda\,(y) = \lambda\,(l) - \operatorname{co}\lambda\,(\Delta), \qquad \operatorname{co}\lambda\,(Z - A) = \lambda\,(y) - \operatorname{co}\lambda\,(H).$$

Luego las fórmulas mercatoriales de este caso son :

$$\Delta > c, \qquad \Delta > 90°, \qquad c < 90°, \qquad \Delta + c < 180°,$$

$$\text{III}\left\{\begin{array}{l} \text{co}\lambda\,(x) = \text{co}\lambda\,(\Delta) + \lambda\,(l), \qquad \text{co}\lambda\,(y) = \lambda\,(l) - \text{co}\lambda\,(\Delta), \\ \text{co}\lambda\,(Z + A) = -\,\text{co}\lambda\,(H) - \lambda\,(x), \\ \qquad\qquad\qquad \text{co}\lambda\,(Z - A) = \lambda\,(y) - \text{co}\lambda\,(H). \end{array}\right.$$

66. 4° Si ocurriera que $\Delta + c > 180°$, resultará obtusa la suma de los ángulos opuestos a Δ y c, es decir, $Z + A > 180°$, y en tal virtud la analogía

$$\frac{\text{tg}\,\frac{1}{2}(Z + A)}{\text{cotg}\,\frac{H}{2}} = \frac{\cos\frac{1}{2}(\Delta - c)}{\cos\frac{1}{2}(\Delta + c)}, \qquad (1)$$

tendrá negativa la $\text{tg}\,\frac{1}{2}(Z + A)$, así como también el $\cos\frac{1}{2}(\Delta + c)$.

Operando con logaritmos ordinarios nada importaría esa circunstancia, aplicando bien los principios trigonométricos, pero con los mercatoriales se necesita de antemano convertir en positivas las cantidades que no lo fueron y operar con la mayor atención para libertarse de errores.

Sabemos que :

$$\text{tg}\,\frac{1}{2}[Z + A] = -\,\text{tg}\left[180° - \frac{1}{2}[Z + A]\right],$$

pero siendo $\frac{1}{2}[Z + A] > 90°$ su suplemento $180° - \frac{1}{2}(Z + \Delta)$, será menor que $90°$.

Por otra parte :

$$\cos\frac{1}{2}(\Delta + c) = -\cos\left[180° - \frac{1}{2}(\Delta + c)\right];$$

llevemos estos valores a la primera analogía y será

$$\frac{-\,\text{tg}\left[180° - \frac{1}{2}(Z + A)\right]}{\text{cotg}\,\frac{H}{2}} = \frac{\cos\frac{1}{2}(\Delta - c)}{-\cos\left[180° - \frac{1}{2}(\Delta + c)\right]}$$

o bien

$$\frac{\operatorname{tg}\left[180^\circ - \frac{1}{2}(Z + \Delta)\right]}{\operatorname{cotg}\frac{H}{2}} = \frac{\cos\frac{1}{2}(\Delta - c)}{\cos\left[180^\circ - \frac{1}{2}(\Delta + c)\right]}.$$

Pero $\operatorname{tg}\left[180^\circ - \frac{1}{2}(Z + A)\right]$ se transforma sucesivamente en

$$\operatorname{tg}\left[180^\circ - \frac{1}{2}(Z + A)\right] = \operatorname{tg}\left[90^\circ + 90^\circ - \frac{1}{2}(Z + A)\right] =$$

$$= \operatorname{cotg}\left[-90^\circ + \frac{1}{2}(Z + A)\right] = -\operatorname{cotg}\left[90^\circ - \frac{1}{2}[Z + A]\right].$$

Como esta última expresión representa en el paréntesis un arco negativo por ser $\frac{1}{2}(Z + A) > 90^\circ$, si le cambiamos el signo al arco invirtiendo la diferencia deberemos cambiarlo a la función y se convertirá en $\operatorname{cotg}\left[\frac{1}{2}(Z + A) - 90^\circ\right]$ o bien en $\operatorname{cotg}\left[\frac{(Z + A) - 180^\circ}{2}\right]$.

Y como hemos visto [14, 4ª] que el logaritmo de una cotangente es igual a la colambda del doble arco, será

$$\log\operatorname{cotg}\left[\frac{(Z + \Delta) - 180^\circ}{2}\right] = \text{co}\lambda\,[(Z + \Delta) - 180^\circ].$$

Por otra parte,

$$\cos\left[180^\circ - \frac{1}{2}(\Delta + c)\right] = \cos 180^\circ \cos\frac{1}{2}(\Delta + c) +$$

$$+ \operatorname{sen} 180^\circ \operatorname{sen}\frac{1}{2}(\Delta + c).$$

El segundo término es nulo, y el primero equivale a $-\cos\frac{1}{2}(\Delta + c)$. Como $\cos\frac{1}{2}(\Delta + c)$ es negativo, la expresión igual y de signo opuesto $-\cos\frac{1}{2}(\Delta + c)$ será positiva, y así la relación primitiva se habrá convertido en la analogía de igual valor absoluto

$$\frac{\operatorname{cotg}\left[\dfrac{(Z+A)-180^\circ}{2}\right]}{\operatorname{cotg}\dfrac{H}{2}}=\frac{\cos\dfrac{1}{2}(\Delta-c)}{-\cos\dfrac{1}{2}(\Delta+c)}=$$

$$=\frac{\cos\dfrac{\Delta}{2}\cos\dfrac{c}{2}+\operatorname{sen}\dfrac{\Delta}{2}\operatorname{sen}\dfrac{c}{2}}{-\cos\dfrac{\Delta}{2}\cos\dfrac{c}{2}+\operatorname{sen}\dfrac{\Delta}{2}\operatorname{sen}\dfrac{c}{2}}=$$

$$=\frac{1+\operatorname{cotg}\dfrac{\Delta}{2}\operatorname{cotg}\dfrac{c}{2}}{1-\operatorname{cotg}\dfrac{\Delta}{2}\operatorname{cotg}\dfrac{c}{2}}=\operatorname{tg}\left[45^\circ+\frac{x}{2}\right],$$

siendo

$$\operatorname{tg}\frac{x}{2}=\operatorname{cotg}\frac{\Delta}{2}\operatorname{cotg}\frac{c}{2}.$$

Expresiones legítimas, puesto que la fracción primera del segundo miembro expresa una relación positiva entre cosenos, siendo el numerador mayor que el denominador, ya que el coseno de una diferencia es mayor que el coseno de la suma de los mismos términos; luego la relación estará bien representada por la tg $\left[45^\circ+\dfrac{x}{2}\right]$, porque siendo positivo el denominador, debe ser

$$\operatorname{sen}\frac{\Delta}{2}\operatorname{sen}\frac{c}{2}>\frac{\Delta}{2}\cos\frac{c}{2},$$

por tanto,

$$1>\operatorname{cotg}\frac{\Delta}{2}\operatorname{cotg}\frac{c}{2}.$$

También hubiéramos podido probar que

$$\operatorname{tg}\left[180^\circ-\frac{c}{2}(Z+\Delta)\right]=\operatorname{tg}\left[\frac{360^\circ-(Z+\Delta)}{2}\right]$$

al tomar logaritmos se convierte en $-\operatorname{co}\lambda\,[360^\circ-(Z+A)]$, pero conviene más la otra expresión.

Cuanto a la analogía

$$\frac{\operatorname{tg}\dfrac{1}{2}[Z-A]}{\operatorname{cotg}\dfrac{H}{2}}=\frac{\operatorname{sen}\dfrac{1}{2}(\Delta-c)}{\operatorname{sen}\dfrac{1}{2}(\Delta+c)}=\frac{\operatorname{sen}\dfrac{\Delta}{2}\cos\dfrac{c}{2}-\cos\dfrac{\Delta}{2}\operatorname{sen}\dfrac{c}{2}}{\operatorname{sen}\dfrac{\Delta}{2}\cos\dfrac{c}{2}+\cos\dfrac{\Delta}{2}\operatorname{sen}\dfrac{c}{2}}$$

expresa ya una relación entre cantidades positivas, de modo que podemos transformarla en :

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}(Z - A) = \operatorname{cotg}\frac{H}{2} \cdot \frac{1 - \operatorname{cotg}\frac{\Delta}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2}}{1 + \operatorname{cotg}\frac{\Delta}{2}\operatorname{tg}\frac{c}{2}} = \operatorname{cotg}\frac{H}{2}\operatorname{cotg}\left[45° + \frac{y}{2}\right],$$

siendo

$$\operatorname{tg}\frac{y}{2} = \operatorname{tg}\frac{c}{2}\operatorname{cotg}\frac{\Delta}{2},$$

de las que deducimos, tomando mercatoriales :

$$\operatorname{co\lambda}(Z - A) = \lambda(y) - \operatorname{co\lambda}(H), \qquad \operatorname{co\lambda}(y) = \operatorname{co\lambda}(c) - \operatorname{co\lambda}(\Delta).$$

De modo que las fórmulas que resuelven el problema en el caso de ser :

$$\Delta + c > 180°, \quad \Delta > c, \quad \Delta = 90° + d, \quad c = 90° - l, \text{ serán :}$$

$$\text{IV} \left\{ \begin{array}{ll} \operatorname{co\lambda}(x) = -\lambda(l) - \operatorname{co\lambda}(\Delta), & \operatorname{co\lambda}(y) = \lambda(l) - \operatorname{co\lambda}(\Delta), \\ \operatorname{co\lambda}[(Z + A) - 180°] = \operatorname{co\lambda}(H) + \lambda(x), & \\ & \operatorname{co\lambda}(Z - A) = \lambda(y) - \operatorname{co\lambda}(H). \end{array} \right.$$

67. En este problema conviene expresar las fórmulas en términos de d y l; porque d sale de las efemérides y l de cálculos previos.

Así, si es $c > \Delta$, $c < 90°$, $\Delta < 90°$ o $c = 90° - l$, $\Delta = 90° - d$ y $d > l$, será :

$$\text{I} \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{co\lambda}(x) = \operatorname{co\lambda}(\Delta) + \lambda(l) = \lambda(d) + \lambda(l), \\ \qquad \operatorname{co\lambda}(y) = \operatorname{co\lambda}(\Delta) - \lambda(l) = \lambda(d) - \lambda(l), \\ \operatorname{co\lambda}[A + Z] = -\lambda(x) - \operatorname{co\lambda}(H), \\ \qquad \operatorname{co\lambda}[A - Z] = \lambda(y) - \operatorname{co\lambda}(H). \end{array} \right.$$

$$\Delta > c, \quad \Delta < 90°, \quad \Delta + c < 180°, \quad l > d, \quad \text{valor absoluto,}$$

$$\text{II} \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{co\lambda}(x) = \lambda(d) + \lambda(l), \\ \qquad \operatorname{co\lambda}(y) = \lambda(l) - \operatorname{co\lambda}(\Delta) = \lambda(l) - \lambda(d), \\ \operatorname{co\lambda}[Z + A] = -\lambda(x) - \operatorname{co\lambda}(H), \\ \qquad \operatorname{co\lambda}[Z - A] = \lambda(y) - \operatorname{co\lambda}(H), \end{array} \right.$$

$$\Delta > c, \quad \Delta = 90° + d, \quad \Delta + c < 180°,$$

III
$$\left\{\begin{array}{l} \text{co}\lambda(x) = \text{co}\lambda(\Delta) + \lambda(l) = \lambda(l) - \lambda(d), \\ \qquad \text{co}\lambda(y) = \lambda(l) - \text{co}\lambda(\Delta) = \lambda(l) + \lambda(d), \\ \text{co}\lambda(Z + A) = -\text{co}\lambda(H) - \lambda(x), \\ \qquad \text{co}\lambda(Z - A) = -\text{co}\lambda(H) + \lambda(y). \end{array}\right.$$

$$\Delta + e < 180°, \quad \Delta > c, \quad \Delta = 90° + d, \quad c = 90° - l,$$

IV
$$\left\{\begin{array}{l} \text{co}\lambda(x) = -\lambda(l) - \text{co}\lambda(\Delta) = -\lambda(l) + \lambda(d), \\ \qquad \text{co}\lambda(y) = \lambda(l) - \text{co}\lambda(l) - \text{co}\lambda(\Delta) = \lambda(l) + \lambda(d), \\ \text{co}\lambda[(Z + A) - 180°] = \text{co}\lambda[H] + \lambda(x), \\ \qquad \text{co}\lambda[Z - A] = \lambda(y) - \text{co}\lambda(H). \end{array}\right.$$

l y d en todos los casos deben tomarse absolutos.

68. Esclarezcamos la teoría con algunos ejemplos :

1° Sean $l = 35°40'$ N, $d = 3°56'27''$. Aquí es

$$\Delta = 90° - d > c = 90° - l,$$

y las fórmulas las del caso II, $H° = 4^h 25^m 19^s$.

$$\begin{array}{rr} \lambda(l) = & 2293{,}32 \\ \lambda(d) = & 236{,}66 \\ \hline \text{co}\lambda(x) = & 2529{,}98 \\ & 30{,}15 \\ \hline & 0{,}17 \end{array}$$

$$\begin{array}{rr} \lambda(x) \text{ tab.} = & 3587{,}12 \\ \text{P}p \text{ por } 17 & ,21 \\ \hline \lambda(x) = & 3587{,}33 \end{array}$$

$$\begin{array}{rr} \lambda(l) = & 2293{,}32 \\ \lambda(d) = & 236{,}66 \\ \hline \text{co}\lambda(y) = & 2056{,}66 \\ & ,75 \\ \hline & 0{,}09 \end{array}$$

$$\begin{array}{rrr} \lambda(y) \text{ tab.} = & 4249{,}26 & 0{,}09 \\ \text{P}p \text{ por } 0{,}09 = & ,15 & \\ \hline \Delta(y) = & 4249{,}41 & \end{array}$$

$$
\begin{aligned}
Z + A &= 154° \ 4'33'' \\
Z - A &= \underline{\ 27 \ 56 \ \ 6} \\
2Z &= 202°00'39'' \\
2A &= 106 \ 08 \ 27 \\
Z &= 101 \ 00 \ 20 \\
A &= \ 53 \ 04 \ 13
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
co\lambda\,(H) &= \quad 1462,46 - \\
\lambda\,(x) &= \quad \underline{3587,33} - \\
co\lambda\,(Z + A)\ \text{tab.} &= -\ 5049,79 \\
(Z + A)\ \text{tab.} &= \quad \underline{50,27} \\
& \qquad 0,48
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
Z + A &= \ 25°55'27''\ \text{tab.} \\
& \quad \underline{180} \\
Z + A &= 154°04'33''
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
co\lambda\,(H) &= 1462,46 - \\
\lambda\,(y) &= \underline{4249,41} + \\
co\lambda\,(Z - A) &= 2786,95 \\
co\lambda\,(Z - A)\ \text{ap.} & \quad \underline{7,09} \\
Z - A &= 47°56'6''
\end{aligned}
$$

Operemos con las fórmulas de Neper.

$$\text{tg}\,\frac{1}{2}(Z + A) = \text{cotg}\,\frac{H}{2}\cos\frac{1}{2}(\Delta - c)\sec\frac{1}{2}(\Delta + c)$$

$$\text{tg}\,\frac{1}{2}(Z - A) = \text{cotg}\,\frac{H}{2}\,\text{sen}\,\frac{1}{2}(\Delta - c)\,\text{cosec}\,\frac{1}{2}(\Delta + c)$$

$$
\begin{aligned}
\Delta &= \ 86° \ 3'33'' \\
c &= \underline{\ 54 \ 20 \ 00} \\
\Delta + c &= 140°23'33'' \\
\Delta - c &= \ 31 \ 43 \ 33'' \\
\frac{1}{2}(\Delta + c) &= \ 70 \ 11 \ 46 \\
\frac{1}{2}(\Delta - c) &= \ 15 \ 51 \ 46 \\
\frac{H}{2} &= 2^{h}12^{m}39^{s}5
\end{aligned}
$$

$$\log \operatorname{cotg} \frac{H}{2} = 0{,}18479$$

1

$$\log \cos \frac{1}{2}(\Delta - c) = 9{,}98313$$

$$\log \sec \frac{1}{2}(\Delta + c) = 0{,}46979$$

26

$$\log \operatorname{tg} \frac{1}{2}(Z + A) \quad 0{,}63798$$

79

19

$$\frac{1}{2}(Z + A) = 77° \; 2'20''$$

$$\frac{1}{2}(Z - A) = 23 \; 58 \; 9$$

$$Z = 101°00'29''$$

$$Z_m = 101 \; 00 \; 21$$

$$\text{Dif.} = 9''$$

$$\log \operatorname{cotg} \frac{H}{2} = 0{,}18479$$

1

$$\log \operatorname{sen} \frac{1}{2}[\Delta - c] = 9{,}43639$$

33

$$\log \operatorname{cosec} \frac{1}{2}[\Delta + c] = 0{,}02648$$

$$\log \operatorname{tg} \frac{1}{2}(Z - A) = 9{,}64799$$

$$\frac{1}{2}(Z - A) = 23°58' \; 9''$$

$$\frac{1}{2}(Z + A) = 77 \quad 2 \; 20$$

$$A = 53°04'11''$$

$$A_m = 53 \; 04 \; 13$$

$$\text{Dif.} = 2$$

2° Sea ahora $l = 25°30'$, $d = -42°45'$, $H = 23°44'$. Aquí el astro está en el hemisferio opuesto al del observador, por tanto

$$\Delta = 90° + 42°45' = 132°45' > c, \qquad c = 74°30', \qquad \Delta + c > 180°,$$

luego las fórmulas a emplear son las de IV.

$$\text{co}\lambda\,(x) = \lambda\,(d) - \lambda\,(l), \qquad \text{co}\lambda\,(y) = \lambda\,(d) - \lambda\,(l),$$

$$\text{co}\lambda\,[(Z + A) - 180°] = \text{co}\lambda\,(H) + \lambda\,(x),$$

$$\text{co}\lambda\,[Z - A] = \lambda\,(y) - \text{co}\lambda\,(H).$$

$$\begin{aligned}
\lambda\,(d) &= 2842{,}63 \\
\lambda\,(l) &= 1583{,}16 \\
\hline
\text{co}\lambda\,(x) &= 1259{,}47 \\
\lambda\,(x) &= 5872{,}97 \\
\hline
\text{co}\lambda\,[(Z + A) - 180°] &= 11236{,}03 \\
& \phantom{=11236{,}}7{,}32 \\
& \phantom{=11236{,}}1{,}29
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Z + A - 180° &= 4°21'36'' \\
Z + A &= 184\;\;21\;36
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lambda\,(d) &= 2842{,}63 \\
\lambda\,(l) &= 1583{,}16 \\
\hline
\text{co}\lambda\,(y) &= 4425{,}79 \\
\lambda\,(y) &= 1948{,}03 \\
\text{co}\lambda\,(H) &= 5363{,}06\; - \\
\hline
\text{co}\lambda\,[Z - A] &= -3415{,}03
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(Z - A)\,\text{tab.} &= 40°38'28'' \\
& 180 \\
\hline
Z - A &= 139°21'32''
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Z + A &= 184°21'36'' \\
Z - A &= 139\;\;21\;32 \\
\hline
2Z &= 323°43'08'' \\
2A &= 45\;\;00\;04 \\
Z &= 161\;\;51\;34 \\
A &= 22\;\;30\;02
\end{aligned}$$

69. Comparemos estos resultados con los que nos ofrecen las fórmulas que relacionan cuatro elementos consecutivos del triángulo esférico (fig. 9) :

$$\operatorname{cotg} \Delta \cos l = \operatorname{sen} l \cos P + \operatorname{sen} P \operatorname{cotg} Z, \qquad (a)$$

$$\operatorname{tg} l \operatorname{sen} \Delta = \cos \Delta \cos P + \operatorname{sen} P \operatorname{cotg} A. \qquad (b)$$

Basta operar con tablas de cinco decimales.

$$\operatorname{sen} P \operatorname{cotg} Z = \operatorname{cotg} \Delta \cos l - \operatorname{sen} l \cos P = \cos P \left[\frac{\operatorname{cotg} \Delta}{\cos P} \cos l - \operatorname{sen} l\right],$$

y poniendo

$$\frac{\operatorname{cotg} \Delta}{\cos P} = \operatorname{cotg}(x), \qquad (1)$$

será

$$\operatorname{sen} P \operatorname{cotg} Z = \cos P \left[\frac{\cos x}{\operatorname{sen} x} \cos l - \operatorname{sen} l\right] = \cos P \frac{\cos(l + x)}{\operatorname{sen} x}$$

$$\operatorname{cotg} Z = \operatorname{cotg} P \frac{\cos(l + x)}{\operatorname{sen} x}, \qquad (2)$$

$$\begin{aligned}
\log \operatorname{cótg} \Delta &= 9{,}96586\ (n) \\
\log \sec P &= 0{,}03838 \\
\hline
\log \operatorname{cotg} x &= 0{,}00424 \\
&\quad\ \ 30 \\
\hline
&\quad\ \ \ 6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x \text{ tab.} &= \ \ 44°43'14'' \\
&\ \ \ 180 \\
\hline
x &= 135°16'46'' \\
l &= \ \ 25\ \ 30\ 00 \\
\hline
x + l &= 160°46'46''
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\log \operatorname{cotg} P &= 0{,}35688 \\
&\qquad\quad 3 \\
\log \cos(x + l) &= 9{,}97506\ (n)\ A \\
\log \operatorname{cosec} x &= 0{,}15255 \\
&\qquad\quad 9 \\
\hline
\log \operatorname{cotg} Z &= 0{,}48461 \\
&\qquad\ \ 80 \\
\hline
&\qquad\ \ 19
\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} Z\,\text{tab.} = \ 18^\circ\ 8'27'' \\ 180 \\ \hline Z = 161^\circ 51\ 33'' \end{array}$$

La (b) se dispone análogamente, y viene :

$$\frac{\operatorname{tg} l}{\cos l} = \operatorname{tg} l \sec P = \operatorname{cotg} y, \qquad (1)$$

$$\operatorname{cotg} A = \frac{\operatorname{cotg} P \operatorname{sen}(\Delta - y)}{\operatorname{sen} y} = \operatorname{cotg} P \operatorname{sen}(\Delta - y) \operatorname{cosec} y. \qquad (2)$$

Se obtiene operando con estas dos expresiones :

$$A = 22^\circ 29'56''.$$

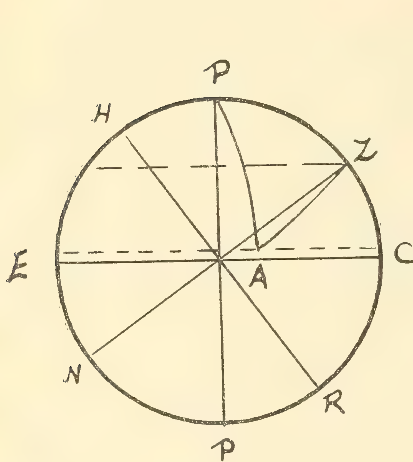


Figura 8

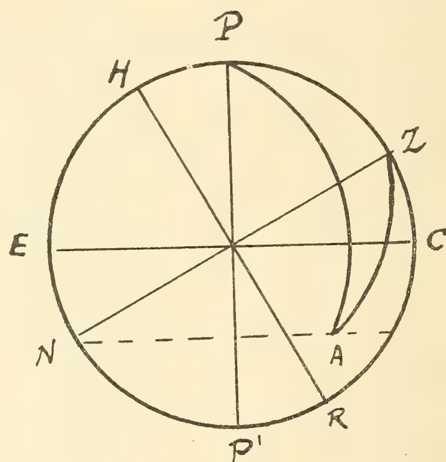


Figura 9

Con tablas de 7 decimales aun resultan más aproximados los valores a los que da el método mercatorial.

DETERMINACIÓN DE LA ALTURA

70. Una vez conocido el *azimut* por las fórmulas precedentes, se puede hallar la *altura* valiéndose de una de dos analogías de Neper. Damos la preferencia a la siguiente :

Suponiendo $Z > H$, escribiremos así la analogía de partida

$$\frac{\operatorname{tg}\frac{1}{2}(\Delta - Z)}{\operatorname{tg}\frac{c}{2}} = \frac{\operatorname{sen}\frac{1}{2}[Z - H]}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}[Z + H]}. \qquad (a)$$

Si ocurriera lo contrario, invertiríamos las diferencias, escribiendo :

$$\frac{\operatorname{tg}\frac{1}{2}(Z - \Delta)}{\operatorname{tg}\frac{c}{2}} = \frac{\operatorname{sen}\frac{1}{2}[H - Z]}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}[H + Z]}. \qquad (b)$$

Tomaremos la (a) que transformaremos como sigue :

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}(\Delta - z) = \operatorname{tg}\frac{c}{2}\frac{\operatorname{sen}\frac{1}{2}[Z - H]}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}[Z + H]} = \operatorname{tg}\frac{c}{2}\cdot\frac{\operatorname{sen}\frac{Z}{2}\cos\frac{H}{2} - \cos\frac{Z}{2}\operatorname{sen}\frac{H}{2}}{\operatorname{sen}\frac{Z}{2}\cos\frac{H}{2} + \cos\frac{Z}{2}\operatorname{sen}\frac{H}{2}}$$

$$= \operatorname{tg}\frac{c}{2}\cdot\frac{1 - \operatorname{cotg}\frac{Z}{2}\operatorname{tg}\frac{H}{2}}{1 + \operatorname{cotg}\frac{Z}{2}\operatorname{tg}\frac{H}{2}} = \operatorname{tg}\frac{c}{2}\operatorname{cotg}\left[45^\circ + \frac{x}{2}\right], \qquad (2)$$

en la que implícitamente se supone ser :

$$\operatorname{tg}\frac{x}{2} = \operatorname{cotg}\frac{Z}{2}\operatorname{tg}\frac{H}{2}. \qquad (1)$$

La relación (1) debe ser menor que la unidad, porque, como se supone ser $Z > H$, será $\frac{Z}{2} > \frac{H}{2}$, y estos ángulos son agudos porque ni Z, ni H pueden llegar a valer 180°, y así sus mitades serán menores de 90°, por tanto, $\operatorname{tg}\frac{Z}{2} > \operatorname{tg}\frac{H}{2}$ y a causa de que $1 = \operatorname{tg}\frac{Z}{2}\operatorname{cotg}\frac{Z}{2}$ o bien

$$\operatorname{tg}\frac{Z}{2} = \frac{1}{\operatorname{cotg}\frac{Z}{2}},$$

debe ser :

$$\frac{1}{\operatorname{cotg}\frac{Z}{2}} > \operatorname{tg}\frac{H}{2},$$

lo que equivale a

$$1 > \operatorname{cotg} \frac{Z}{2} \operatorname{tg} \frac{H}{2},$$

e implica que el factor fraccionario del segundo miembro sea una fracción propia positiva que estará bien representada por $\operatorname{cotg} \left[45° + \frac{x}{2} \right]$, siendo $\frac{x}{2}$ menor o a lo sumo igual a 45°.

Tomando mercatoriales en las expresiones (1) y (2), resulta :

$$\text{co}\lambda\,(x) = \text{co}\lambda\,(H) - \text{co}\lambda\,(Z); \qquad \text{co}\lambda\,(\Delta - z) = \text{co}\lambda\,(c) + \lambda\,(x), \quad (\alpha)$$

Esta última puede escribirse

$$\text{co}\lambda\,(\Delta - z) = \lambda\,(l) + \lambda\,(x). \qquad (\beta)$$

Las fórmulas (α) y (β) resuelven el problema, y nos dicen que tomemos las *colambdas* de (H) y de (Z) en ese mismo orden, y restando la segunda de la primera hallaremos co$\lambda\,(x)$; buscaremos la *lambda* correspondiente a esa coλ y sumándola con $\lambda\,(l)$ habremos obtenido la coλ de $(\Delta - z)$. La entrada en la tabla nos da el arco $\Delta - z$, igual a un cierto valor v, y de $\Delta - z = v$, deduciremos $z = \Delta - v$, cuyo complemento es la altura a buscada.

(Continuará.)

LONGITUDES RADIOTELEGRÁFICAS

Por JOSÉ S. CORTI
Ingeniero Civil

En el tomo CI de los *Anales*, en las páginas 11 a 77, aparece una *Memoria* firmada por el ingeniero señor José Aramburo, relativa a observaciones hechas, con la colaboración del ingeniero señor Luis M. Lascano, en el norte de la República, para la determinación de la longitud geográfica aprovechando las señales radiotelegráficas que todos los días hábiles transmite la estación de la dársena norte del puerto de Buenos Aires, dependiente del servicio hidrográfico de la marina.

Cuando esta *Memoria* llegó a mis manos, la leí con mucho interés, sobre todo, por tratarse de operaciones hechas con instrumentos corrientes, y con las incomodidades inherentes a trabajos en campaña.

De la bondad del trabajo pude juzgar, después de haber recorrido el cálculo de las veinte series de observaciones para determinación de tiempo, cálculo que aparece en las páginas 26 a 41, 44 a 55, 58 a 65 y 70 a 73.

Comparando cada serie «círculo izquierda» con la correspondiente «círculo derecha», deduje el error de índice del círculo cenital para cada serie; con él corregí el resultado de cada una de las diez observaciones de ésta; y calculé después el error probable de una observación aislada, valiéndome de la fórmula de Peters, $r = \pm 0,8453\, [v] : \sqrt{n\,(n - 1)}$, en la que sólo se hace uso de los valores residuales, y no de sus cuadrados, como en la fórmula usual $r = \pm 0,6745 \sqrt{[vv] : (n - 1)}$.

El promedio de las veinte series dió 0,32 segundos, con un mínimo de 0,14 segundos y un máximo de 0,55 segundos.

Veamos qué valor podía esperarse, dados los elementos de que, según el autor, se hizo uso.

En la *Memoria*, página 15, el autor manifiesta haber trabajado con un teodolito de 10″. Suponiendo absolutamente correcta la graduación, y lo bastante nítida como para no dudar de si hay, o no, coincidencia entre dos rasgos, uno del círculo, otro del nonius, el error que en la lectura de cada nonius se puede cometer es de $\pm 2''5$, y en el promedio de dos, $\pm 2''5 \sqrt{0,5}$.

El autor no indica el poder del anteojo, el que puede estimarse que sería de 30 aumentos. Como una vista normal no desdobla dos visuales sidéreas sino cuando ellas forman un ángulo mayor de 60″, el auxilio de un anteojo de 30 aumentos reducirá a $60'' : 30 = \pm 2''$ el error de puntería.

Tampoco indica, el autor, la graduación de su nivel, el que, dado que se haya aplicado a un teodolito de nonius, puede estimarse que permita hacer lecturas con una indecisión de $\pm 3''$.

Tenemos, así, en cuanto del teodolito depende, que la determinación de las distancias cenitales está sujeta a errores que pueden estimarse en $\pm 2''$ por puntería, en $\pm 3''$ por lectura de nivel, y en $\pm 2''5 \sqrt{0,5}$ por lectura de nonius, lo que da un error combinado de $\pm \sqrt{2^2 + 3^2 + 0,5\,(2''5)^2} = \pm 4''$.

Refiriéndome a las observaciones de α *Virginis,* hechas el 6 de junio (cuadro VII, *Memoria,* págs. 38-39), entre una variación Δz de distancia cenital, y la correspondiente Δt del ángulo horario, existe la relación $\Delta t = 0,08\ \Delta z$. Según esto, a la variación $\pm 4''$ en z, corresponde en el ángulo horario, la variación $4 \times 0,08 = \pm 0,32$ segundos.

Como guarda tiempo, el autor dice haber hecho uso de un reloj común; y dada la forma de ligar las indicaciones de éste con la observación del astro, puede estimarse que en la lectura del reloj se comete un error de $\pm 0,20$ segundos.

En las observaciones de α *Virginis* se tendrá, entonces, un error de $\pm \sqrt{0.32^2 + 0.20^2} = \pm 0^s38$, resultado que, comparado con el promedio y los extremos que más arriba he citado, pone de manifiesto la bondad de las observaciones que figuran en la *Memoria.*

El resultado de esta comparación me indujo a escribir al autor y a su colaborador, felicitándoles por el trabajo a que la *Memoria* se refiere; y aprovechando esa circunstancia, hice algunas observaciones sobre cómo hubiera yo procedido en caso análogo al que ellos habían tratado.

También otros profesionales hicieron algunas críticas, y a todas ellas contesta el autor en una *Réplica* que aparece en los *Anales,* tomo CII, páginas 60 a 86.

Aunque no es mi ánimo entrar en polémica con motivo de la réplica a mi crítica, no me parece fuera de lugar el tratar de explicar cómo encaro yo algunos de los puntos en que discrepamos con el autor.

En mi opinión, «no debe desecharse *a priori* ningún dato que no tenga en su contra alguna indicación que haga sospechar que sea erróneo. Si sólo tiene en su contra su discrepancia con los restantes, él será retenido o desechado, según el resultado a que conduzca la aplicación de un criterio matemático basado en la teoría de las probabilidades. Para esto, yo me valgo del criterio de Chauvenet, más sencillo de aplicar que el de Peirce».

Esta opinión, que transcribo literalmente de mi crítica, parece que ha sido mal interpretada por el autor, quien, en página 69 de *Réplica,* dice: «si el observador declara deficiente una observación en cuanto acaba de realizarla, es de suponer que la rechazará inmediatamente y que no hará cálculo ninguno con ella».

Completamente de acuerdo: pero, yo no he querido referirme a observaciones *malas,* sino a *sospechosas.*

Así, por ejemplo: si al tomar una distancia cenital se interpone una ligera bruma entre astro y anteojo y es confusa la imagen, la observación correspondiente llevará la anotación de *visibilidad deficiente.* Esto no quiere decir que la observación *ha de ser* mala, sino que *puede serlo.* Si el cálculo conduce a un resultado concordante con el de las observaciones restantes, la observación se considera aceptable; si hay fuerte discrepancia, la anotación autoriza a desecharla.

En cuanto a desechar arbitrariamente una observación que conduce a un resultado que no concuerda con los obtenidos de otras, sostengo que en general no puede admitirse. Sólo un operador muy experimentado podría hacerlo por intuición, aunque es bien poco el trabajo que le demandaría el reemplazar ese criterio personal y arbitrario por uno científico, cual es, en nuestro caso, el de Chauvenet.

Yo considero que el criterio de Chauvenet no es un instrumento demasiado refinado para este caso. Por una parte, en su aplicación a cada serie se hace intervenir el error probable de una observación aislada, de modo que, si la serie es tosca la tolerancia será mayor que si no lo es. Se adapta, pues, a la discusión de observaciones de dis-

tinto grado de precisión; y, en especial, a las que están en cuestión, las que, a pesar de la modestia con que el autor las clasifica, merecen ser tratadas con toda consideración.

Por otra parte, el criterio para el rechazo de una observación es tanto menos estricto cuanto mayor es el número de éstas, cosa perfectamente lógica, desde que, cuantas más observaciones haya hecho un operador, tanto más fácil será que tenga alguna que se separe más que las otras del promedio general.

Si se objeta que la formación de las *vv* para el cálculo de error probable es demasiado laboriosa, diré que se puede prescindir de las *vv*, calculando el error probable con la fórmula de Peters, en vez de valerse de la fórmula común.

En cuanto a los resultados transcritos en *Réplica*, página 71, sigo opinando que todos deben ser retenidos; y que el rechazo del primero, del quinto, del noveno y del décimo, es del todo arbitrario.

Me baso, para decirlo, no tan sólo en el heeho de que la aplicación del criterio de Chauvenet autoriza a retenerlos, sino también en las siguientes consideraciones:

Más arriba, basándome en hipótesis que no podrá decirse que hayan sido exageradas en favor, sino más bien en contra, de la tesis que sostengo, he admitido que en las observaciones que discutimos se podía cometer un error de puntería de $\pm 2''$, uno de nonius de $\pm 2''5$, uno de nivel de $\pm 3''$ y uno de reloj de $\pm 0{,}2$ segundos.

No puede desconocerse que entre las distintas combinaciones de estos errores puede acontecer que en ambos nonius el error tenga, con igual signo, el valor $2''5$, y que, a la vez, los errores de puntería y de nivel influencien a z en el mismo sentido que aquéllos. En tal caso, el error de la distancia cenital viene a ser $2 + 3 + 2{,}5 = \pm 7''5$, lo que, con $\Delta t = \pm 0.08 \Delta z$ da $\Delta t = \pm 0^s6$. Si, además, se admite que también la lectura del reloj está afectada de un error que se acumula al debido a Δz se tendrá $\Delta T = \pm 0^s80$.

Nótese que si se retiene los diez valores consignados en *Réplica*, página 71, se obtiene $\Delta\pi = -4^m54^s52$ para valor de la corrección del reloj; mientras que si se rechaza a cuatro de ellos, resulta $\Delta T = -4^m54^s50$, es decir, prácticamente lo mismo. Puede, pues, tomarse a -4^m54^s5 como valor más probable de la corrección del reloj durante la observación de esa serie.

Resulta, así, que con este valor la quinta observación da $v = 1{,}0$ segundos, y las otras que, en opinión del autor, debieran también ser desechadas, dan valores aun menores para el error residual.

Ahora bien: si en las condiciones ideales que he supuesto es posible cometer un error de $\pm$ 0,8 segundos ¿se negará que éste pueda aumentar en un 25 por ciento por una puntería defectuosa, por una irregularidad del nivel, o de la graduación del círculo o del nonius, por una anomalía en la refracción, o una irregularidad en la marcha del reloj? Negarlo sería, en mi opinión, exigir del equipo de que se hizo uso mucho más de lo que él puede dar.

Para terminar: si dos eminencias como Ayri y Gould, el primero ponía en duda que pudiera establecerse un criterio científico para el rechazo de observaciones dudosas, mientras que el segundo calculó tablas para facilitar el empleo del criterio Peirce, mostrando, con ello, la discrepancia más absoluta sobre este punto; no es de extrañar que sobre el mismo estemos en desacuerdo el autor y yo, que no tenemos ni la experiencia ni la autoridad de aquéllos.

NOTICIAS VARIAS

Comisión para los homenajes a Volta

SECCIÓN ELECTROTÉCNICA

En el próximo año 1927 se cumple el primer centenario de la muerte de Alejandro Volta, y con tal motivo Italia ha resuelto celebrar la obra del gran físico con actos de carácter público.

Con tal objeto se ha constituído en Como, ciudad natal del grande, una comisión de honor bajo el alto patronato de su Majestad el Rey, y la presidencia de S. E. el presidente del Consejo de Ministros Benito Mussolini y una comisión ejecutiva.

Se ha creído que siendo Alejandro Volta uno de esos hombres excelsos que por haber abierto nuevas vías a la ciencia y al progreso humano, son beneméritos no sólo del país en que nacieron sino de la humanidad entera, y que algunas de las conmemoraciones deberían tener carácter internacional.

Teniendo en cuenta que habiendo Alejandro Volta concurrido, con su maravillosa invención de la pila, a hacer posible la telegrafía y la telefonía que deben considerarse como las primeras y más importantes aplicaciones de la electricidad a los problemas prácticos de la vida civil, se ha creído oportuno recordar la obra del gran hombre de ciencia, promoviendo la realización de una Exposición internacional y un Congreso internacional técnico y científico de telegrafía y telefonía con o sin hilos, en la ciudad de Como entre mayo y octubre de 1927.

El programa de la Exposición que encuéntrase a continuación, ha sido compilado con la intención de que dé una idea completa del origen y desarrollo de la técnica telegráfica y telefónica. La tarea del

Congreso internacional será fijada con las instituciones y con las personalidades que en él participen.

Se dirige por lo tanto invitación a las administraciones públicas o privadas que emplean servicios telegráficos y telefónicos, a las fábricas de aparatos o materiales telegráficos y telefónicos, a todos los estudiosos de los problemas de la telegrafía y de la telefonía con o sin hilos, *a enviar su adhesión,* para la participación a la Exposición o al Congreso, al *Ministerio de las Comunicaciones (Instituto Superior P. T. T., Viale del Re 131, en Roma)*, que se ocupará de transmitirla a la Comisión.

A todos, la Comisión da cita en Como en la suntuosa Villa Olmo, y en su grandioso parque para admirar juntamente el desarrollo de una técnica, que gracias a los esfuerzos de inventores, de de hombres de ciencia y de técnicos, ha sabido llevar y distribuir el pensamiento siempre a más grandes distancias, el pensamiento de una técnica que ha maravillado el mundo, cuando consiguió transmitir las señales del pensamiento a través de largos cables submarinos que unen varios continentes, por lo que se dijo que la tierra se había vuelto más chica y el hombre en vez más grande, o cuando consiguió canalizar la voz humana por largos hilos aéreos y subterráneos, entrelazando las ciudades más lejanas o cuando llegó a hacer reflejar del cielo voces humanas lanzadas a través del éter desde lugares distantes millares de kilómetros.

Admiraremos juntos los progresos de esta técnica, que tiene en sí el fáscino de las humanas idealidades y traeremos incitamiento para mayores progresos

El presidente honorario de la Comisión ejecutiva,

Como, junio 1926.

Guglielmo Marconi.

Programa de máxima para la Exposición internacional de telegrafía y telefonía con o sin hilos

1. — TELEFONÍA Y TELEGRAFÍA CON HILOS

a) Muestra histórica. Cimelos, documentos y memorias;

b) Pilas y acumuladores;

c) Máquinas telegráficas. Sistemas de correspondencia telegráfica y dispositivos para realizarlas. Instalaciones de las oficinas;

d) Tipos de centrales telefónicas manuales y baterías locales y centrales;

e) Tipos de centrales telefónicas automáticas;

f) Tipos de materiales empleados para las líneas aéreas. Tipos de cables telegráficos y telefónicos aéreos y subterráneos y de material para su colocación;

g) Cables telegráficos y telefónicos submarinos. Aparatos empleados en la telegrafía sobre los cables;

h) Telefonía a grandes distancias. Transformadores. Bobinas Pupin. Amplificadores;

i) Aparatos de medida empleados en la técnica telegráfica y telefónica, para el estudio de las propiedades de las líneas y de los aparatos para encontrar los desperfectos;

j) Métodos empleados para buscar el estudio de las perturbaciones inductivas a que van sujetos los circuitos telegráficos y telefónicos y de las corrupciones eléctricas que van sujetas a tales cables dispositivos de protección;

k) Estadística. Demostración mediante gráficos o demás del desarrollo de los implantos telegráficos y telefónicos y del tráfico en los varios países del mundo;

l) Organización de la enseñanza de la telegrafía y de la telefonía. Colección de las publicaciones en materias telegráficas y telefónicas.

2. — TELEGRAFÍA Y TELEFONÍA SIN HILOS

a) Reseña histórica. Cimelos relativos a las experiencias clásicas. Documentos y memorias;

b) Sistemas de aparatos transmitentes, a ondas apagadas y a ondas continuas para radiotelefonía y radiodifusión. Micrófonos especiales;

c) Aparatos e implantos receptores para grandes estaciones comerciales, para estaciones de buques, para radioaudiciones y varias;

d) Tipos de aéreos y sistemas irradiantes y recibidores para varios gamas de longitud de ondas;

e) Sistemas directivos, transmisores y receptores. Radiogoniometros;

f) Sistemas especiales para la eliminación de parásitos atmosféricos;

g) Accesorios para implantos de radio;

h) Aparatos especiales para medida de alta frecuencia. Aparatos para la medida del campo eléctrico de las ondas en llegada;

i) Telegrafía y telefonía a ondas guiadas;

j) Estadística. Demostración mediante gráficos u otros, del desarrollo de las instalaciones radiotelegráficas y radiotelefónicas y del tráfico en los varios países del mundo;

k) Organización de la enseñanza de la radiotelegrafía, colección de publicaciones en materias radiotelegráfica y radiotelefónica.

Todos los materiales, los aparatos y los modelos de cada sistema se ordenarán para demostrar el desarrollo sucesivo.

Algunos de los más interesantes aparatos se instalarán para poder funcionar.

ÍNDICE GENERAL

DE LAS

MATERIAS CONTENIDAS EN EL TOMO CENTÉSIMO SEGUNDO

BIBLIOGRAFÍA

SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

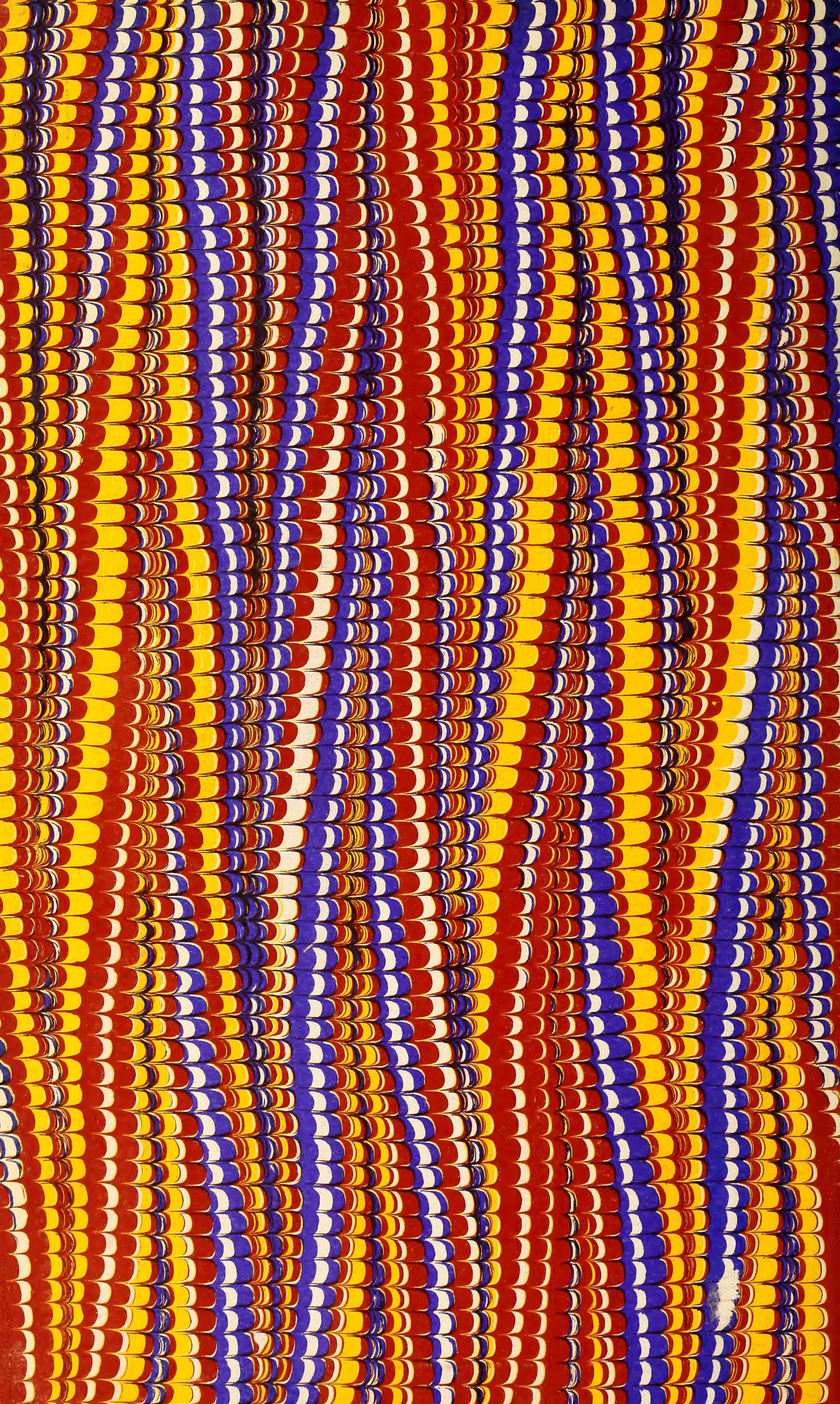
Dr. Pedro Visca †.
Dr. Mario Isola †.
Dr. Germán Burmeister †.
Dr. Benjamín A. Gould †.
Dr. R. A. Philippi †.
Dr. Guillermo Rawson †.
Dr. Carlos Berg †.
Dr. Valentín Balbín †.
Dr. Florentino Ameghino †.
Dr. Carlos Darwin †.
Dr. César Lombroso †.
Ing. Luis A. Huergo †.
Ing. Vicente Castro †.
Dr. Juan J. J. Kyle †.
Dr. Estanislao S. Zeballos †.
Ing. Santiago E. Barabino, †.
Dr. Carlos Spegazzini †.
Dr. Walther Nernst.
Dr. Eduardo L. Holmberg.
Ing. J. Mendizábal Tamborel.
Ing. Guillermo Marconi.
Dr. Enrique Ferri.
Dr. Alberto Einstein.

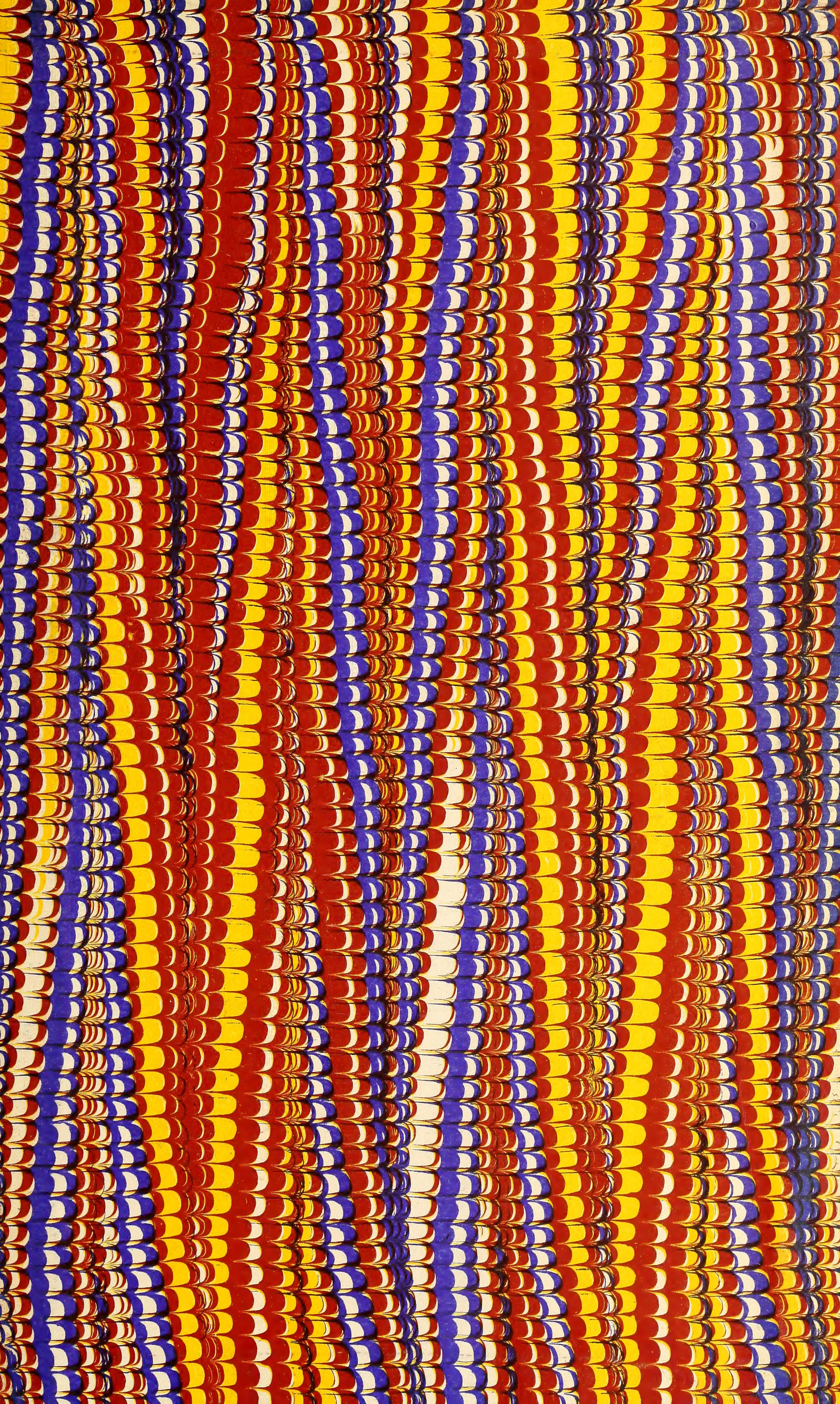
SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar, Rafael	México.
Arteaga, Rodolfo de	Montevideo.
Avendaño, Leonidas	Lima.
Alvarado, Antonino	Lima.
Ballvé, Horacio	I. de Año N.
Bodenbender Guillermo	Córdoba.
Bolívar, Ignacio	Madrid.
Bonarelli Guido	Ancona (It.).
Bertoni, Moisés	P. Bertoni (P.).
Bachmann, Carlos J.	Lima.
Bravo, José J.	Lima.
Cabrera, Blas	Madrid.
Carbajal, Melitón M.	Lima.
Carvalho, José Carlos	Río Janeiro.
Catalán, Miguel A.	Madrid.
Corti, José S.	Mendoza.
Crinin, Demetrio	Leningrado.
Dávila, Rubén	Santiago.
Dalevuelta, Jacobo	México.
Delage, Yves	París.
Escomel, Edmundo	Arequipa (P.).
Font, Michel	Lima.
Fontana, Luis Jorge	San Juan.
González del Riego, Felipe.	Lima.
Greve, Federico	Santiago.
Guevara, Alejandro	Lima.
Guignard, León	París.
Gez, J. W.	Corrientes.
Gjertsen Hjalmar, Fredik.	Noruega.
Hoernig, Carlos	Santiago.
Hijar y Haro, Luis	México.
Kinart, Fernando	Amberes.
Lillo, Miguel	Tucumán.
Luiggi, Luis	Roma.
Lugo, Américo	Sto. Domingo.
Lobo, Bruno	Río de Janeiro.
Manzanilla, José Matías	Lima.
Mardones, Francisco	Santiago.
Magaña Peón, Pedro	México.
Mena, Ramón	México.
Molina, Enrique	Concepc. (Ch.)
Monjaráz, Jesús	México.
Morandi, Luis	Villa Colón (U).
Medina, José Toribio	Sgo. de Chile.
Montessus de Ballore	Sgo. de Chile.
Nordenskjiold, Otto	Gothemburgo.
Nilsen Fhowal	Noruega.
Pérez Aranibar, Aug. E.	Lima
Perrini, Tomás	México.
Porter, Carlos E.	Sgo. de Chile.
Poirier, Eduardo	Sgo. de Chile.
Pi y Suñer, Augusto	Barcelona.
Recaséns y Girol, Sebastián	Madrid.
Rey Pastor, Julio	Madríd.
Reyes Cox, Eduardo	Antofg. (Ch.).
Revelli, Pablo	Génova.
Risso Patrón, Luis	Sgo. de Chile.
Reiche, Carlos	México.
Rospigliosi y Vigil, Carlos.	Lima.
Rowe Leo, S.	Wáshington.
Shepherd, William R.	Col. Un. N. York
Sklodonska, Curie	París.
Tello, Julio C.	Lima.
Tobar, Carlos R.	Quito.
Torres Quevedo, Leonardo.	Madrid.
Uhle, Max	Lima.
Villalta, Jorge Blanco	Oslo (Norueg.)
Villarán, Manuel Vicente	Lima.
Vélez, Daniel	México.
Valle, Heliodoro	México.
Volterra, Vito	Roma.

SOCIOS ACTIVOS

Adamoli, Pedro A.
Aguirre, Pedro.
Albarracín, Carlos M.
Alcaráz, Ramón A.
Aldunate, Julio C.
Anargyros, Pastor.
Anasagasti, Horacio.
Ameghino, Carlos.
Anchorena, Juan E.
Anastasi, Camilo.
Añón Suárez, Vicente.
Armani, Aquiles.
Arrillaga, Francisco C.
Arroyo, Rufino.
Arroyo, Víctor Manuel.
Aráoz Alfaro, Gregorio.
Arce, Manuel J.
Arditi Thompson, Horacio.
Arnaudo, Silvio J.
Astrada, Ismael.
Ayerza, Rafael.
Aztiria, Ignacio.
Babini, José.
Bado, Atilio A.
Bancalari, Agustín.
Baidaff, Bernardo Ig.
Bachmann, Ernesto.
Barabino Amadeo, Santiago.
Barbieri, Antonio.
Berdoy, Pedro A.
Beretervide, Roberto.
Berrino, Juan B.
Besio Moreno, Nicolás.
Bianchedi, Rómulo.
Bianchi Lischetti, Ángel.
Blaquier, Juan.
Bolognini, Héctor.
Bonino, Alfredo (h.).
Bontempi, Luis.
Bordenave, Pablo E.
Bosisio, Anecto J.
Bonanni, Cayetano.
Bottaro, Juan C.
Botto, Alejandro.
Botto, Armando P.
Bozzini, Luis (h.).
Brèthes, Juan.
Briano, Juan A.
Bruch, Carlos.
Bullrich, Jorge M.
Bunge, Juan C.
Buontempo, Guillermo.
Butty, Enrique.
Calandra Raúl A.
Calcagno, Alfredo.
Camus, Nicolás.
Candioti, Marcial R.
Candioti, Agustín N.
Canale, Humberto.
Campbell, Diego R.
Cano, Héctor M.
Canónica, Mauricio.
Carabelli, Juan José.
Carbone, Esteban.
Carbonell, José.
Caride Massini, Pedro.
Carette, Eduardo.
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Castro Escalada, Martín.
Cavandoli, Ludovico.
Chanourdie, Enrique.
Chelía, Francisco.
Chiappa, Antonio R.
Chiarizia, Eduardo.
Celasco, Juan L.
Céspedes, Guillermo.
Ciampi, Lanfranco.
Clérice, Eduardo E.
Cock, Guillermo.
Colmo, Alfredo.
Corti, Dalmiro.
Cremona, Andrés V.
Cuomo, Miguel.
Curutchet, Luis.
Curti, Orlando P.
Damianovich, Horacio.
Darquier, Juan A.
D'Ascoli, Lucio.
Dassen, Claro C.
Dasso, Héctor.
Dasso, Ricardo L.
Debenedetti, José.
Debenedetti, Salvador.
Delétang, Luis.
Delfino, Juan Carlos.
Dellepiane, Luis J.
Demarchi, Marco.
Díaz, Emilio C.
Doello-Jurado, Martín.
Dobranich, Jorge W.
Domínguez, Juan A.
Dubecq, Raúl E.
Duhau, Luis.
Duncan, Carlos D.
Dupont, Enrique.
Durrieu, Mauricio.
Esteves, Luis P.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Fernández, Miguel.
Ferreyra, Enrique.
Figini, Ángel.
Frenguelli, Joaquín.
Galtero, Alfredo.
Gallardo, Ángel.
Garay Ponce, Filemón.
García, Lucio A.
García, Ricardo S.
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato.
Gez, Juan W.
Ghigliazza, Sebastián.
Girado, Francisco J.
Gogénuri, Estanislao E.
Gradin, Carlos.
Grieben, Arturo.
Gurewitsch, Marco.
Gutiérrez, Avelino.
Gutiérrez, Ricardo J.
Hermida Álvarez, Ángel.
Hermitte, Enrique.
Herrera Vegas, Marcelino.
Hicken, Cristóbal M.
Hickethier, Carlos F.
Holmberg, Adolfo D.
Howard, Jorge W.
Hoxmark, William.
Hoyo, Arturo.
Huergo, Eduardo.
Huergo, José M.






SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES
3 9088 01357 2995